BnF Gallica

Récréations mathématiques et physiques qui contiennent plusieurs problèmes d'arithmétique... , de géométrie, d'optique, [...]

Source gallica.bnf.fr / Bibliothèque nationale de France

BnF Gallica

Ozanam, Jacques (1640-1718). Récréations mathématiques et physiques qui contiennent plusieurs problèmes d'arithmétique... , de géométrie, d'optique, de gnomonique, de cosmographie, de mécanique, de pyrotechnie et de physique. Avec un Traité nouveau des horloges élémentaires ; par M. Ozanam,.... 1694.

**1/** Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :
- La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.
- La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

CLIQUER ICI POUR ACCÉDER AUX TARIFS ET À LA LICENCE

**2/** Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

**3/** Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

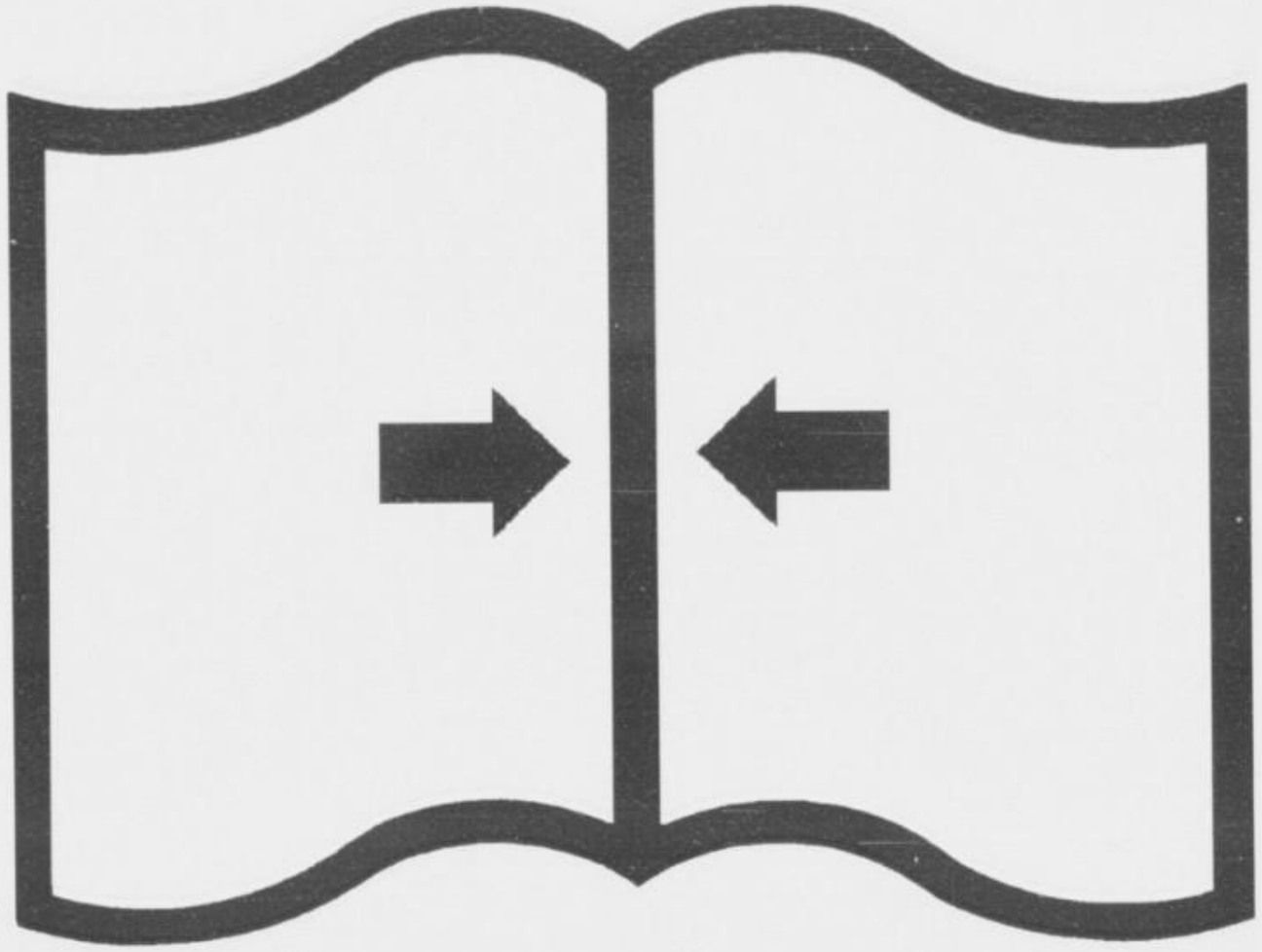
- des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.
- des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

**4/** Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

**5/** Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

**6/** L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

**7/** Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter
**utilisationcommerciale@bnf.fr**.



Reliure trop serrée

Source gallica.bnf.fr / Bibliothèque nationale de France

V 1998
2

18298

# RECREATIONS MATHEMATIQUES ET PHYSIQUES,

*QUI CONTIENNENT*

Plusieurs Problêmes d'Arithmetique, de Geometrie, d'Optique, de Gnomonique, de Cosmographie, de Mecanique, de Pyrotechnie, & de Physique. Avec un Traité nouveau des Horloges Elementaires.

*Par Mr OZANAM, Professeur des Mathematiques.*

TOME PREMIER.

A PARIS, 1998.
Chez JEAN JOMBERT, prés des Augustins, à l'Image Nôtre-Dame.

M. DC. XCIV.
*AVEC PRIVILEGE DU ROI.*

2
V·1998.

# PREFACE.

JE ne m'excuſeray pas de ce qu'aprés avoir donné au Public des Traitez ſerieux qui demandent toute l'application des Lecteurs, il ſemble que je veuille diſſiper leur application & les en détourner par les jeux d'eſprit que je leur preſente dans ce premier Volume. La memoire des grands hommes qui ont fait la même choſe que j'entreprends, eſt ſi glorieuſe, que leur exemple vaut toutes les juſtifications que je pourrois apporter. Le Docte Bachet ſieur de Meziriac, celebre par ſes excellens Ouvrages, commença à ſe faire connoître dans la Republique des Lettres par un Recüeil qu'il intitula *Problêmes plaiſans qui ſe font par les Nombres*; Il voulut par ce Livre s'aſſeurer de ſon talent, & du jugement du Public, avant que de mettre au jour ſes Commentaires ſur l'Arithmetique de Diophante, & les au-

tres Livres qui luy ont acquis une gloire immortelle. Plusieurs autres Auteurs de ce Siecle, comme le fameux Pere Kircher, & les Peres Schot & Bettin n'ont pas moins fait de bruit dans le Monde sçavant, par les Problêmes divertissans qu'ils ont mis dans leurs Ouvrages, que par leurs raisonnemens, & par leurs plus serieuses observations.

Quoique ces grands exemples puissent suffire pour autoriser mon dessein, neanmoins afin que ces hommes illustres que j'ay pris pour garands, ne soient pas eux-mêmes exposez à la censure de ceux qui voudroient les accuser de nouveauté ; je produiray des exemples bien plus anciens, qui font voir que de tout temps les plus grands hommes ont tenu la même conduite, s'étant bien apperçûs que le même fonds de raison qui fait trouver du plaisir dans l'admiration, en doit aussi faire trouver dans les choses qui sont le sujet de l'admiration.

Le commerce d'Enigmes que les Rois de Syrie entretenoient, & qui a fait durer si long-temps aprés eux le Stile Parabolique, n'étoit autre chose que des jeux d'esprit, & des entretiens également propres à exciter le plaisir, & à donner de l'élevation à l'esprit. Les Grands de ce

temps-là étoient faits comme ceux d'aujourd'huy : la peine les rebutoit, c'étoit un coup de l'adresse & de l'habileté extraordinaire de ceux qui les vouloient instruire, que de les attacher à l'étude & à la reflexion, par le plaisir & par la curiosité. Je ne doute pas que l'éducation que Nathan donna à Salomon par cet exercice, n'ait beaucoup contribué à cette élevation d'ame, & à cette sagesse merveilleuse qui fait le caractere & la gloire de ce Prince.

C'étoit aussi par maniere de divertissement que les Chaldéens & les Egyptiens qui ont inventé l'Astronomie, marquoient par avance à leurs amis les jours & les circonstances des Eclipses, & qu'ils leur traçoient des figures qui partageoient la durée des jours, qui montroient les routes des Etoiles, & qui representoient toutes les varietez des mouvemens des Cieux, persuadez aussi-bien que les Grecs, que les premiers plaisirs de l'esprit sont ceux que l'on emprunte des Mathematiques, dans lesquelles ils faisoient élever leurs Enfans. Ils croyoient que si la raison des Enfans étoit sans action, elle n'étoit pas neanmoins sans force, & qu'il n'y avoit qu'à luy donner du mouvement pour la perfectionner, ce qui se pouvoit faire, en donnant aux

Enfans de la curiosité qui fait en eux ce qu'une longue suite de necessitez de la vie fait dans les personnes d'un âge plus avancé. C'est là le secret de Socrate qui tiroit des Enfans les resolutions les plus difficiles de la Geometrie & de l'Arithmetique : c'étoit la clef avec laquelle il leur ouvroit l'esprit, il connoissoit leurs forces; il prédisoit leur destinée : c'étoit le Demon ou le Genie qu'il consultoit, & qui ne le quittoit jamais.

Bien que les jeux d'esprit, dont je parle, soient des amusemens, ils ne sont peut-être pas moins utiles que les exercices, ausquels on applique les jeunes personnes de qualité, pour façonner leurs corps, & pour leur donner le bon air : car s'accoûtumer à connoître les proportions, la force des mélanges, à connoître le point qu'on cherche dans la confusion, à prendre de justes mesures dans les propositions les plus embroüillées & les plus surprenantes, c'est se faire l'esprit aux affaires ; c'est s'armer contre les surprises, c'est se preparer à vaincre les difficultez imprévûës, ce qui vaut bien autant que d'assûrer sa démarche par les leçons des Maîtres à danser, ou le ton de sa voix par celle des Musiciens.

Ne faut-il pas outre cela que l'on se dé-

lasse quelquefois ? & se peut-on délasser par des divertissemens que l'on méprise, ou dont on a honte ? Un homme d'Etat voudroit-il danser au sortir du Conseil & des plus grandes affaires ? Seroit-il bien séant qu'il fût trouvé dans les exercices où il passoit son temps dans sa jeunesse ? la bien-séance, les affaires, & la santé ne le permettent pas. Mais les jeux d'esprit sont de toutes les saisons & de tous les âges : ils instruisent les Jeunes, ils divertissent les Vieux, ils conviennent aux Riches, & ne sont pas au dessus de la portée des Pauvres : les deux Sexes s'en peuvent accommoder sans choquer la bienséance. Ces divertissemens ont encore l'avantage, qu'on ne peut y commettre d'excés ; car c'est un exercice de la raison dans la justesse de ses démarches, en quoy l'on ne peut concevoir qu'elle aille à aucune extremité, puisque son application est dans le juste milieu qu'elle s'est proposée, & où se trouve la solution du Problême proposé.

Ceux qui ont eu la curiosité d'épier la conduite des Grands Hommes dans leur particulier, ont trouvé qu'ils se sont distinguez dans leurs divertissemens comme dans leur serieux. Auguste joüoit les soirs avec sa famille à des jeux d'esprit, il ne

croyoit pas cela au dessous de luy, il écrivoit avec autant d'exactitude le détail de ses divertissemens que celuy des affaires serieuses. Le Sçavant Jurisconsulte Mutius Scevola aprés avoir répondu à ceux qui le venoient consulter, se divertissoit à joüer aux Echets, & étoit devenu un des meilleurs Joüeurs de son temps. Le Pape Leon X. l'un des plus grands hommes de son Siecle, joüoit aussi quelquefois aux Echets, si l'on en croit Paul Jove, pour se délasser de la fatigue des affaires.

Il est certain que le Jeu des Echets a été inventé pour instruire, aussi bien que pour divertir; en representant les attaques & les défenses des pieces differentes, leur marche, & leurs avantures, on a voulu faire des Leçons de morale, & montrer par le desastre du Roy des Echets, qu'un Prince tombe immanquablement au pouvoir de ses Ennemis, quand il s'est dépoüillé de ses Soldats, & qu'il ne peut negliger la perte d'un seul de ses Sujets, sans s'exposer à celle de ses propres Etats.

On peut reduire tous les Jeux qui ont été inventez, ou qu'on pourroit inventer, à trois ordres, ou trois classes differentes: la premiere est de ceux qui dépendent absolument des nombres & des figures, comme les Echets, le Jeu des Dames, & quel-

ques autres : la seconde de ceux qui dépendent du hazard, comme les Dez, & les Jeux semblables : la troisiéme de ceux qui dépendent de la justesse des mouvemens, comme les Jeux de l'Arquebuse, de l'Arc, de la Paume, & du Billard. Il y en a qui sont mêlez d'adresse & de hazard, comme le Trictrac, le Hocca, les Cartes, & la plûpart des autres. Mais il est constant, qu'il n'y en a point qu'on ne puisse si bien soûmettre aux Regles des Mathematiques, que l'on ne fût assûré de gagner, si l'on y pouvoit apporter toute l'habileté necessaire. Les Jeux d'adresse ont tant de rapport aux principes de la Statique & de la Mecanique, que ce n'est que faute d'en bien sçavoir les regles, ou de les bien mettre en usage, que l'on ne gagne pas dans ces Jeux-là. Il n'y a point de Jeu de hazard, où la victoire ne dépende de la rencontre d'un nombre, ou du poids, ou de l'étenduë de la figure. Le Joüeur qui imprime le mouvement pourroit déterminer la fin, s'il étoit parfaitement habile, & quoique cela ne paroisse pas possible, parce qu'on ne trouve personne d'une parfaite habileté, il est neanmoins vray que l'on pourroit le faire, & qu'une methode infaillible de gagner aux Echets, n'est pas absolument impossible;

Personne ne l'a encore trouvée, & je ne crois pas qu'on la trouve jamais, parce qu'elle dépend d'un trop grand nombre de combinaisons. C'est assez qu'un point de perfection soit possible, pour engager les curieux au travail. L'Orateur parfait, dit-soit Ciceron, n'a jamais été, mais il est possible; son idée, telle que ce grand Maître la peint, sert de modele à ceux qui se mettent en devoir de se rendre habiles en Eloquence. Il en est de même du Poëte, du Peintre, de l'Architecte, du Medecin, & de tous les autres. Aussi quoy qu'il soit vray que personne ne sçaura la methode immanquable de tous les Jeux, ni peut-être d'aucun, neanmoins il ne faut pas laisser de s'y rendre le plus habile que l'on peut, en tâchant d'approcher de l'idée qu'on se fait de cette methode, qui est enfermée dans l'exactitude des regles & des principes des Mathematiques.

C'est une chose bien extraordinaire que de vouloir mettre les Joüeurs dans mon parti, & engager dans l'étude des Récreations Mathematiques les Hommes d'Etat & les Capitaines: mais puis-je empêcher tout le monde de profiter des leçons qui sont établies sur les principes les plus naturels, & sur les veritez attachées à l'essence des choses? Puis-je défendre des

plaiſirs qui ſont engageans par leur utilité, & qui ſont ſi communs, ſi faciles, & ſi propres à tous ceux qui ont de la raiſon, qu'on ne peut pas les ôter aux hommes, ſans les priver de ce qu'il y a de plus agreable dans la vie.

Un ſeul Livre n'eſt pas capable de contenir toutes les propoſitions qu'on peut faire ſur cette matiere, c'eſt pourquoy je diviſe mon Traité en deux Volumes, où je ne donne que les Problêmes les plus faciles, les plus utiles, & les plus agreables: & pour conſerver un ordre je mettray les Problêmes des Nombres dans l'Arithmetique, les Problêmes Geometriques dans la Geometrie, &c. Ce premier Volume contient les Problêmes d'Arithmetique, de Geometrie, d'Optique, de Gnomonique, & de Coſmographie : le ſecond Volume comprend les Problêmes de Mecanique, de Pyrotechnie, & de Phyſique.

# TABLE
## DES PROBLÉMES.

### PROBLEMES D'ARITHMETIQUE.

PROBLE'ME I. *Une Abbesse aveugle visitant ses Religieuses qui sont dispersées également dans huit Cellules construites aux quatre angles d'un Quarré, & au milieu de chaque costé, trouve par tout un nombre égal de personnes dans chaque rang qui est composé de trois Cellules: & en les visitant une seconde fois elle trouve dans chaque rang le même nombre de personnes, quoy qu'il y soit entré quatre hommes: & en les visitant une troisiéme fois, elle trouve encore dans chaque rang le même nombre de personnes, quoique les quatre hommes soient sortis, chacun avec une Religieuse; on demande comment cela se peut & se doit faire.* Page 1

PROBL. II. *Soustraire par une seule operation plusieurs sommes de plusieurs autres sommes données.* 3

PROBL. III. *Multiplication abregée.* 4

PROBL. IV. *Division abregée.* 8

PROBL. V. *De quelques proprietez des Nombres.* 11

*Trouver deux nombres, dont les quarrez fassent ensemble un nombre quarré.* 12

*Trouver deux nombres, dont la somme & la diffe-*

*renee soient chacune un nombre quarré.* 13
*Trouver deux nombres, dont la somme & la difference soient chacune la moitié ou le double d'un nombre quarré.* 13
*Connoître quand un nombre proposé n'est point quarré.* 14
*Connoître quand une Fraction proposée est quarrée.* 14
*Connoître quand une Fraction proposée est cubique.* 15
*Trouver deux nombres triangulaires, dont la somme & la difference soient chacune un nombre Triangulaire.* 16
*Connoître si un nombre proposé est triangulaire.* 16. & 19
*Connoître quand un nombre proposé est Pentagone.* 19
*Trouver la somme de tant de nombres Triangulaires qu'on voudra, en commençant depuis l'Unité.* 19
*Trouver la somme de tant de nombres quarrez qu'on voudra depuis l'Unité.* 19
*Trouver la somme de tant de nombres cubiques qu'on voudra depuis l'Unité.* 21
*Trouver deux Fractions en raison donnée, dont la somme soit égale à leur produit.* 21
*Trouver par ordre tous les nombres parfaits.* 23
*Trouver toutes les Parties aliquotes, ou tous les Diviseurs d'un nombre proposé.* 24
*Trouver par ordre tous les nombres amiables.* 26
*Trouver deux nombres Triangulaires, dont les côtez different de l'Unité, & tels que leur somme & leur difference soient des nombres quarrez, & que la somme de leurs quarrez soit un nombre Triangulaire.* 32
*Table des nombres premiers entre* 1 & 10000. 34
PROBL. VI. *Des Triangles rectangles en nombres.* 37
*Trouver en nombres autant de Triangles rectangles*

*qu'on voudra.* 38
*Trouver en nombres autant de Triangles rectangles qu'on voudra, où les deux côtez different de l'Unité.* 38
*Trouver en nombres une infinité de Triangles rectangles, où l'excés de l'hypotenuse sur un côté soit l'unité.* 39
*Trouver en nombres une infinité de Triangles rectangles, tels que l'hypotenuse surpasse un costé de l'Unité, & que l'autre costé soit un nombre quarré.* 39
*Trouver en nombres une infinité de Triangles rectangles, où l'hypotenuse soit un nombre quarré.* 40
*Trouver en nombres une infinité de Triangles rectangles, où les bases & les hypotenuses soient des nombres Triangulaires, & les hauteurs soient des nombres cubiques.* 41
PROBL. VII. *De la Progression Arithmetique.* 42
*Trouver la somme d'autant de termes qu'on voudra d'une Progression Arithmetique.* 44
QUESTION I. *Un Proprietaire fait faire un Puits à un Masson, avec cette condition, qu'il luy donnera trois livres pour la premiere toise de profondeur, cinq pour la seconde, sept pour la troisiéme, & ainsi ensuite en augmentant de deux livres à chaque toise, jusqu'à vingt toises de profondeur. On demande combien il sera dû au Masson, quand les vingt toises de profondeur seront achevées.* 45
QUEST. II. *Un Voyageur a fait cent lieuës en huit jours de temps, & chaque jour il a fait également plus de chemin que le jour precedent, & sçachant que le premier jour il a fait seulement deux lieuës, on demande combien de lieuës il a fait chacun des autres jours.* 46

QUEST. III. *Un Voyageur a fait cent lieuës en huit jours de temps, & il a fait chaque jour trois lieuës plus que le precedent, on demande combien de lieuës il a fait chaque jour.* 46

QUEST. IV. *Un Voleur en s'enfuyant fait huit lieuës par jour, & un Archer le poursuit, qui n'a fait que trois lieuës le premier jour, cinq le second, sept le troisiéme, & ainsi ensuite en augmentant de deux lieuës chaque jour. On demande en combien de jours l'Archer atteindra le Voleur, & combien de lieuës chacun aura fait.* 47

QUEST. V. *On suppose que de Paris à Lyon il y a cent lieuës, & que deux Courriers sont partis en même temps, & par la même route, l'un de Paris pour aller à Lyon, en faisant deux lieuës chaque jour plus que le precedent, & l'autre de Lyon pour venir à Paris, en faisant trois lieuës chaque jour plus que le precedent : & que precisément au milieu du chemin, ils se sont rencontrez, le premier au bout de cinq jours, & le second au bout de quatre jours. On demande combien de lieuës ces deux Courriers ont fait chaque jour.* 48

QUEST. VI. *Il y a cent pommes & un panier rangez en ligne droite, & éloignez par tout d'un Pas les uns des autres. On demande combien de Pas feroit celuy qui entreprendroit de cueillir ces pommes les unes aprés les autres, & de les rapporter dans son panier, qui seroit toûjours dans une même place.* 49

PROBL. VIII. *De la Progression Geometrique.* 49

*Trouver entre deux nombres donnez un moyen Geometrique proportionnel.* 51

*Trouver entre deux nombres donnez deux moyens Geometriques continuellement proportionnels.* 51

*Trouver entre deux nombres donnez un moyen proportionnel Arithmetique.* 52
*Trouver entre deux nombres donnez deux moyens Arithmetiques continuellement proportionnels.* 52
*Trouver la somme de tous les termes infinis d'une Progression Geometrique qui décroît.* 53
QUEST. *Un grand Navire en poursuit sur le même Rumb un plus petit, dont il est éloigné de quatre lieuës, & il marche deux fois plus viste que le plus petit. On demande le chemin que le grand Navire doit faire pour atteindre le plus petit.* 54
PROBL. IX. *Des Quarrez Magiques.* 55
QUEST. *Disposer en trois rangs les neuf premieres Cartes depuis l'As jusqu'au Neuf, de sorte que tous les points de chaque rang pris en long, ou en large, ou en diagonale, fassent ensemble une même somme.* 60
PROBL. X. *Du Triangle Arithmetique.* 62
*Des Combinaisons.* 62
*Des Permutations.* 65
*Des Partis du jeu.* 69
*Du jeu des Dez.* 76
PROBL. XI. *Plusieurs Dez étant jettez, trouver le nombre des points qui en proviennent aprés quelques operations.* 81
PROBL. XII. *Deux Dez étant jettez, trouver les points de dessus de chaque Dé, sans les voir.* 82
PROBL. XIII. *Trois Dez étant jettez, trouver les points de dessus de chaque Dé sans les voir.* 84
PROBL. XIV. *Deviner le nombre que quelqu'un a pensé.* 85
PROBL. XV. *Trouver le nombre qui reste à quelqu'un aprés quelques operations, sans luy rien demander.* 95
PROBL. XVI. *Trouver le nombre que quelqu'un aura pensé,*

*pensé, sans luy rien demander.* 96
PROBL. XVII. *Deviner deux nombres que quelqu'un aura pensé.* 98
PROBL. XVIII. *Deviner plusieurs nombres que quelqu'un aura pensez.* 102
PROBL. XIX. *Une personne tenant dans une main un certain nombre pair de pistoles, & un nombre impair en l'autre main, deviner en quelle main est le nombre pair & impair.* 106
QUEST. *Une personne tenant une piece d'or dans une main, & une piece d'argent dans l'autre, trouver en quelle main est la piece d'or & la piece d'argent.* 107
PROBL. XX. *Trouver deux nombres, dont on connoît la raison, & la difference.* 108
QUEST. *Quelqu'un ayant autant de pieces de monnoye dans une main que dans l'autre, deviner combien il y en a en chaque main.* 109
PROBL. XXI. *Deux personnes étant convenus de prendre à plaisir des nombres moindres qu'un nombre proposé, en continuant alternativement jusqu'à ce que tous leurs nombres fassent ensemble un nombre déterminé plus grand que le proposé; faire qu'on arrive à ce nombre déterminé plus grand.* 110
PROBL. XXII. *Diviser un nombre donné en deux parties, dont la raison soit égale à celle de deux nombres donnez.* 112
QUEST. *Faire la monnoye d'un Ecu blanc en deux especes differentes, en sorte qu'il y ait autant d'une espece que de l'autre.* 113
PROBL. XXIII. *Trouver un nombre, qui étant divisé separément par des nombres donnez, il reste par tout* 1, *& étant divisé par un autre nombre donné, il ne reste rien.* 114

QUEST. *Trouver combien il y avoit de Loüis d'or dans une bourse qu'une personne dit avoir perduë, & qui assure qu'en les comptant deux à deux, ou trois à trois, ou cinq à cinq, il en restoit toûjours un, & qu'en les comptant sept à sept, il n'en restoit point.* 118

PROBL. XXIV. *Diviser plusieurs nombres donnez chacun en deux parties, & trouver deux nombres, en sorte que multipliant la premiere partie de chacun des nombres donnez par le premier nombre trouvé, & la seconde par le second, la somme des deux produits soit par tout la même.* 119

QUEST. *Une femme a vendu* 15 *pommes au Marché à un certain prix, une autre femme en a vendu* 25 *au même prix, & une troisiéme femme en a vendu* 30 *aussi au même prix, & chacune a rapporté une même somme d'argent. On demande comment cela se peut & se doit faire.* 122

PROBL. XXV. *De plusieurs nombres en Progression arithmetique, & disposez en rond, dont le premier soit l'unité, trouver celuy que quelqu'un aura pensé.* 123

PROBL. XXVI. *Deviner de trois personnes combien chacune aura pris de Cartes, ou de jettons.* 125

PROBL. XXVII. *De trois Cartes inconnuës, deviner celle que chacune de trois personnes aura prise.* 126

PROBL. XXVIII. *De trois Cartes connuës, deviner celle que chacune de trois personnes aura prise.* 128

PROBL. XXIX. *Deviner entre plusieurs Cartes celle que quelqu'un aura pensé.* 129

PROBL. XXX. *Plusieurs Cartes differentes étant proposées successivement à autant de personnes, pour en retenir une dans sa memoire, deviner celle que chacun aura pensé.* 130

PROBL. XXXI. *De plusieurs Cartes disposées également en trois rangs, deviner celle que quelqu'un aura pensé.* 131

PROBL. XXXII. *Deviner combien il y a des points dans une Carte que quelqu'un a tirée d'un Jeu de Cartes complet.* 132

PROBL. XXXIII. *Deviner le nombre de tous les points qui sont en deux Cartes qu'on aura tirées d'un Jeu de Cartes complet.* 133

PROBL. XXXIV. *Deviner le nombre de tous les points qui sont en trois Cartes qu'on aura tirées à volonté d'un Jeu de Cartes complet.* 135

PROBL. XXXV. *Du Jeu de l'anneau.* 138

PROBL. XXXVI. *Ayant un Vase rempli de huit pintes de quelque liqueur, en mettre justément la moitié dans un autre Vase de cinq pintes par le moyen d'un troisiéme Vase contenant trois pintes.* 140

---

# PROBLEMES DE GEOMETRIE.

PROBLEME I. *Tirer à une ligne donnée une perpendiculaire par l'une de ses extrémitez.* 142

PROBL. II. *Tirer par un point donné une ligne parallele à une ligne donnée.* 145

PROBL. III. *Diviser avec une même ouverture du Compas une ligne donnée en autant de parties égales qu'on voudra.* 144

PROBL. IV. *Faire un Angle égal à la moitié, ou bien au double d'un Angle donné.* 145

PROBL. V. *Faire un Angle égal au tiers, ou bien au triple d'un Angle donné.* 145

PROBL. VI. *Trouver à deux lignes données une troisiéme, & autant d'autres proportionnelles qu'on*

*voudra.* 146
PROBL. VII. *Décrire sur une ligne donnée autant de Triangles differens qu'on voudra, dont les aires soient égales.* 147
PROBL. VIII. *Décrire sur une ligne donnée autant de Triangles differens qu'on voudra, dont les contours soient égaux.* 147
PROBL. IX. *Décrire deux Triangles isoscéles differens de même aire, & de même contour.* 148
PROBL. X. *Décrire trois Triangles rectangles differens, dont les aires soient égales.* 151
PROBL. XI. *Décrire trois Triangles égaux, dont le premier soit rectangle, le second soit Oxygone, & le troisiéme soit Amblygone.* 153
PROBL. XII. *Trouver une ligne droite égale à un arc de Cercle donné.* 155
*Trouver la circonference d'un Cercle, dont on connoît le Diametre.* 156
*Connoître le Diametre d'un Cercle, ou d'une Boule, par sa circonference connuë.* 156
PROBL. XIII. *Trouver entre deux lignes données une, ou deux, ou trois moyennes proportionnelles.* 157
PROBL. XIV. *Décrire dans un Cercle donné quatre Cercles égaux qui se touchent mutuellement, & aussi la circonference du Cercle donné.* 159
PROBL. XV. *Décrire dans un Demi-cercle donné trois Cercles qui touchent la circonference, & le Diametre de ce Demi-cercle donné, & dont celuy du milieu, qui est le plus grand, touche les deux autres qui sont égaux.* 160
PROBL. XVI. *Décrire quatre Cercles proportionnels, en sorte que leur somme soit égale à un Cercle donné, & que la somme de leurs Rayons soit égale à une ligne donnée.* 161

PROBL. XVII. *Déterminer sur la circonference d'un Cercle donné un arc, dont le Sinus soit égal à la corde du complement de cet arc.* 162

PROBL. XVIII. *Décrire un Triangle rectangle, dont les trois côtez soient en proportion Geometrique.* 163

PROBL. XIX. *Décrire quatre Cercles égaux qui se touchent mutuellement, & qui touchent par le dehors la circonference d'un Cercle donné.* 164

PROBL. XX. *Décrire un Triangle rectangle, dont les trois côtez soient en proportion Arithmetique.* 165

PROBL. XXI. *Décrire six Cercles égaux qui se touchent mutuellement, & aussi les trois côtez & les trois angles d'un Triangle donné équilateral.* 166

PROBL. XXII. *Etant donnez plusieurs Demi-cercles qui se touchent à l'angle droit de deux lignes perpendiculaires, & qui ont leurs centres sur l'une de ces deux lignes; trouver les points où ces Demi-cercles peuvent être touchez par des lignes droites tirées de ces points à un point donné sur l'autre ligne perpendiculaire.* 167

PROBL. XXIII. *Décrire un Triangle rectangle, dont l'aire soit en nombres, égale à son contour.* 168

PROBL. XXIV. *Décrire au dedans d'un Triangle équilateral trois Cercles égaux, qui se touchent mutuellement, & aussi les trois côtez du Triangle équilateral.* 170

PROBL. XXV. *Décrire un Triangle rectangle, dont l'aire en nombres soit sesquialtere de son contour.* 171

PROBL. XXVI. *Décrire au dedans d'un Quarré donné quatre Cercles égaux qui se touchent mutuellement, & aussi le côté de ce Quarré.* 172

PROBL. XXVII. *Décrire un Parallelogramme rectangle, dont l'aire en nombres soit égale au contour.* 173

PROBL. XXVIII. *Mesurer avec le chapeau une ligne accessible sur la terre en l'une de ses deux extrémitez.* 174

PROBL. XXIX. *Mesurer une Ligne horizontale accessible en l'une de ses deux extremitez, par le moyen de deux bâtons inégaux.* 175

PROBL. XXX. *Mesurer une Hauteur accessible par le moyen de son ombre.* 176

PROBL. XXXI. *Trouver à trois lignes données une quatriéme proportionnelle.* 177

PROBL. XXXII. *Décrire sur une ligne donnée un Parallelogramme rectangle, dont l'aire soit double de celle d'un Triangle donné.* 177

PROBL. XXXIII. *Changer un Triangle donné en un autre Triangle, dont chaque côté soit plus grand que chaque côté du Triangle donné.* 178

PROBL. XXXIV. *Etant donnez sur une même ligne droite deux Demi-cercles qui se touchent en dedans, décrire un Cercle qui touche la ligne droite, & les circonferences des deux Demi-cercles donnez.* 179

PROBL. XXXV. *Etant donnez sur une ligne droite trois Demi-cercles qui se touchent en dedans, décrire un Cercle qui touche les circonferences des trois Demi-cercles.* 180

PROBL. XXXVI. *Etant donnez sur une ligne droite trois Demi-cercles qui se touchent en dedans, avec une autre ligne droite tirée par le point d'attouchement des deux Demi-cercles interieurs, & perpendiculaire à la premiere ligne droite, décrire deux Cercles égaux qui touchent cette perpendiculaire, & les circonferences des deux De-*

*mi-cercles.* 182

PROBL. XXXVII. *Décrire un Triangle, dont l'aire & le contour soient un même nombre quarré.* 183

PROBL. XXXVIII. *Faire passer une circonference de Cercle par trois points donnez, sans en connoître le centre.* 184

PROBL. XXXIX. *Etant données deux lignes perpendiculaires à une même ligne tirée par leurs extrémitez, trouver sur cette ligne un point également éloigné de chacune des deux autres extrémitez.* 185

PROBL. XL. *Décrire deux Triangles rectangles, dont les lignes soient telles, que la difference des deux plus petites du premier soit égale à celle des deux plus grandes du second, & que reciproquement la difference des deux plus petites du second soit égale à celle des deux plus grandes du premier.* 186

PROBL. XLI. *Diviser la circonference d'un Demi-cercle donné en deux arcs inégaux, en sorte que le Demi-diametre soit moyen proportionnel entre les cordes de ces deux arcs.* 188

PROBL. XLII. *Une Echelle d'une longueur connuë étant appuyée contre une muraille d'une certaine distance, trouver combien elle décendra lorsqu'on l'éloignera un peu davantage du pied de la même muraille.* 189

PROBL. XLIII. *Mesurer une ligne accessible sur la Terre par le moyen de la lumiere & du bruit d'un Canon.* 190

# PROBLE'MES D'OPTIQUE.

PROBLEME I. *Faire qu'un Objet étant vû de loin, ou de plus proche, paroisse toûjours de la même grandeur.* 193

PROBL. II. *Trouver un point, duquel deux parties inégales d'une ligne droite paroissent égales.* 194

PROBL. III. *Etant donné un point de quelque objet, & le lieu de l'œil, trouver le point de réflexion sur la Surface d'un Miroir plat.* 195

PROBL. IV. *Tirer par derriere l'épaule un Pistolet aussi justement que si on le couchoit en joüe.* 197

PROBL. V. *Mesurer une Hauteur par Reflexion.* 198

PROBL. VI. *Representer en Perspective tout ce que l'on voudra, sans se servir du Point de vûë.* 199

PROBL. VII. *Representer en Perspective un Polyëdre équilateral terminé par six Quarrez égaux, & par huit Exagones reguliers & égaux entre eux.* 201

PROBL. VIII. *Representer en Perspective un Polyëdre équilateral, terminé par six Quarrez égaux, & par huit Triangles équilateraux & égaux entre eux.* 203

PROBL. IX. *Representer en Perspective un Polyëdre équilateral terminé par six Quarrez égaux, & par douze Triangles isoscéles & égaux entre eux, dont la hauteur est égale à la base.* 204

PROBL. X. *Representer en Perspective un Polyëdre équilateral terminé par douze Quarrez égaux, par huit Exagones reguliers & égaux, & par six Octogones reguliers & égaux.* 205

PROBL. XI. *Etant donnez le point de l'œil & de quelque objet, avec le point de Reflexion sur la Surface d'un Miroir plan, déterminer dans ce Miroir le*

*lieu de l'image de l'objet proposé.* 207
PROBL. XII. *Etant donnez les points de l'œil, & de quelque objet, avec le point de Reflexion sur la Surface convexe d'un Miroir Spherique, déterminer dedans ou dehors de ce Miroir l'image de l'Objet proposé.* 209
PROBL. XIII. *Déterminer le lieu de quelque Objet vû par Reflexion sur la Surface d'un Miroir Cylindrique.* 211
PROBL. XIV. *Etant donnez les points de l'œil, & de quelque Objet, avec le point de Reflexion sur la Surface concave d'un Miroir Spherique, déterminer dedans ou dehors de ce Miroir l'image de l'Objet proposé.* 213
PROBL. XV. *Des Miroirs ardans.* 215
PROBL. XVI. *Des Spheres de Verre propres à produire du feu aux Rayons du Soleil.* 222
PROBL. XVII. *Des Lentilles de Verre, propres à produire du feu aux Rayons du Soleil.* 228
*Des Lentilles de Verre, faites en forme de Segment de Sphere.* 229
*Des Lentilles de Verre, convexes des deux côtez.* 231
*Des Lentilles de Verre, convexes d'un côté, & concaves de l'autre.* 232
PROBL. XVIII. *Representer dans une Chambre close les Objets de dehors avec leurs couleurs naturelles, par le moyen d'une Lentille de Verre convexe des deux costez.* 236
PROBL. XIX. *Décrire sur un Plan une figure difforme qui paroisse au naturel, étant regardée d'un point déterminé.* 238
PROBL. XX. *Décrire sur un Plan une figure difforme qui paroisse dans sa perfection, étant vûë par Reflexion dans un Miroir plan.* 239
PROBL. XXI. *Décrire sur un Plan Horizontal une*

*figure difforme qui paroisse au naturel sur un Plan Vertical transparant, posé entre l'œil & la figure difforme.* 241

PROBL. XXII. *Décrire sur la Surface convexe d'une Sphere une figure difforme, qui paroisse au naturel, étant regardée d'un point déterminé.* 242

PROBL. XXIII. *Décrire sur la Surface convexe d'un Cylindre une figure difforme, qui paroisse belle quand elle sera vûë d'un point déterminé.* 244

PROBL. XXIV. *Décrire sur la Surface convexe d'un Cone une figure difforme, qui paroisse au naturel, étant regardée d'un point déterminé.* 245

PROBL. XXV. *Décrire sur un Plan horizontal une figure difforme qui paroisse belle sur la Surface convexe d'un Miroir Cylindrique droit, étant vûë par Reflexion d'un point donné.* 247

PROBL. XXVI. *Décrire sur un Plan horizontal une figure difforme qui paroisse belle sur la Surface convexe d'un Miroir Conique élevé à angles droits sur ce Plan, étant vûë par Reflexion d'un point donné dans l'Axe prolongé de ce Cone speculaire.* 250

PROBL. XXVII. *Décrire une Lanterne artificielle, par le moyen de laquelle on puisse lire la nuit de fort loin.* 252

PROBL. XXVIII. *Par le moyen de deux Miroirs plans faire paroître un visage sous des formes differentes.* 253

PROBL. XXIX. *Par le moyen de l'eau faire voir un Jetton qui seroit caché à l'œil dans le fond d'un vase vuide.* 254

PROBL. XXX. *Representer en perfection une Iris sur le plancher d'une Chambre obscure.* 255

## PROLE'MES DE GNOMONIQUE.

PROBL. I. *Décrire dans un Parterre un Cadran Horizontal avec des herbes.* 256
PROBL. II. *Décrire un Cadran Horizontal, dont on a le Centre & la Ligne Equinoxiale.* 259
PROBL. III. *Décrire un Cadran Horizontal par le moyen d'un Quart de Cercle.* 260
PROBL. IV. *Décrire un Cadran Horizontal, & un Cadran Vertical Meridional, par le moyen d'un Cadran Polaire.* 261
PROBL. V. *Décrire un Cadran Horizontal, & un Cadran Vertical Meridional, par le moyen d'un Cadran Equinoxial.* 262
PROBL. VI. *Décrire un Cadran Vertical sur un quarreau de Vitre, où l'on puisse connoître les heures aux Rayons du Soleil, sans aucun stile.* 263
PROBL. VII. *Décrire trois Cadrans sur trois Plans differens, où l'on puisse connoître les heures au Soleil par l'ombre d'un seul Axe.* 264
PROBL. VIII. *Tracer un Cadran sur un Plan Horizontal par le moyen de deux points d'ombre marquez sur ce Plan au temps des Equinoxes.* 267
PROBL. IX. *Tracer un Cadran sur un Plan horizontal, où les points de cinq & de sept heures sont donnez sur la Ligne Equinoxiale.* 269
PROBL. X. *Etant donné un Cadran, soit Horizontal, ou Vertical, trouver pour quelle Latitude il a été fait, lorsque l'on connoît la longueur & le pied du stile.* 272
PROBL. XI. *Trouver le Pied & la longueur du stile dans un Cadran Vertical déclinant.* 274
*Trouver par la Trigonometrie l'Angle de l'Equino-*

*xiale avec la Meridienne d'un Cadran Vertical déclinant.* 276
*Trouver par la Trigonometrie l'Elevation du Pole sur le Plan d'un Cadran Vertical, déclinant.* 277
*Trouver par la Trigonometrie la difference des Longitudes dans un Cadran Vertical déclinant.* 276
*Trouver par la Trigonometrie l'Angle de la Ligne de six heures avec la Meridienne d'un Cadran Vertical déclinant.* 276
*Trouver par la Trigonometrie l'Angle de la Ligne Equinoxiale avec l'Horizontale d'un Cadran Vertical déclinant.* 278
*Trouver par la Trigonometrie l'Angle de la Ligne Soustilaire avec l'Horizontale d'un Cadran Vertical déclinant.* 278
PROBL. XII. *Décrire un Cadran portatif dans un Quart de Cercle.* 279
*Table des Hauteurs du Soleil à chaque heure du jour, pour la Latitude de 49 degrez.* 279
*Connoître l'heure sans Cadran par le moyen de la Hauteur connuë du Soleil, & de la Table des Hauteurs du Soleil.* 284
*Trouver la Hauteur du Soleil sur l'Horizon par le moyen de l'Ombre d'un Stile.* 284
*Connoître sans Cadran l'heure du jour par la Geometrie.* 285
*Connoître par la Trigonometrie la Déclinaison du Soleil.* 286
*Connoître sans Cadran l'heure du jour par la Trigonometrie.* 287
PROBL. XIII. *Décrire un Cadran portatif sur une Carte.* 288
PROBL. XIV. *Décrire un Cadran Horizontal Rectiligne Universel.* 292
*Rendre Universel un Cadran Horizontal décrit pour*

*quelque Latitude particuliere que ce soit.* 295
PROBL. XV. *Décrire un Cadran Horizontal Elliptique Universel.* 296
PROBL. XVI. *Décrire un Cadran Horizontal Hyperbolique Universel.* 297
PROBL. XVII. *Décrire un Cadran Horizontal Parabolique Universel.* 298
PROBL. XVIII. *Décrire un Cadran sur un Plan Horizontal, où l'on puisse connoître les heures au Soleil sans l'ombre d'aucun stile.* 300
*Table des Verticaux du Soleil depuis le Meridien, à chaque heure du Jour, pour la Latitude de 49 degrez.* 300
PROBL. XIX. *Décrire un Cadran à la Lune.* 304
PROBL. XX. *Décrire un Cadran par Reflexion.* 307
PROBL. XXI. *Décrire un Cadran par Refraction.* 308
*Table des Angles brisez dans l'eau, pour tous les degrez des Angles d'inclinaison.* 309

## PROBLE'MES DE COSMOGRAPHIE.

PROBLEME I. *Trouver en tout temps & en tout lieu les quatre Parties Cardinales du Monde, sans voir le Soleil, ni les Etoiles, ni sans se servir de la Boussole.* 312
PROBL. II. *Trouver la Longitude d'un Lieu proposé de la Terre.* 314
PROBL. III. *Trouver la Latitude d'un Lieu proposé de la Terre.* 318
PROBL. IV. *Connoître la quantité du plus grand Jour d'Eté en un Lieu proposé de la Terre, dont on connoît la Latitude.* 319
*Trouver par la Trigonometrie l'Amplitude Orientale ou Occidentale d'un point proposé de l'Ecli-*

*ptique* 321
*Trouver par la Trigonometrie la Difference Ascensionnelle d'un point proposé de l'Ecliptique pour une Latitude proposée.* 322
PROBL. V. *Trouver le Climat d'un Lieu proposé de la Terre, dont la Latitude est connuë.* 323
PROBL. VI. *Trouver la valeur d'un Degré d'un grand Cercle de la Terre.* 325
PROBL. VII. *Connoître la Circonference, le Diametre, la Surface, & la Solidité de la Terre.* 327
PROBL. VIII. *Connoître la quantité d'un Degré d'un petit Cercle proposé de la Terre.* 332
PROBL. IX. *Trouver la distance de deux Lieux proposez de la Terre, dont on connoît les Longitudes & les Latitudes.* 335
PROBL. X. *Décrire la ligne courbe que feroit un Vaisseau sur la Mer en faisant sa route par un même Rumb marqué dans la Boussole.* 341
PROBL. XI. *Representer la ligne courbe que décriroit par le mouvement de la Terre un corps pesant en tombant librement de haut en bas jusqu'au centre de la Terre.* 344
PROBL. XII. *Connoître quand une Année proposée est Bissextile.* 346
PROBL. XIII. *Trouver le Nombre d'or en une Année proposée.* 348
PROBL. XIV. *Trouver l'Epacte pour une Année proposée.* 350
PROBL. XV. *Trouver l'âge de la Lune en un jour donné d'une Année proposée.* 356
PROBL. XVI. *Trouver la Lettre Dominicale, & le Cycle Solaire d'une Année proposée.* 358
PROBL. XVII. *Trouver à quel jour de la Semaine tombe un Jour donné d'une Année proposée.* 365
PROBL. XVIII. *Trouver la Fête de Pâques, & les*

*autres Fêtes mobiles en une Année proposée.* 367
*Table pour trouver la Fête de Pâques.* 370
PROBL. XIX. *Trouver à quel jour de la Semaine commence chaque Mois d'une Année proposée.* 373
*Table pour trouver le commencement de chaque Mois.* 373
PROBL. XX. *Trouver le quantiéme du mois se rencontre un jour donné de la Semaine en une Année proposée.* 374
*Table pour trouver à quel jour du mois arrive un jour proposé de la Semaine.* 374
*Table des Lettres Dominicales pour chaque année, depuis la naissance de Nôtre Seigneur, jusqu'à l'année* 1700. 379
*Suite de la Table des Lettres Dominicales jusqu'à l'année* 2800. 380
PROBL. XXI. *Trouver le nombre de l'Indiction Romaine pour une Année proposée.* 381
PROBL. XXII. *Trouver le nombre de la Periode Julienne pour une Année proposée.* 383
PROBL. XXIII. *Trouver le nombre de la Periode Dionisienne pour une Année proposée.* 386
PROBL. XXIV. *Connoître les Mois de l'Année, qui ont* 31 *jours, & ceux qui n'en ont que* 30. 390
PROBL. XXV. *Trouver le jour de chaque Mois, auquel le Soleil entre dans un Signe du Zodiaque.* 391
PROBL. XXVI. *Trouver le degré du Signe, où le Soleil se rencontre en un jour proposé de l'Année.* 392
PROBL. XXVII. *Trouver le Lieu de la Lune dans le Zodiaque en un jour proposé d'une Année.* 393
PROBL. XXVIII. *Trouver à quel Mois de l'Année appartient une Lunaison.* 394
PROBL. XXIX. *Connoître les Années Lunaires qui*

*sont communes, & celles qui sont Emboliſmiques.* 395
PROBL. XXX. *Trouver le temps auquel la Lune éclaire pendant la nuit en un jour proposé.* 396
PROBL. XXXI. *Trouver la Hauteur du Soleil, & la Ligne Meridienne.* 398
PROBL. XXXII. *Connoître facilement les Calendes, les Nones, & les Ides à chaque mois de l'Année.* 399

## Fin de la Table des Problêmes.

---

*Extrait du Privilege du Roy.*

PAr grace & Privilege du Roy, il est permis au sieur Ozanam, Professeur en Mathematique, de faire imprimer, vendre & distribuer un Livre intitulé *Cours de Mathematique, qui comprend toutes les parties de cette Science les plus utiles & les plus necessaires, &c. Avec des Recreations Mathematiques & Physiques, &c.* en un ou plusieurs Volumes, conjointement ou separément, en telle marge, grandeur, & caractere qu'il voudra, durant le temps de quinze années, à commencer du jour que ledit Ouvrage sera achevé d'imprimer, avec défenses à tous Libraires, Imprimeurs, & à toute autre personne, d'imprimer, faire imprimer ledit Ouvrage sous pretexte de correction, d'augmentation, changement de titre, ni autrement, à peine de deux mille livres d'amende, & autres peines portées par ledit Privilege. DONNE' à Versailles le onziéme jour de Janvier l'an de grace 1692. Signé, Par le Roy en son Conseil, BOUCHER.

Et ledit sieur Ozanam a cedé le present Privilege à Jean Jombert, Libraire à Paris, suivant l'accord fait entre eux.

*Registré sur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, le 21. Janvier 1692.* Signé P. AUBOÜIN. Syndic.

PROBLEMES

# PROBLEMES D'ARITHMETIQUE.

COMME je ne prétens pas ajoûter ici des Problêmes bien difficiles, je ne prétens pas aussi en donner les démonstrations, pour ne pas embarrasser l'esprit de ceux que je veux divertir par la lecture de plusieurs Problêmes utiles & agreables, me contentant de leur donner pour la solution de ces Problêmes des regles infaillibles qui ne les tromperont jamais.

## PROBLEME I.

*Une Abbesse aveugle visitant ses Religieuses qui sont dispersées également dans huit Cellules construites aux quatre angles d'un Quarré, & au milieu de chaque côté, trouve par tout un nombre égal de personnes dans chaque rang, qui est composé de trois Cellules: & en les visitant une seconde fois, elle trouve dans chaque rang le même nombre de personnes, quoiqu'il y soit entré quatre hommes: & en les visitant une troisiéme fois, elle trouve encore dans chaque rang le même nombre de personnes, quoique les quatre hom-*

*mes soient sortis, chacun avec une Religieuse; on demande comment cela se peut & se doit faire.*

POur resoudre le premier cas, auquel les quatre hommes sont entrez dans les Cellules, il faut qu'un homme se mette dans la Cellule de chaque angle, & que deux Religieuses en sortent pour passer dans chaque Cellule du milieu; en sorte que chaque Cellule des angles contienne une personne moins qu'auparavant, & que chaque Cellule du milieu en contienne deux de plus. Comme si dans la premiere visite chaque Cellule contenoit, par exemple, trois Religieuses, en sorte que chaque rang fût de neuf Religieuses, qui seroient en tout au nombre de vingt-quatre, il faut que dans la seconde visite; c'est à dire dans le premier cas, il y ait cinq Religieuses dans chaque milieu, & deux personnes dans chaque angle, sçavoir un homme & une Religieuse, ce qui fera toûjours neuf personnes dans chaque rang.

| | | |
|---|---|---|
| 3 | 3 | 3 |
| 3 | | 3 |
| 3 | 3 | 3 |

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 5 | 2 |
| 5 | | 5 |
| 2 | 5 | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 1 | 4 |
| 1 | | 1 |
| 4 | 1 | 4 |

Pour resoudre le second cas, auquel les quatre hommes sont sortis, avec quatre Religieuses, chaque Cellule des angles contiendra une Religieuse de plus que dans la premiere visite, & chaque Cellule du milieu en contiendra deux de moins: de sorte que dans cet exemple chaque cellule des angles contiendra quatre Religieuses, & il y en aura seulement une dans chaque Cellule du milieu, ce qui

sera aussi neuf personnes dans chaque rang, quoy qu'il ne reste plus que vingt Religieuses.

## PROBLEME II.

*Soustraire par une seule operation plusieurs sommes de plusieurs autres sommes données.*

POur ôter toutes les sommes d'en bas, qui sont au dessous de la ligne en B, de toutes les sommes d'en haut, qui sont au dessus de la ligne en A, l'on commencera à ajoûter ensemble les nombres de la premiere colonne d'en bas à la droite, en disant 8 & 4 font 12, & 2 font 14, qui étant ôtez de la plus proche dizaine, c'est à dire de deux dixaines, ou de 20, il reste 6, qu'on ajoûtera à la colonne correspondante de dessus, en disant 6 & 8 font 14, & 2 font 16, & 4 font 20, & 3 font 23, il faudra écrire 3 en dessous, & parce qu'il y a ici deux dixaines comme auparavant, on ne retiendra rien.

| | |
|---|---|
| 56243 | |
| 84564 A | |
| 3252 | |
| 26848 | |
| 2942 | |
| 3654 B | |
| 2308 | |
| 162003 | |

Ajoûtez de la même façon les nombres de la colonne suivante d'en bas, en disant 0 & 5 font 5, & 4 font 9, qui étant ôtez de la plus proche dixaine, ou de 10, il reste 1, qu'on ajoûtera pareillement à la colonne correspondante d'en haut, en disant 1 & 4 font 5, & 5 font 10, & 6 font 16, & 4 font 20, il faudra écrire 0 en dessous, & parce qu'il y a ici deux dixaines, & que dans la colonne d'en bas il n'y en a eu qu'une, on retiendra la difference 1, qu'on ôtera de la colonne suivante d'en bas, parce qu'on a trouvé plus de dixai-

nes en A qu'en B, car il la faudroit ajoûter, si l'on avoit trouvé moins de dixaines en A qu'en B, & quand il arrivera que cette difference ne pourra pas être ôtée de la colonne d'en bas, pour n'y avoir point de figures significatives, comme il arrive ici à la cinquiéme colonne, on l'ajoûtera à la colonne d'en haut, & l'on écrira toute la somme au dessous de la ligne, de sorte que dans cet exemple l'on aura 162003, pour le reste de la Soustraction.

## PROBLEME III.

### *Multiplication abregée.*

POur multiplier un nombre quelconque, par exemple 128, par un nombre qui soit produit par la Multiplication de deux autres, comme par 24, qui est produit par la Multiplication de ces deux 4, 6, ou de ces deux, 3, 8; on multipliera le nombre proposé 128 par 4, & le produit 512 par 6, ou bien on multipliera le nombre proposé 128 par 3, & le produit 384 par 8, & l'on aura 3072 pour le produit de la multiplication qu'il falloit faire.

D'où il suit, que pour multiplier un nombre proposé par un nombre quarré, il faut multiplier le nombre proposé par le côté de ce nombre quarré, & multiplier encore le produit par le même côté. Comme pour multiplier 128 par 25, dont la Racine quarrée, ou le côté est 5, on multipliera 128 par 5, & le produit 640 encore par 5, & l'on aura 3200 pour le produit de la Multiplication. Ainsi pour sçavoir combien il y a de pieds quarrez en 32 toises quarrées, on multipliera 32 par 6, & le produit 192 encore par 6, & l'on aura 1152 pour

le nombre des pieds quarrez qu'on cherche.

Pour multiplier un nombre quelconque, par exemple, 128 par un nombre qui soit produit par la Multiplication de trois autres, comme par 108, qui est produit par la Multiplication de ces trois 2, 6, 9, ou de ces trois 3, 6, 6; on multipliera le nombre proposé 128 par 2, & le produit 256 par 6, & le second produit 1536 par 9, ou bien l'on multipliera le nombre proposé 128 par 3, & le produit 384 par 6, & le second produit 2304 encore par 6, & l'on aura 13824 pour le produit de la Multiplication qu'il falloit faire.

D'où il suit, que pour multiplier un nombre proposé par un nombre cubique, il faut multiplier le nombre proposé par le côté de ce nombre cubique, & le produit par le même côté, & le second produit encore par le même côté. Comme pour multiplier 128 par 125, dont la Racine cubique ou le côté est 5, on multipliera 128 par 5, & le produit 640 encore par 5, & le second produit 3200 derechef par 5, & l'on aura 16000 pour le produit de la Multiplication. Ainsi pour sçavoir combien il y a de pieds cubes en 32 toises cubes, on multipliera 32 par 6, & le produit 192 aussi par 6, & le second produit 1152 encore par 6, & l'on aura 6912 pour le nombre des pieds cubes qu'on cherche.

Pour multiplier un nombre quelconque par telle puissance qu'on voudra de 5, on ajoûtera au nombre proposé vers la droite autant de zero que l'exposant de la Puissance comprendra d'unitez, comme un zero pour 5, deux zero pour son quarré 25, trois zero pour son cube 125, & ainsi ensuite, & l'on divisera ce nombre ainsi augmenté par une semblable Puissance de 2, sçavoir par 2 pour 5, par 4

pour son quarré 25, par 8 pour son cube 125, & ainsi ensuite.

Comme pour multiplier 128 par 5, on divisera 1280 par 2, & le quotient 640 sera le produit de la Multiplication : mais pour multiplier 128 par 25 quarré de 5, on divisera 12800 par 4 quarré de 2, & le quotient donnera 3200 pour le produit de la Multiplication : & pour multiplier le même nombre 128 par 125 cube de 5; on divisera 128000 par 8 cube de 2, & le quotient donnera 16000 pour le produit de la Multiplication. Ainsi des autres, comme vous voyez dans la Table suivante.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 128.0. | 128.00. | 128.000. | 128.0000 |
| 5 | 25 | 125 | 625 |
| 2 | 4 | 8 | 16 |
| 640 | 3200 | 16000 | 80000 |

Pour sçavoir combien valent 53 loüis d'or à 11 livres le loüis d'or, il faudroit multiplier 53 par 11; pour cette fin on écrira 53 sous 53, en l'avançant d'une colonne vers la gauche, en sorte que le 3 réponde sous le 5, & la somme de ces deux nombres ainsi disposez, donnera 583 livres pour la valeur de 53 loüis d'or, à 11 livres le loüis d'or.

53
53
583

Pour sçavoir combien valent 53 loüis d'or à 12 liv. 10 s. le loüis d'or, il faudroit multiplier 12 liv. 10 s. par 53, pour cette fin on prendra la huitiéme partie du nombre donné 53, augmenté de deux zero vers la droite, sçavoir la huitiéme partie

de 5300 consideré comme 5300 livres, & l'on aura 662 liv. 10 s. pour la valeur de 53 loüis d'or à 12 liv. 10 s. le loüis d'or.

Pour sçavoir combien valent 53 loüis d'or à 12 liv. 5 s. le loüis d'or, il faudroit multiplier 12 l. 5 s. par 53, pour cette fin on multipliera 53 que l'on considerera comme 53 liv. par 7, & le produit 371 liv. encore par 7, & le quart du second produit 2597 liv. donnera 649 liv. 5 s. pour la valeur de 53 loüis d'or à 12 liv. 5 s. le loüis d'or.

Pour sçavoir combien il y a de pouces en 53 pieds, il faudroit multiplier 53 par 12, ce qui se pourroit faire en multipliant 53 par 2, & le produit 106 par 6, ou bien 53 par 3, & le produit 159 par 4 : mais cela se peut faire sans aucune Multiplication, sçavoir en écrivant 53 sous 53, & encore une fois 53 au dessous, en l'avançant d'une colonne, en sorte que le 3 réponde sous le 5, car la somme de ces trois nombres ainsi disposez, donnera 636 pour le nombre des pouces qui sont compris en 53 pieds, qui est aussi le nombre des deniers qui sont compris en 53 sols.

```
53
53
53
----
636
```

Pour multiplier ensemble deux nombres composez de plusieurs figures, par exemple 12 & 18, on reduira le premier nombre 12 en ces trois parties composées chacune d'une seule figure 2, 4, 6; & pareillement le second nombre 18 en ces trois parties composées aussi chacune d'une seule figure 4, 6, 8, dont chacune sera multipliée par la premiere partie 2 du premier nombre, & ensuite par la seconde figure 4 du

```
   4—  8
2  6—12
   8—16

   4—16
4  6—24
   8—32

   4—24
6  6—36
   8—48
   ----
somme 216
```

même premier nombre, & enfin par la troisiéme figure 6 du même premier nombre, & la somme de tous les produits sera celuy qui doit provenir en multipliant 12 par 18, ou 18 par 12.

## PROBLEME IV.

### *Division abregée.*

POur diviser un grand nombre par un plus petit, par la seule Addition & Soustraction, comme 1492992 par 432, il faudroit mettre, selon la methode commune le diviseur 432 vers la gauche sous 1492, pour sçavoir combien de fois il y est

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 432 | 1492992 | (3456 |
| 2 | 864 | 1296... | |
| 3 | 1296 | | |
| 4 | 1728 | 1969 | |
| 5 | 2160 | 1728 | |
| 6 | 2592 | | |
| 7 | 3024 | 2419 | |
| 8 | 3456 | 2160 | |
| 9 | 3888 | | |
| 10 | 4320 | 2592 | |
| | | 2592 | |
| | | 000 | |

compris : mais pour n'avoir pas cette peine, faites un tarif du diviseur 432 en le mettant vers la droite, vis-à-vis de 1, & l'ajoûtez à luy-même, pour avoir son double 864, que vous écrirez sous 432 vis-à-vis de 2, puis ajoûtez le même nombre 432 à son double 864, pour avoir son triple 1296, que vous écrirez en bas vis-à-vis de 3. Ajoûtez pa-

reillement le même diviſeur 432 à ſon triple 1296, pour avoir ſon quadruple 1728, que vous écrirez en deſſous vis-à-vis de 4, & ainſi des autres, en écrivant toûjours les multiples du diviſeur 432, vis-à-vis des autres nombres 5, 6, 7, 8, 9, 10, dont le dernier 10 doit avoir vis-à-vis à la droite le même diviſeur 432 augmenté d'un zero vers la droite, ſi le tarif eſt bien fait.

Cette preparation étant faite, pour ſçavoir tout d'un coup combien de fois le diviſeur 432 eſt compris dans 1492, cherchez ce nombre 1492 dans le tarif, ou ſon plus proche & moindre qui eſt 1296, lequel ſe trouvant vis-à-vis de 3, ſera la premiere figure du quotient, & ſi l'on ôte ce nombre prochainement moindre 1296 de 1492, il reſtera 196 pour le reſte de la diviſion, vis-à-vis duquel il faudra mettre vers la droite la figure ſuivante 9, qui ſuit aprés 1492, pour avoir en tout 1969, que vous chercherez dans le tarif, ou ſon moindre le plus proche, qui eſt 1728, lequel ſe rencontrant vis-à-vis de 4, ce nombre 4 ſera la ſeconde figure du quotient, & ce nombre prochainement moindre 1728 étant pareillement ôté de 1969, il reſtera 241 pour le reſte de la diviſion, auquel il faudra comme auparavant ajoûter à la droite le nombre immediatement ſuivant 9 du dividende, pour avoir en tout 2419, que vous chercherez de la même façon dans le tarif, ou ſon plus proche & moindre, qui eſt 2160, lequel donnera 5 pour la troiſiéme figure du quotient, & ainſi enſuite.

Cette maniere eſt tres-commode, quand il faut diviſer en pluſieurs rencontres de grands nombres par un même nombre plus petit, parce qu'ayant fait un tarif du diviſeur, il pourra toûjours ſervir pour faire toutes ces diviſions. Comme il arrive

ſouvent aux Arpenteurs qui ont ſouvent beſoin de diviſer de grands nombres par 144, lorſqu'ils veulent reduire des pouces quarrez en des pieds quarrez, ou par 1728, quand ils veulent reduire des pouces cubes en des pieds cubes.

Pour diviſer un nombre quelconque par telle Puiſſance qu'on voudra de 5, on le multipliera par une ſemblable Puiſſance de 2, & l'on retranchera du produit vers la droite autant de figures que le degré de la Puiſſance contiendra d'unitez, & les figures qui reſteront vers la gauche, repreſenteront le quotient de la diviſion, & celles qui auront été retranchées ſeront le numerateur d'une fraction, dont le denominateur ſera une ſemblable Puiſſance de 10.

Comme pour diviſer 128 par 5, on retranchera le 6 qui eſt à la droite du double 256 de 128, & l'on aura $25\frac{6}{10}$ pour le quotient de la diviſion: & pour diviſer le même nombre 128 par 25 quarré de 5, on retranchera les deux dernieres figures 12 qui ſont à la droite du quadruple 512 de 128, & l'on aura $5\frac{12}{100}$ pour le quotient de la diviſion. Ainſi des autres.

Pour diviſer un nombre quelconque par un plus petit, qui ſoit produit par la Multiplication de deux autres plus petits, on diviſera le nombre propoſé par l'un de ces deux plus petits nombres, & le quotient ſera encore diviſé par l'autre nombre, & le ſecond quotient qui viendra, ſera celuy qu'on cherche.

Comme pour diviſer 20736 par 24, qui eſt produit par la Multiplication de ces deux 3, 8, & auſſi de ces deux 4, 6, on prendra la huitiéme partie de ſon tiers, ou la ſixiéme partie de ſon

quart, ou bien, ce qui est la même chose, on prendra le tiers de sa huitiéme partie, ou le quart de sa sixiéme partie, & l'on aura 1728 pour le quotient de la division.

D'où il suit que pour reduire en toises quarrées des pieds quarrez, on doit prendre la sixiéme partie de la sixiéme partie du nombre proposé des pieds quarrez, parce qu'une toise quarrée a 36 pieds quarrez, & que 6 fois 6 font 36. Ainsi pour reduire en toises quarrées 20736 pieds quarrez, on prendra la sixiéme partie de la sixiéme partie 3456 de 20736, & l'on aura 756 pour le nombre des toises quarrées qui sont contenuës en 20736 pieds quarrez. Pareillement pour reduire en toises quarrées 542 pieds quarrez, on prendra la sixiéme partie de la sixiéme partie $90\frac{1}{6}$ de 542, & l'on aura 15 toises quarrées & 2 pieds quarrez pour la valeur de 542 pieds quarrez.

## PROBLEME V.

### *De quelques proprietez des Nombres.*

I.

LE nombre 9 est tel que s'il multiplie un nombre entier quelconque, la somme des figures du produit est divisible par le même nombre 9. Comme si l'on multiplie 53 par 9, & qu'on ajoûte ensemble les figures du produit 477, la somme 18 est exactement divisible par 9.

II.

De deux nombres quelconques, ou l'un des deux, ou leur somme, ou leur difference est divi-

ſible par 3. Comme des deux nombres 6, 5, le premier 6 eſt diviſible par 3 : des deux nombres 11, 5, la difference 6 eſt diviſible par 3 ; & des deux nombres 7, 5, la ſomme 12 eſt diviſible par 3.

III.

Le produit qui vient par la Multiplication de deux nombres, dont les quarrez font enſemble un nombre quarré, eſt diviſible par 6. Comme le produit 12 de ces deux nombres 3, 4, dont les quarrez 9, 16, font enſemble le nombre quarré 25, dont le côté eſt 5, eſt diviſible par 6.

*Pour trouver deux nombres, dont les quarrez faſſent enſemble un nombre quarré,* multipliez enſemble deux nombres quelconques, & le double de leur produit ſera l'un des deux nombres qu'on cherche, & la difference de leurs quarrez ſera l'autre nombre.

Comme ſi l'on multiplie enſemble ces deux nombres 2, 3, dont les quarrez ſont 4, 9, le produit ſera 6, dont le double 12, & la difference 5 des quarrez 4, 9, ſont deux nombres, tels que leurs quarrez 144, 25, font enſemble ce nombre quarré 169, dont le côté eſt 13. *Voyez Probl.* 6. & 7.

IV.

La ſomme & la difference de deux nombres quelconques, dont les quarrez different d'un nombre quarré, ſont chacune ou un nombre quarré, ou la moitié d'un nombre quarré.

Comme des deux nombres 6, 10, dont les quarrez 36, 100, different du nombre quarré 64, qui a ſa Racine quarrée 8, la ſomme 16, &

la difference 4, sont chacune un nombre quarré, & des deux nombres 8, 10, dont les quarrez 64, 100, different du nombre quarré 36, qui a sa Racine quarrée 6; la somme 18, & la difference 2, sont les moitiez de ces deux nombres quarrez 36, 4.

*Pour trouver deux nombres, dont la somme & la difference soient chacune un nombre quarré*, auquel cas les quarrez de ces deux nombres differeront aussi d'un nombre quarré; choisissez deux nombres à volonté, comme 2, 3, dont le produit de la Multiplication est 6, & dont les quarrez sont 4, 9. La somme 13 de ces deux quarrez, & le double 12 du produit 6, sont les deux nombres qu'on cherche: car leur somme 25, & leur difference 1, sont chacune un nombre quarré, & de plus leurs quarrez 169, 144, different du nombre quarré 25, qui a sa Racine quarrée 5.

*Pour trouver deux nombres, dont la somme & la difference soient chacune la moitié ou le double d'un nombre quarré*, auquel cas leurs quarrez differeront aussi d'un nombre quarré; choisissez à volonté deux nombres, comme 2, 3, dont les quarrez sont 4, 9. La somme 13 de ces deux quarrez, & leur difference 5, sont les deux nombres qu'on cherche: car leur somme 18, & leur difference 8, sont les moitiez de ces deux nombres quarrez 36, 16, ou les doubles de ces deux autres nombres quarrez 9, 4, & de plus leurs quarrez 169, 25, different de ce nombre quarré 144, qui a sa Racine quarrée 12.

## V.

Tout nombre quarré finit ou par deux zeros, ou par l'une de ces cinq figures 1, 4, 5, 6, 9, ce qui

ſert *pour connoître quand un nombre propoſé n'eſt point quarré*, ſçavoir lorſqu'il ne finit pas par deux zeros, ou par quelqu'une des cinq figures precedentes : & quand mêmes il finira par deux zeros, on pourra aſſûrer qu'il n'eſt point quarré, lorſque ces deux zeros ne ſeront pas precedez par quelqu'une des cinq figures precedentes.

## V I.

Toute Fraction quarrée, c'eſt-à-dire ; qui a ſa Racine quarrée, eſt telle que le produit de la Multiplication du Numerateur & du Dénominateur a ſa Racine quarrée, ce qui ſert *pour connoître quand une fraction propoſée eſt quarrée*, ſçavoir lorſqu'en multipliant enſemble le Numerateur & le Dénominateur, le produit eſt un nombre quarré.

Ainſi l'on connoît que cette Fraction $\frac{28}{63}$ eſt quarrée, parce qu'en multipliant enſemble le Numerateur 28, & le Dénominateur 63, il vient ce nombre quarré 1764, dont le côté eſt 42 : & alors la Racine quarrée de la Fraction propoſée $\frac{28}{63}$ ſera $\frac{42}{63}$, en retenant le même Dénominateur 63, ou bien $\frac{28}{42}$, en retenant le même Numerateur 28, car l'une ou l'autre de ces deux Fractions $\frac{28}{42}$, $\frac{42}{63}$, vaut autant que $\frac{2}{3}$, pour la Racine quarrée de la Fraction propoſée $\frac{28}{63}$, ou $\frac{4}{9}$.

## VII.

Toute Fraction cubique, c'est-à-dire, qui a sa Racine cubique; est telle qu'en multipliant le Numerateur par le quarré du Dénominateur, ou le Dénominateur par le quarré du Numerateur, le produit a sa Racine cubique, ce qui sert *pour connoître quand une Fraction proposée est cubique*, sçavoir lorsqu'en multipliant ensemble le Numerateur & le quarré du Dénominateur, ou le Dénominateur & le quarré du Numerateur, le produit est un nombre cubique.

Ainsi l'on connoît que cette Fraction $\frac{24}{375}$ est cubique, parce qu'en multipliant le Numerateur 24 par le quarré 140625 du Dénominateur 375, le produit 3375000 a sa Racine cubique 150, ou bien parce qu'en multipliant le Dénominateur 375 par le quarré 576 du Numerateur 24, le produit 216000 a sa Racine cubique 60 : & alors la Racine cubique de la Fraction proposée $\frac{24}{375}$ sera $\frac{150}{375}$, en retenant le même Dénominateur 375, ou bien $\frac{24}{60}$, en retenant le même Numerateur 24, car l'une & l'autre de ces deux Fractions $\frac{150}{375}$, $\frac{24}{60}$ vaut autant que $\frac{2}{5}$ pour la Racine cubique de la Fraction proposé $\frac{24}{375}$, ou $\frac{8}{125}$.

## VIII.

Quoiqu'il ne soit pas possible de trouver deux Puissances homogénes, dont la somme & la diffe-

rence soient chacune une semblable Puissance, comme deux quarrez, dont la somme & la difference soient chacune un nombre quarré, ou deux cubes, dont la somme & la difference soient chacune un nombre cubique; neanmoins il est possible, & même tres-facile de *trouver deux nombres triangulaires, dont la somme & la difference soient chacune un nombre triangulaire.*

Voici deux nombres triangulaires 15, 21, dont les côtez sont 5 & 6, & dont la somme 36, & la difference 6, sont aussi des nombres triangulaires, dont les côtez sont 8 & 3. Voici encore deux autres nombres triangulaires 780, 990, dont les côtez sont 39 & 44, & dont la somme 1770, & la difference 210, sont aussi des nombres triangulaires, dont les côtez sont 59, 20. Si vous voulez encore deux autres nombres triangulaires; les voici 1747515, 2185095, dont les côtez sont 1869, 2090, & dont la somme 3932610, & la difference 437580, sont aussi des nombres triangulaires, dont les côtez sont 2804, 935.

On appelle *Nombre triangulaire* la somme des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. en commençant par l'unité, & en telle multitude qu'on voudra, dont le dernier & plus grand est appellé *Côté.* Ainsi l'on connoît que ce nombre 10 est triangulaire, & que son côté est 4, parce qu'il est égal à la somme des quatre premiers nombres naturels 1, 2, 3, 4, dont le dernier & plus grand est 4. Il a été appellé *Triangulaire*, parce que l'on peut disposer 10 points en forme de Triangle équilateral, dont chaque côté en comprend 4, ce qui a fait appeller 4 côté du nombre triangulaire 10.

*Pour connoître si un nombre proposé est Triangulaire*, il le faut multiplier par 8, & ajoûter 1 au produit,

produit, car si la somme a sa Racine quarrée, le nombre proposé sera triangulaire. Ainsi l'on connoît que ce nombre 10 est triangulaire, parce qu'étant multiplié par 8, & le produit 80 étant augmenté de 1, la somme 81 a sa Racine quarrée 9. On connoît aussi que ce nombre 3932610 est triangulaire, parce qu'étant multiplié par 8, & le produit 31460880 étant augmenté de 1, la somme 31460881 est un nombre quarré, dont le côté est 5609.

## IX.

La difference de deux Puissances homogénes, comme de deux nombres quarrez, de deux nombres cubiques, &c. est divisible par la difference de leurs côtez. Ainsi l'on connoît que la difference 21 de ces deux quarrez 25, 4, dont les côtez sont 5, 2, est divisible par la difference 3 de ces côtez, le quotient 7 étant toûjours égal à la somme des mêmes côtez: & que la difference 117 des deux cubes 125, 8, dont les côtez sont 5, 2, est divisible par la difference 3 de ces côtez, le quotient 39 étant égal à la somme du produit 10, sous les mêmes côtez 5, 2, & de leurs quarrez 25, 4.

## X.

La difference de deux Puissances homogénes, dont l'exposant commun est un nombre pair, est divisible par la somme de leurs côtez. Ainsi l'on connoît que la difference 21 de ces deux quarrez 25, 4, dont les côtez sont 5, 2, est divisible par la somme 7 de ces côtez, le quotient 3 étant égal à la difference des mêmes côtez: & que la difference 609 des deux quarrez-quarrez 625, 16, dont les côtez sont 5, 2, est divisible par la somme 7.

de ces côtez, le quotient 87 étant égal au produit sous la difference 3 des mêmes côtez 5, 2, & la somme 29 de leurs quarrez 25, 4.

## X I.

La somme de deux Puissances homogénes, dont l'exposant commun est un nombre impair, est divisible par la somme de leurs côtez. Ainsi l'on connoît que la somme 133 des deux cubes 125, 8, dont les côtez sont 5, 2, est divisible par la somme 7 de ces côtez, le quotient 19 étant égal à l'excés de la somme 29 des quarrez 25, 4, des côtez 5, 2, sur le produit 10 des mêmes côtez: & que la somme 3157 des deux sursolides 3125, 32, dont les côtez sont 5, 2, est divisible par la somme 7 de ces côtez; le quotient 451 étant égal à l'excés de la somme 741 des quarrez-quarrez 625, 16, des deux côtez 5, 2, & du quarré 100 du produit 10 sous les mêmes côtez, sur le produit 290 sous la somme 29 des quarrez 25, 4, des côtez 5, 2, & le produit 10 des mêmes côtez.

## X I I.

Toutes les Puissances des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. ont autant de differences que leurs exposans contiennent d'unitez, les dernieres differences étant toûjours égales entre elles dans chaque Puissance: sçavoir les secondes differences, c'est-à-dire, les differences des differences dans les Quarrez 1, 4, 9, 16, 25, 36, &c. car ces secondes differences sont 2, les premieres étant les nombres impairs 3, 5, 7, 9, 11, &c. les troisiémes differences, c'est-à-dire, les differences des differences des premieres differences dans les Cu-

bes 1, 8, 27, 64, 125, 216, &c. car ces troisiémes differences sont 6, les premieres étant 7, 19, 37, 61, 91, &c. & les secondes, ou les differences de ces differences étant 12, 18, 24, 30, &c. qui se surpassent de 6 pour troisiéme difference. Ainsi des autres.

Il arrive la même chose aux nombres *Polygones*, qui se forment par une continuelle addition des nombres en continuelle progression arithmetique, qu'on appelle *Gnomons*, dont le premier est toûjours l'unité, qui est virtuellement tout nombre polygone : & aux nombres *Pyramidaux*, qui se produisent par l'addition continuelle des nombres Polygones consideréz comme des Gnomons, dont le premier est toûjours l'unité : & pareillement aux nombres *Pyramido-Pyramidaux*, qui sont produits par l'addition continuelle des nombres Pyramidaux consideréz comme des Gnomons, dont le premier est toûjours l'unité.

Lorsque les Gnomons se surpassent de l'unité, comme 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. les nombres Polygones 1, 3, 6, 10, 15, 21, &c. qui s'en forment sont appellez *Triangulaires*, dont la proprieté est telle que chacun étant multiplié par 8, & le produit étant augmenté de l'unité, la somme est un nombre quarré, ce qui peut servir *pour connoître quand un nombre proposé est Triangulaire*, comme nous avons déja dit ailleurs. De plus la somme 9 du second & du troisiéme, en omettant le premier, est un nombre quarré, & pareillement en omettant le quatriéme, la somme 36 du cinquiéme & du sixiéme est un nombre quarré, & ainsi ensuite.

Lorsque les Gnomons se surpassent de deux unitez, comme les nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9,

11, &c. les nombres Polygones 1, 4, 9, 16, 25, 36, &c. qui s'en forment, sont des *Nombres quarrez*: & lorsque les Gnomons se surpassent de trois unitez, comme 1, 4, 7, 10, 13, 16, &c. les nombres 1, 5, 12, 22, 35, 51, &c. qui s'en forment, sont appellez *Pentagones*, dont la proprieté est telle que chacun étant multiplié par 24, & le produit étant augmenté de l'unité, la somme est un nombre quarré, ce qui sert *pour connoître quand un nombre proposé est Pentagone*. Ainsi des autres.

Pour *trouver la somme de tant de nombres Triangulaires qu'on voudra, en commençant depuis l'unité*, par exemple, de ces huit 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, on multipliera le nombre donné 8 par son suivant 9, & le produit 72 encore par le suivant 10, & l'on divisera le second produit 720 toûjours par 6, & le quotient donnera 120 pour la somme qu'on cherche.

La somme de toutes ces Fractions infinies $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{21}$, &c. dont le Dénominateur commun est 1, & dont les Dénominateurs 3, 6, 10, 15, 21, &c. sont des nombres Triangulaires, vaut precisément 1.

*Pour trouver la somme de tant de nombres quarrez que l'on voudra depuis l'unité*, par exemple, de ces huit 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, on ôtera du double 240 de la somme 120 d'autant de nombres Triangulaires 1, 3, 6, 10 15, 21, 28, 36, le dernier nombre Triangulaire 36, & le reste 204 sera la somme qu'on cherche.

## XIII.

Les cubes 1, 8, 27, 64, 125 216, &c. des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. sont tels que le premier 1 est un nombre quarré, dont le côté 1 est le premier nombre Triangulaire : la somme 9 des deux premiers 1, 8, est un nombre quarré, dont le côté 3 est le second nombre Triangulaire : la somme 36 des trois premiers 1, 8, 27, est un nombre quarré, dont le côté 6 est le troisiéme nombre Triangulaire, & ainsi ensuite. C'est pourquoy *pour trouver la somme de tant de nombres cubiques qu'on voudra, depuis l'unité*, par exemple, de ces six 1, 8, 27, 64, 125, 216, le quarré 441 du sixiéme nombre Triangulaire 21, donnera la somme qu'on cherche.

## XIV.

Entre les nombres entiers, il n'y a que 2, qui étant ajoûté à luy-même fasse autant qu'étant multiplié par luy-même, sçavoir 4 : car tout autre nombre, comme 5, étant ajoûté à luy-même fait 10, & étant multiplié par luy-même fait 25.

Quoiqu'on ne puisse pas trouver deux nombres entiers, dont la somme soit égale au produit de leur multiplication : neanmoins on en peut *trouver aisément deux en fractions, & même en raison donnée, dont la somme soit égale à leur produit*, sçavoir, en divisant la somme des deux termes de la raison donnée par chacun de ces deux termes ; comme si on leur veut donner la raison des deux nombres 2, 3, on divisera separément leur somme 5 par 2, & par 3, & l'on aura ces deux nombres

$2\frac{1}{2}$, $1\frac{2}{3}$, qui font autant ajoûtez que multipliez ensemble, sçavoir $4\frac{1}{6}$.

## XV.

Tout nombre est la moitié de la somme de deux autres également éloignez, l'un par défaut, & l'autre par excés : par exemple 6 est la moitié de la somme 12 des deux nombres 5 & 7, qui en sont également éloignez, ou des deux nombres 4 & 8, qui en sont aussi également éloignez, &c.

## XVI.

Le nombre 37 est tel, qu'étant multiplié par chacun de ces nombres 3, 6, 9, 12, 15, 18,

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 37 | 37 | 37 | 37 | 37 | 37 | 37 | 37 | 37 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 111 | 222 | 333 | 444 | 555 | 666 | 777 | 888 | 999 |

21, 24, 27, qui sont en progression arithmetique, tous les produits sont composez de trois figures semblables.

## XVII.

Les deux nombres 5 & 6, sont appellez *Spheriques*, parce que leurs Puissances finissent par les mêmes nombres. Par exemple, les Puissances de 5, sçavoir 25, 125, 625, &c. finissent par le même nombre 5 : & pareillement les Puissances de 6, sçavoir 36, 216, 1296, &c. finissent par le même nombre 6.

Le premier nombre 5 a cela de particulier, qu'étant multiplié par un nombre impair, comme par 7, le produit 35 finit par le même nombre 5, & qu'étant multiplié par un nombre pair, comme par 8, le produit 40 se termine par un zero.

L'autre nombre 6 a aussi cela de particulier, qu'il est le premier des nombres qu'on appelle *Parfaits*, parce qu'ils sont égaux à la somme de leurs parties aliquotes, car ce nombre 6 est égal à la somme de ses parties aliquotes 1, 2, 3. Le nombre 28 est aussi Parfait, parce qu'il est égal à la somme de ses parties aliquotes 1, 2, 4, 7, 14: & l'on en peut trouver une infinité d'autres parfaits, comme 496, qui est égal à la somme de ses parties aliquotes 1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124, 248, &c.

*Pour trouver tous les nombres parfaits par ordre*, servez-vous des Puissances de 2, sçavoir 2, 4, 8, 16, 32, &c. & voyez celles de ces Puissan-

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2, | 4, | 8, | 16, | 32, |
| | 1 | 1 | | 1 |
| | 3 | 7 | | 31 |
| | 2 | 4 | | 16 |
| | 6 | 28 | | 496 |

ces, qui étant diminuées de l'unité, le reste soit un nombre premier, vous trouverez 4, 8, 32, &c. car si de chacune on ôte l'unité, les restes 3, 7, 31, &c. sont des nombres premiers, dont chacun doit être multiplié par la moitié de la Puissance qui luy répond, sçavoir 3 par 2, 7 par 4, 31 par 16, &c. pour avoir ces nombres parfaits 6, 28, 496, &c.

*Pour trouver toutes les parties aliquotes, ou tous les diviseurs d'un nombre proposé*, entre lesquels l'unité en est toûjours un, par exemple de 8128, qui est aussi un nombre parfait, divisez-le par le plus petit nombre qui se representera, sçavoir par 2, que l'on peut trouver aisément, parce que le nombre proposé 8128 est pair, & le quotient sera 4064, que vous écrirez à la droite, vis-à-vis de 2, pour second diviseur, qui se peut encore diviser par le premier diviseur 2, ce qui fait que son quarré 4 sera aussi un diviseur, que vous écrirez au dessous de son côté 2, & vis-à-vis le second quotient 2032 pour un autre diviseur, qui se peut encore diviser par le premier diviseur 2, ce qui fait que son cube 8 sera aussi un diviseur, que vous écrirez au dessous du quarré 4, & vis-à-vis le troisiéme quotient 1016, pour un autre diviseur, & ainsi ensuite jusqu'à ce qu'on soit parvenu à un dernier diviseur, qui ne se puisse plus diviser par le premier 2, comme il arrive au sixiéme quotient 127, qui étant un nombre premier, c'est-à-dire, tel qu'il ne se peut diviser que par l'unité, laquelle par consequent sera un diviseur, fait connoître que tous les diviseurs du nombre proposé 8128 sont trouvez, où vous voyez que leur somme est bien égale à ce nombre, & que par consequent il est parfait.

| | |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | 4064 |
| 4 | 2032 |
| 8 | 1016 |
| 16 | 508 |
| 32 | 254 |
| 64 | 127 |
| 127 | 8001 |
| | 127 |
| | 8128 |

C'est de la même façon que nous avons trouvé tous les diviseurs de cet autre nombre 2096128, qui est aussi parfait, parce que comme vous voyez,

il eſt égal à la ſomme de ſes parties aliquotes. Où l'on void que le dernier quotient 2047, qui ré-

| | |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | 1048064 |
| 4 | 524032 |
| 8 | 262016 |
| 16 | 131008 |
| 32 | 65504 |
| 64 | 32752 |
| 128 | 16376 |
| 256 | 8188 |
| 512 | 4094 |
| 1024 | 2047 |
| 2047 | 2094081 |
| | 2047 |
| | 2096128 |

pond à la dixiéme Puiſſance 1024 du premier diviſeur 2, eſt auſſi un nombre premier : car s'il avoit pû être diviſé par quelqu'autre nombre que par 2, comme par 3, il auroit falu multiplier par ce nouveau diviſeur 3, toutes les Puiſſances du premier diviſeur 2, & diviſer le nombre propoſé & tous les quotiens par ce même nouveau diviſeur 3, pour avoir d'autres diviſeurs, &c. comme vous allez voir dans l'exemple ſuivant.

## XVIII.

Le nombre 120 eſt égal à la moitié de la ſomme 240 de ſes parties aliquotes 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, le nombre 672 eſt auſſi égal à la moitié de la ſomme

| | |
|---|---|
| 1344 | |
| 1 | |
| 2 | 336 |
| 4 | 168 |
| 8 | 84 |
| 16 | 42 |
| 32 | 21 |
| 3 | 224 |
| 6 | 112 |
| 12 | 56 |
| 24 | 28 |
| 48 | 14 |
| 96 | 7 |
| 252 | 1092 |
| | 252 |
| | 1344 |

de ses parties aliquotes, que nous avons trouvées par une Methode semblable à la precedente, sans qu'il soit besoin de la repeter davantage. On peut trouver une infinité d'autres nombres de la même qualité, & mêmes on en peut trouver d'autres qui seront la troisiéme partie, ou telle autre partie qu'on voudra de la somme de leurs parties aliquotes, mais ce n'est pas ici le lieu d'en dire davantage.

## XIX.

Les deux nombres suivans 220, 284, sont appellez *Amiables*, parce que le premier 220 est egal à la somme des parties aliquotes 1, 2, 4, 71, 142, du second 284, & reciproquement le second 284 est égal à la somme des parties aliquotes 1, 2, 4, 5, 10, 11, 22, 44, 55, 110 du premier 220. Ces parties aliquotes sont faciles à trouver par ce qui a été enseigné auparavant, sur tout si l'on considere que tout nombre qui se termine par 5, ou par 0, est divisible par 5.

*Pour trouver tous les nombres amiables par ordre*, servez-vous du nombre 2, qui est tel que si de son triple 6, de son sextuple 12, & de l'Octodecuple 72 de son quarré 4, on ôte l'unité, il reste ces trois nombres premiers 5, 11, 71, dont les deux premiers 5, 11, étant multipliez ensemble, & leur produit 55 étant multiplié par le dou-

ble 4 du nombre 2, ce second produit 220 sera le premier des deux nombres qu'on cherche, & pour avoir l'autre qui est 284, on multipliera le

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 2 | 4 |
| 3 | 6 | 18 |
| 6 | 12 | 72 |
| 1 | 1 | 1 |
| 5 | 11 | 71 |
| | 5 | 4 |
| | 55 | 284 |
| | 4 | |
| | 220 | |

troisiéme nombre premier 71 par le même double 4 du nombre 2 pris au commencement.

Pour trouver deux autres nombres amiables, au

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 8 | 64 |
| 3 | 6 | 18 |
| 24 | 48 | 1152 |
| 1 | 1 | 1 |
| 23 | 47 | 1151 |
| | 23 | 16 |
| | 1081 | 18416 |
| | 16 | |
| | 17296 | |

lieu de 2, servez-vous d'une de ses Puissances qui

ſoit de la même qualité, tel qu'eſt ſon cube 8, car ſi de ſon triple 24, de ſon ſextuple 48, & de l'Octodecuple 1152 de ſon quarré 64, on ôte l'unité, il reſte ces trois nombres premiers 23, 47, 1151, dont les deux premiers 23, 47, doivent être multipliez enſemble, & leur produit 1081 doit être encore multiplié par le double 16 du cube 8, afin d'avoir 17296 pour le premier des deux nombres qu'on cherche, & pour avoir l'autre, qui eſt 18416, on multipliera le troiſiéme nombre premier 1151 par le même double 16 du cube 8.

Si vous voulez deux autres nombres, au lieu de 2, ou de ſon cube 8, ſervez vous de ſon Quarré-cube 64, qui eſt de la même qualité, car ſi de

| | | |
|---|---|---|
| 64 | 64 | 4096 |
| 3 | 6 | 18 |
| 192 | 384 | 73728 |
| 1 | 1 | 1 |
| 191 | 383 | 73727 |
| | 191 | 128 |
| | 73153 | 9437056 |
| | 128 | |
| | 9363584 | |

ſon triple 192, de ſon ſextuple 384, & de l'Octodecuple 73728 de ſon quarré 4096, on ôte l'unité, il reſte ces trois nombres premiers 191, 383, 73727, par le moyen deſquels & par ce qui a été dit auparavant, on trouvera ces deux autres nombres 9363584, 9437056, qui ſont amiables. Ainſi des autres.

Comme il eſt difficile de connoître ſi un nombre eſt premier, quand il eſt un peu grand, nous ajoûterons à la fin de ce Problême une Table de tous les nombres premiers, qui ſont compris entre 1 & 10000.

## XX.

Les quarrez 961, 1156, des deux nombres 31, 34, ſont tels que le premier 961 avec ſes parties aliquotes 1, 31, fait une ſomme 993 égale à la ſomme des parties aliquotes, 1, 2, 4, 17, 34, 68, 289, 578, du ſecond 1156, dont le côté eſt 34.

## XXI.

Les deux nombres ſuivans 26, 20, ſont tels que chacun avec ſes parties aliquotes fait une même ſomme : car le premier 26 avec ſes parties aliquotes 1, 2, 13, fait 42, & le ſecond 20 avec ſes parties aliquotes 1, 2, 4, 5, 10, fait auſſi 42.

Il arrive la même choſe aux deux nombres 488, 464, dont chacun avec ſes parties aliquotes fait 930 : & auſſi aux deux nombres 11, 6, dont chacun avec ſes parties aliquotes fait 12 : & encore aux deux nombres 17, 10, dont chacun avec ſes parties aliquotes fait 18.

On peut mêmes avoir trois nombres, dont chacun avec ſes parties aliquotes fera une même ſomme, comme 20, 26, 41, dont chacun avec ſes parties aliquotes fait 42 : & auſſi 23, 14, 15, dont chacun avec ſes parties aliquotes fait 24 : & encore 46, 51, 71, dont chacun avec ſes parties aliquotes fait 72.

Au lieu de trois nombres on en peut avoir deux qui ſeront quarrez, comme 106276, 165649,

dont les côtez sont 326, 407, & dont chacun avec ses parties aliquotes fait 187131. Les quarrez 16, 25, des deux nombres 4, 5, sont aussi tels, que chacun avec ses parties aliquotes fait 31.

Ces deux derniers quarrez 16, 25, sont les moindres de tous, par le moyen desquels on en peut avoir autant d'autres qu'on voudra de la même qualité, sçavoir en les multipliant par quelqu'autre nombre quarré impair qui ne soit pas divisible par 5; comme si on les multiplie chacun par cet autre nombre quarré 9, dont le côté est 3, on aura ces deux autres nombres quarrez 144, 225, dont chacun avec ses parties aliquotes fait 403.

## XXII.

Le nombre quarré 81, dont le côté est 9, est tel qu'avec ses parties aliquotes 1, 3, 9, 27, il fait ce nombre quarré 121, dont le côté est 11. Le nombre quarré 400, dont le côté est 20, est aussi tel, qu'avec ses parties aliquotes 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 25, 40, 50, 80, 100, 200, fait ce nombre quarré 961, dont le côté est 31.

## XXIII.

La somme 666 de ces trois nombres Triangulaires 15, 21, 630, dont les côtez sont 5, 6, 35, est aussi un nombre Triangulaire, dont le côté est 36. Il arrive la même chose à ces trois autres nombres Triangulaires 210, 780, 1711, dont les côtez sont 20, 39, 58, car leur somme 2701 est un nombre Triangulaire; dont le côté est 73: & aussi la même chose à ces trois autres nombres Triangulaires 666, 2628, 5886, dont les côtez sont 36, 72, 108, car leur somme 9180 est un

nombre Triangulaire, dont le côté est 135, &c.

## XXIV.

Le quarré 49 du nombre 7, est tel que la somme 8 de ses parties aliquotes 1, 7, a sa Racine cubique 2 : & le cube 343 du même nombre 7, est tel qu'avec ses parties aliquotes 1, 7, 49, il fait ce nombre quarré 400, dont le côté est 20. Nous n'enseignons point ici à trouver de semblables nombres, parce que sans Algebre, dont nous ne voulons pas dire un seul mot, il est difficile de les connoître, à moins que le hazard ne les produise.

## XXV.

Le quarré 9 du nombre 3, est tel que la somme 4 de ses parties aliquotes 1, 3, est un nombre quarré, dont le côté est 2. Le quarré 2401 du nombre 49 est de la même qualité, car la somme 400 de ses parties aliquotes 1, 7, 49, 343, est un nombre quarré, dont le côté est 20.

## XXVI.

Les deux nombres 99, 63, sont tels que la somme 57 des parties aliquotes 1, 3, 9, 11, 33, du premier 99, surpasse la somme 41 des parties aliquotes 1, 3, 7, 9, 21, du second 63, de ce nombre quarré 16, dont le côté est 4. Il arrive la même chose à ces deux autres nombres 325, 175, car la somme 109 des parties aliquotes 1, 5, 13, 25, 65, du premier 325 surpasse la somme 73 des parties aliquotes 1, 5, 7, 25, 35, du second 175, de ce nombre quarré 36, dont le côté est 6.

## XXVII.

La ſomme de deux nombres qui different de l'unité.eſt égale à la difference de leurs quarrez : & la ſomme des quarrez de leurs nombres Triangulaires eſt auſſi un nombre Triangulaire. Comme des deux nombres 5, 6, qui different de l'unité, la ſomme 11 eſt égale à la difference de leurs quarrez 25, 36; & leurs nombres Triangulaires 15, 21, ſont tels que la ſomme 666 de leurs quarrez 225, 441, eſt auſſi un nombre Triangulaire, dont le côté eſt 36.

## XXVIII.

Les deux nombres Triangulaires 6, 10, des deux nombres 3, 4, qui different auſſi de l'unité, ſont tels que leur ſomme 16, & leur difference 4, ſont des nombres quarrez, dont les côtez ſont 4, 2, & que la ſomme 136 de leurs quarrez 36, 100, eſt un nombre Triangulaire, dont le côté 16 eſt auſſi un nombre quarré, dont le côté 4 eſt encore un nombre quarré, dont le côté eſt 2.

Il arrive la même choſe à ces deux autres nombres Triangulaires 36, 45, dont les côtez 8, 9, different auſſi de l'unité : car leur ſomme 81, & leur difference 9, ſont des nombres quarrez, dont les côtez ſont 9, 3, & la ſomme 3321 de leurs quarrez 1296, 2025, eſt un nombre Triangulaire, dont le côté eſt 81, qui a ſa Racine quarrée 9, laquelle a auſſi ſa Racine quarrée 3.

Il y a une infinité de couples d'autres nombres Triangulaires de cette qualité, *que l'on trouvera* en ôtant & en ajoûtant un nombre quarré quelconque à ſon quarré, & les moitiez du reſte & de la ſomme ſeront les deux nombres Triangulaires qu'on cherche.

Comme

Comme si l'on ôte & qu'on ajoûte ce nombre quarré 16 à son quarré 256, les moitiez du reste 240, & de la somme 272, donneront 120, 136, pour les deux nombres Triangulaires qu'on cherche, dont les côtez sont 15, 16, qui differeront toûjours de l'unité.

Ces deux nombres Triangulaires ainsi trouvez, sont encore tels que le plus grand de leurs côtez est toûjours un nombre quarré, & que la difference de leurs quarrez est aussi un nombre quarré, & de plus que leur somme est un quarré-quarré égal au quarré de leur difference, & aussi au côté du nombre Triangulaire que compose la somme de leurs quarrez.

## XXIX.

La difference des quarrez de deux nombres en raison double est égale à la somme de leurs cubes, divisée par la somme des deux nombres: & la même somme des cubes est le tiers d'un cube.

Comme des deux nombres 4, 8, qui sont en raison double, la difference 48 de leurs quarrez 16, 64, est égale au quotient qui vient en divisant la somme 576 de leurs cubes 64, 512, par la somme 12 des deux nombres: & la même somme 576 des cubes est le tiers de ce cube 1728, dont le côté 12 est toûjours égal à la somme des deux nombres.

Je n'aurois jamais fait, si je voulois ici mettre toutes les proprietez des nombres, qui sont infinies; c'est pourquoy je finiray ce Problême par la Table des nombres premiers, que nous vous avons promise.

## *Table des nombres premiers, entre* 1 *&* 10000.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 167 | 383 | 617 | 881 | 1129 | 1429 | 1693 | 1993 | 2273 | 2557 |
| 3 | 173 | 389 | 619 | 883 | 1151 | 1433 | 1697 | 1997 | 2281 | 2579 |
| 5 | 179 | 397 | 631 | 887 | 1153 | 1439 | 1699 | 1999 | 2287 | 2591 |
| 7 | 181 | 401 | 641 | 907 | 1163 | 1447 | 1709 | 2003 | 2293 | 2593 |
| 11 | 191 | 409 | 643 | 911 | 1171 | 1451 | 1721 | 2011 | 2297 | 2609 |
| 13 | 193 | 419 | 647 | 919 | 1181 | 1453 | 1723 | 2017 | 2309 | 2617 |
| 17 | 197 | 421 | 653 | 929 | 1187 | 1459 | 1733 | 2027 | 2311 | 2621 |
| 19 | 199 | 431 | 659 | 937 | 1193 | 1471 | 1741 | 2029 | 2333 | 2633 |
| 23 | 211 | 433 | 661 | 941 | 1201 | 1481 | 1747 | 2039 | 2339 | 2647 |
| 29 | 223 | 439 | 673 | 947 | 1213 | 1483 | 1753 | 2053 | 2341 | 2657 |
| 31 | 227 | 443 | 677 | 953 | 1217 | 1487 | 1759 | 2063 | 2347 | 2659 |
| 37 | 229 | 449 | 683 | 967 | 1223 | 1489 | 1777 | 2069 | 2351 | 2663 |
| 41 | 233 | 457 | 691 | 971 | 1229 | 1493 | 1783 | 2081 | 2357 | 2671 |
| 43 | 239 | 461 | 701 | 977 | 1231 | 1499 | 1787 | 2083 | 2371 | 2677 |
| 47 | 241 | 463 | 709 | 983 | 1237 | 1511 | 1789 | 2087 | 2377 | 2683 |
| 53 | 251 | 467 | 719 | 991 | 1249 | 1523 | 1801 | 2089 | 2381 | 2687 |
| 59 | 257 | 479 | 727 | 997 | 1259 | 1531 | 1811 | 2099 | 2383 | 2689 |
| 61 | 263 | 487 | 733 | 1009 | 1277 | 1543 | 1823 | 2111 | 2389 | 2693 |
| 67 | 269 | 491 | 739 | 1013 | 1279 | 1549 | 1831 | 2113 | 2393 | 2699 |
| 71 | 271 | 499 | 743 | 1019 | 1283 | 1553 | 1847 | 2129 | 2399 | 2707 |
| 73 | 277 | 503 | 751 | 1021 | 1289 | 1559 | 1861 | 2131 | 2411 | 2711 |
| 79 | 281 | 509 | 757 | 1031 | 1291 | 1567 | 1867 | 2137 | 2417 | 2713 |
| 83 | 283 | 521 | 761 | 1033 | 1297 | 1571 | 1871 | 2141 | 2423 | 2719 |
| 89 | 293 | 523 | 769 | 1039 | 1301 | 1579 | 1873 | 2143 | 2437 | 2729 |
| 97 | 307 | 541 | 773 | 1049 | 1303 | 1583 | 1877 | 2153 | 2441 | 2731 |
| 101 | 311 | 547 | 787 | 1051 | 1307 | 1597 | 1879 | 2161 | 2447 | 2741 |
| 103 | 313 | 557 | 797 | 1061 | 1319 | 1601 | 1889 | 2179 | 2459 | 2749 |
| 107 | 317 | 563 | 811 | 1063 | 1321 | 1607 | 1901 | 2203 | 2467 | 2753 |
| 109 | 331 | 569 | 821 | 1069 | 1327 | 1609 | 1907 | 2207 | 2473 | 2767 |
| 113 | 337 | 571 | 823 | 1087 | 1361 | 1613 | 1913 | 2213 | 2477 | 2777 |
| 127 | 347 | 577 | 827 | 1091 | 1367 | 1619 | 1931 | 2221 | 2503 | 2789 |
| 131 | 349 | 587 | 829 | 1093 | 1373 | 1621 | 1933 | 2237 | 2521 | 2791 |
| 137 | 353 | 593 | 839 | 1097 | 1381 | 1627 | 1949 | 2239 | 2531 | 2797 |
| 139 | 359 | 599 | 853 | 1103 | 1399 | 1637 | 1951 | 2243 | 2539 | 2801 |
| 149 | 367 | 601 | 857 | 1109 | 1409 | 1657 | 1973 | 2251 | 2543 | 2803 |
| 151 | 373 | 607 | 859 | 1117 | 1423 | 1663 | 1979 | 2267 | 2549 | 2819 |
| 157 | 379 | 613 | 863 | 1123 | 1427 | 1667 | 1987 | 2269 | 2551 | 2833 |
| 163 | | | 877 | | | 1669 | | | | |

## *Table des Nombres premiers, entre* 1 *&* 10000.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2837 | 3187 | 3499 | 3797 | 4111 | 4451 | 4789 | 5101 | 5449 | 5791 |
| 2843 | 3191 | 3511 | 3803 | 4127 | 4457 | 4793 | 5107 | 5471 | 5801 |
| 2851 | 3203 | 3517 | 3821 | 4129 | 4463 | 4799 | 5113 | 5477 | 5807 |
| 2857 | 3209 | 3527 | 3823 | 4133 | 4481 | 4801 | 5119 | 5479 | 5813 |
| 2861 | 3217 | 3529 | 3833 | 4139 | 4483 | 4813 | 5147 | 5483 | 5821 |
| 2879 | 3221 | 3533 | 3847 | 4153 | 4493 | 4817 | 5153 | 5501 | 5827 |
| 2887 | 3229 | 3539 | 3851 | 4157 | 4507 | 4831 | 5167 | 5503 | 5839 |
| 2897 | 3251 | 3541 | 3853 | 4159 | 4513 | 4861 | 5171 | 5507 | 5843 |
| 2903 | 3253 | 3547 | 3863 | 4177 | 4517 | 4871 | 5179 | 5519 | 5849 |
| 2909 | 3257 | 3557 | 3877 | 4201 | 4519 | 4877 | 5189 | 5521 | 5851 |
| 2917 | 3259 | 3559 | 3881 | 4211 | 4523 | 4889 | 5197 | 5527 | 5857 |
| 2927 | 3271 | 3571 | 3889 | 4217 | 4547 | 4903 | 5209 | 5531 | 5861 |
| 2939 | 3299 | 3581 | 3907 | 4219 | 4549 | 4909 | 5227 | 5557 | 5867 |
| 2953 | 3301 | 3583 | 3911 | 4229 | 4561 | 4919 | 5231 | 5563 | 5869 |
| 2957 | 3307 | 3593 | 3917 | 4231 | 4567 | 4931 | 5233 | 5569 | 5879 |
| 2963 | 3313 | 3607 | 3919 | 4241 | 4583 | 4933 | 5237 | 5573 | 5881 |
| 2969 | 3319 | 3613 | 3923 | 4243 | 4591 | 4937 | 5261 | 5581 | 5897 |
| 2971 | 3323 | 3617 | 3929 | 4253 | 4597 | 4943 | 5273 | 5591 | 5903 |
| 2999 | 3329 | 3623 | 3931 | 4259 | 4603 | 4951 | 5279 | 5623 | 5923 |
| 3001 | 3331 | 3631 | 3943 | 4261 | 4621 | 4957 | 5281 | 5639 | 5927 |
| 3011 | 3343 | 3637 | 3947 | 4271 | 4637 | 4967 | 5297 | 5641 | 5939 |
| 3019 | 3347 | 3643 | 3967 | 4273 | 4639 | 4969 | 5303 | 5647 | 5953 |
| 3023 | 3359 | 3659 | 3989 | 4283 | 4643 | 4973 | 5309 | 5651 | 5981 |
| 3037 | 3361 | 3671 | 4001 | 4289 | 4649 | 4987 | 5323 | 5653 | 5987 |
| 3041 | 3371 | 3673 | 4003 | 4297 | 4651 | 4993 | 5333 | 5657 | 6007 |
| 3049 | 3373 | 3677 | 4007 | 4327 | 4657 | 4999 | 5347 | 5659 | 6011 |
| 3061 | 3389 | 3691 | 4013 | 4337 | 4663 | 5003 | 5351 | 5669 | 6029 |
| 3067 | 3391 | 3697 | 4019 | 4339 | 4673 | 5009 | 5381 | 5683 | 6037 |
| 3079 | 3407 | 3701 | 4021 | 4349 | 4679 | 5011 | 5387 | 5689 | 6043 |
| 3083 | 3413 | 3709 | 4027 | 4357 | 4691 | 5021 | 5393 | 5693 | 6047 |
| 3089 | 3443 | 3719 | 4049 | 4363 | 4703 | 5023 | 5399 | 5701 | 6053 |
| 3109 | 3449 | 3727 | 4051 | 4373 | 4721 | 5039 | 5407 | 5711 | 6067 |
| 3119 | 3457 | 3733 | 4057 | 4391 | 4723 | 5051 | 5413 | 5717 | 6073 |
| 3121 | 3461 | 3739 | 4073 | 4397 | 4729 | 5059 | 5417 | 5737 | 6079 |
| 3137 | 3463 | 3761 | 4079 | 4409 | 4733 | 5077 | 5419 | 5741 | 6089 |
| 3163 | 3467 | 3767 | 4091 | 4421 | 4751 | 5081 | 5431 | 5743 | 6091 |
| 3167 | 3469 | 3769 | 4093 | 4423 | 4759 | 5087 | 5437 | 5749 | 6101 |
| 3169 | 3491 | 3779 | 4099 | 4441 | 4783 | 5099 | 5441 | 5779 | 6113 |
| 3181 | | 3793 | | 4447 | 4787 | | 5443 | 5783 | |

*Table des Nombres premiers, entre 1 & 10000.*

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6121 | 6449 | 6803 | 7151 | 7523 | 7853 | 8219 | 8581 | 8893 | 9241 |
| 6131 | 6451 | 6823 | 7159 | 7529 | 7867 | 8221 | 8597 | 8923 | 9257 |
| 6133 | 6469 | 6827 | 7177 | 7537 | 7873 | 8231 | 8599 | 8929 | 9277 |
| 6143 | 6473 | 6829 | 7187 | 7541 | 7877 | 8233 | 8609 | 8933 | 9281 |
| 6151 | 6481 | 6833 | 7193 | 7547 | 7879 | 8237 | 8623 | 8941 | 9283 |
| 6163 | 6491 | 6841 | 7207 | 7549 | 7883 | 8243 | 8627 | 8951 | 9293 |
| 6173 | 6521 | 6857 | 7211 | 7559 | 7901 | 8263 | 8629 | 8963 | 9311 |
| 6197 | 6529 | 6863 | 7213 | 7561 | 7907 | 8269 | 8641 | 8969 | 9319 |
| 6199 | 6547 | 6869 | 7219 | 7573 | 7917 | 8273 | 8647 | 8971 | 9323 |
| 6203 | 6551 | 6871 | 7229 | 7577 | 7927 | 8287 | 8663 | 8999 | 9337 |
| 6211 | 6553 | 6883 | 7237 | 7583 | 7933 | 8291 | 8669 | 9001 | 9341 |
| 6217 | 6563 | 6899 | 7243 | 7589 | 7937 | 8293 | 8677 | 9007 | 9343 |
| 6221 | 6569 | 6907 | 7247 | 7591 | 7949 | 8297 | 8681 | 9011 | 9349 |
| 6229 | 6571 | 6911 | 7253 | 7603 | 7951 | 8311 | 8689 | 9013 | 9371 |
| 6247 | 6577 | 6917 | 7283 | 7607 | 7963 | 8317 | 8693 | 9029 | 9377 |
| 6257 | 6581 | 6947 | 7297 | 7621 | 7993 | 8329 | 8699 | 9041 | 9391 |
| 6263 | 6599 | 6949 | 7307 | 7639 | 8009 | 8353 | 8707 | 9043 | 9397 |
| 6269 | 6607 | 6959 | 7309 | 7643 | 8011 | 8363 | 8713 | 9049 | 9403 |
| 6271 | 6619 | 6961 | 7321 | 7649 | 8017 | 8369 | 8719 | 9059 | 9413 |
| 6277 | 6637 | 6967 | 7331 | 7669 | 8039 | 8377 | 8731 | 9067 | 9419 |
| 6287 | 6653 | 6971 | 7333 | 7673 | 8053 | 8387 | 8737 | 9091 | 9421 |
| 6299 | 6659 | 6977 | 7349 | 7681 | 8059 | 8389 | 8741 | 9103 | 9431 |
| 6301 | 6661 | 6983 | 7351 | 7687 | 8069 | 8419 | 8747 | 9109 | 9433 |
| 6311 | 6673 | 6991 | 7369 | 7691 | 8081 | 8423 | 8753 | 9127 | 9437 |
| 6317 | 6679 | 6997 | 7393 | 7699 | 8087 | 8429 | 8761 | 9133 | 9439 |
| 6323 | 6689 | 7001 | 7411 | 7703 | 8089 | 8431 | 8779 | 9137 | 9461 |
| 6329 | 6691 | 7013 | 7417 | 7717 | 8093 | 8443 | 8783 | 9151 | 9463 |
| 6337 | 6701 | 7019 | 7433 | 7723 | 8101 | 8447 | 8803 | 9157 | 9467 |
| 6343 | 6703 | 7027 | 7451 | 7727 | 8111 | 8461 | 8807 | 9161 | 9473 |
| 6353 | 6709 | 7039 | 7457 | 7741 | 8117 | 8467 | 8819 | 9173 | 9479 |
| 6359 | 6719 | 7043 | 7459 | 7753 | 8123 | 8501 | 8821 | 9181 | 9491 |
| 6361 | 6733 | 7057 | 7477 | 7757 | 8147 | 8513 | 8831 | 9187 | 9497 |
| 6367 | 6737 | 7069 | 7481 | 7759 | 8161 | 8521 | 8837 | 9199 | 9511 |
| 6373 | 6761 | 7079 | 7487 | 7789 | 8167 | 8527 | 8839 | 9203 | 9521 |
| 6379 | 6763 | 7103 | 7489 | 7793 | 8171 | 8537 | 8849 | 9209 | 9533 |
| 6389 | 6779 | 7109 | 7499 | 7817 | 8179 | 8539 | 8861 | 9221 | 9539 |
| 6397 | 6781 | 7121 | 7507 | 7823 | 8191 | 8543 | 8863 | 9227 | 9547 |
| 6421 | 6791 | 7127 | 7517 | 7829 | 8209 | 8563 | 8867 | 9239 | 9551 |
| 6427 | 6793 | 7129 | | 7841 | | 8573 | 8887 | | |

*Table des Nombres premiers entre* 1 & 10000.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9587 | 9629 | 9677 | 9721 | 9767 | 9803 | 9839 | 9883 | 9929 | 9973 |
| 9601 | 9631 | 9679 | 9733 | 9769 | 9811 | 9851 | 9887 | 9931 | |
| 9613 | 9643 | 9689 | 9739 | 9781 | 9871 | 9857 | 9901 | 9941 | |
| 9619 | 9649 | 9697 | 9743 | 9787 | 9829 | 9859 | 9907 | 9949 | |
| 9623 | 9661 | 9719 | 9749 | 9791 | 9833 | 9871 | 9923 | 9967 | |

## PROBLEME VI.

### *Des Triangles rectangles en nombres.*

ON appelle *Triangle rectangle en nombres*, trois nombres inégaux, dont le plus grand est tel, que son quarré est égal à la somme des quarrez des deux autres; comme 3, 4, 5, car le quarré 25 du plus grand 5, qu'on appelle *Hypotenuse*, est égal à la somme des quarrez, 9, 16, des deux autres 3, 4, qu'on appelle *Côtez*, dont l'un étant pris pour la *Base* du Triangle rectangle, l'autre en sera la *Hauteur*. La moitié 6 du produit 12 sous cette Base & cette Hauteur, se nomme *Aire*, qui est toûjours divisible par 3. Vous remarquerez que pour le produit de deux nombres nous entendons celuy qui vient de leur mutuelle multiplication.

Il y a une infinité de Triangles rectangles de diverse espece, tant en nombres entiers, qu'en nombres rompus: mais on les conçoit ordinairement en nombres entiers, entre lesquels le premier & le moindre de tous est le precedent 3, 4, 5, qui a une infinité de belles proprietez, qu'il seroit par consequent trop long de rapporter ici: c'est pourquoy je me contenteray de dire que la somme 216 des Cubes 27, 64, 125, de ses deux côtez 3, 4,

& de son hypotenuse 5, est un Cube, dont le côté 6 est égal à son Aire.

*Pour trouver en nombres autant de Triangles rectangles qu'on voudra*, prenez à plaisir deux nombres, comme 2, 3, qu'on appelle *Nombres generateurs*, & les multipliez ensemble, pour avoir leur produit 6, dont le double 12 sera le côté d'un Triangle rectangle, l'autre côté étant égal à la difference 5 des quarrez 4, 9, des Nombres generateurs 2, 3, & l'hypotenuse étant égale à la somme 13 des mêmes quarrez 4, 9 : tellement qu'on aura ce Triangle rectangle 5, 12, 13, car le quarré 169 de l'hypotenuse 13, est égal à la somme des quarrez 25, 144, des deux côtez 5, 12.

Le premier Triangle rectangle 3, 4, 5, dont les deux nombres generateurs sont 1, 2, est tel, que la difference des deux côtez 3, 4, est 1 : & si vous en voulez *trouver un autre de cette qualité*, prenez pour le plus petit de ses deux nombres generateurs le plus grand 2 du precedent, & pour avoir le plus grand du second, ajoûtez au double 4 du plus grand 2 du premier le plus petit 1, & vous aurez 5 pour le plus grand nombre generateur du second Triangle rectangle, lequel par consequent sera 20, 21, 29, où la difference 1 des deux côtez 20, 21, est aussi 1.

| *Côtez.* | | *Hypoten.* | *Nomb. gen.* | |
|---|---|---|---|---|
| 3. | 4. | 5. | 1. | 2. |
| 20. | 21. | 29. | 2. | 5. |
| 119. | 120. | 169. | 5. | 12. |
| 696. | 697. | 1025. | 12. | 29. |
| 4059. | 4060. | 5741. | 29. | 70. |
| 23660. | 23661. | 33461. | 70. | 169. |

Si vous voulez un troisiéme Triangle rectangle

de la même qualité, servez-vous pareillement du precedent 20, 21, 29, dont les deux nombres generateurs sont 2, 5, & prenez le plus grand 5 pour le plus petit du troisiéme Triangle rectangle, & pour avoir le plus grand, ajoûtez comme auparavant au double 10 du plus grand 5 du second le plus petit 2, & vous aurez 12 pour le plus grand nombre generateur du troisiéme Triangle rectangle, lequel par consequent sera 119, 120, 169, où la difference des deux côtez 119, 120, est aussi 1. Ainsi des autres.

Le même premier Triangle rectangle 3, 4, 5, est aussi tel, que l'excés de l'hypotenuse 5 sur le côté 4 est aussi 1, parce que ses deux nombres generateurs 1, 2, different de l'unité :

| *Bas.* | *Haut.* | *Hyp.* | *nom. gen.* | |
|---|---|---|---|---|
| 3. | 4. | 5. | 1. | 2. |
| 5. | 12. | 13. | 2. | 3. |
| 7. | 24. | 25. | 3. | 4. |
| 9. | 40. | 41. | 4. | 5. |
| 11. | 60. | 61. | 5. | 6. |
| 14. | 84. | 85. | 6. | 7. |

c'est pourquoy on pourra *trouver une infinité d'autres Triangles rectangles de cette qualité*, si pour leurs nombres generateurs on prend deux nombres differens de l'unité, comme vous voyez ici, où les premieres differences des Bases 3, 5, 7, 9, &c. sont égales, & où les secondes differences des Hauteurs 4, 12, 24, 40, &c. sont aussi égales, ce qui arrive aussi aux Hypotenuses 5, 13, 25, 41, &c.

Les Bases sont ici des nombres impairs, & si l'on veut qu'*elles soient les quarrez* de ces mêmes

nombres impairs, il ne faut que prendre les Hauteurs & les Hypotenuses pour les nombres generateurs des Triangles rectangles qu'on cherche, lesquels par consequent seront tels.

| *Bases.* | *Haut.* | *Hypoten.* | *No gen.* | |
|---|---|---|---|---|
| 9. | 40. | 41. | 4. | 5. |
| 25. | 312. | 313. | 12. | 13. |
| 49. | 1200. | 1201. | 24. | 25. |
| 81. | 3280. | 3281. | 40. | 41. |
| 121. | 7320. | 7321. | 60. | 61. |
| 169. | 14280. | 14281. | 84. | 85. |

Si au lieu d'un côté, vous voulez que *l'Hypotenuse soit un nombre quarré*, il faut que les deux nombres generateurs soient les côtez d'un Triangle rectangle, comme vous voyez ici, où l'hypotenuse est le quarré du plus grand nombre generateur augmenté de l'unité.

| *Côtez.* | | *Hypoten.* | *No. gen.* | |
|---|---|---|---|---|
| 7. | 24. | 25. | 3. | 4. |
| 119. | 120. | 169. | 5. | 12. |
| 336. | 527 | 625. | 7. | 24. |
| 720. | 1519. | 1681. | 9. | 40. |
| 1320. | 3479. | 3721. | 11. | 60. |
| 2184. | 6887. | 7225. | 13. | 84. |

Le Triangle rectangle suivant 21, 28, 35, est tel que les deux côtez 21, 28, sont des nombres Triangulaires, dont les côtez 6, 7, different de l'unité, & le quarré 1225 de l'Hypotenuse 35 est aussi un nombre Triangulaire, dont le côté est 49.

Il arrive la même chose à cet autre Triangle rectangle 820, 861, 1189, car les deux côtez

820, 861, sont des nombres Triangulaires, dont les côtez 40, 41, different aussi de l'unité, & le quarré 1413721 de l'hypotenuse 1189 est aussi un nombre Trianglaire, dont le côté est 1681.

Il arrive encore la même chose à ce troisiéme Triangle rectangle 28441, 28680, 40391, car les deux côtez 28441, 28680, sont des nombres Triangulaires, dont les côtez 238, 239, different aussi de l'unité, & le quarré 1631432881 de l'Hypotenuse 40391 est aussi un nombre Triangulaire, dont le côté est 114243. Ainsi des autres.

Les Triangles rectangles suivans, que l'on peut prolonger à l'infini, sont tels que les Bases & les

| *Bases.* | *Haut.* | *Hypoten.* | *No. gen.* | |
|---|---|---|---|---|
| 6. | 8. | 10. | 1. | 3. |
| 36. | 27. | 45. | 3. | 6. |
| 120. | 64. | 136. | 6. | 10. |
| 300. | 125. | 335. | 10. | 15. |
| 630. | 216. | 666. | 15. | 21. |
| 1176. | 343. | 1225. | 21. | 28. |

Hypotenuses sont des nombres Triangulaires, & les Hauteurs sont des nombres cubiques. On en *trouvera autant que l'on voudra*, en ajoûtant & en ôtant un nombre quarré de son quarré, car la moitié de la somme sera l'Hypotenuse, & la moitié du reste sera la Base, la hauteur étant égale au Cube du côté du premier nombre quarré: ou bien, ce qui est la même chose, en prenant pour nombres generateurs les nombres Triangulaires par ordre, comme vous voyez ici, où le plus petit nombre generateur d'un Triangle rectangle est le même que le plus grand du Triangle rectangle precedent, &c.

## PROBLEME VII.

### *De la Progression Arithmetique.*

ON appelle *Progression Arithmetique* une suite de quantitez appellées *Termes*, qui augmentent continuellement par un excés égal, comme 1, 3, 5, 7, 9, 11, &c. où l'excés est 2, ou bien 1, 4, 7, 10, 13, 16, &c. où l'excés est 3, ou bien encore 2, 6, 10, 14, 18, 22, &c. où l'excés est 4. Ainsi des autres.

La principale proprieté de la Progression Arithmetique, est que de trois termes continuels, comme 6, 10, 14, la somme 20 des deux extrémes 6, 14, est double du moyen 10; & que de quatre termes continuels, comme 6, 10, 14, 18, la somme 24 des deux extrémes 6, 18, est égale à celle des deux moyens 10, 14: & enfin que dans une plus grande multitude de termes continuels, comme dans ces six, 2, 6, 10, 14, 18, 22, la somme 24 des deux extrémes 2, 22, est la même que celle des deux 6, 18, qui en sont également éloignez, ou que celle des deux 10, 14, qui en sont aussi également éloignez. D'où il est aisé de conclure, que lorsque la multitude des termes est un nombre impair, cette somme est double du terme moyen, comme il arrive dans ces cinq termes 2, 6, 10, 14, 18, car la somme 20 des deux extrémes 2, 18, ou des deux 6, 14, qui en sont également éloignez, est double du moyen 10.

On peut aisément trouver autant de fois que l'on voudra, deux nombres, tels que la somme de leurs quarrez soit un nombre quarré, ou ce qui est la

même chose, les côtez d'un Triangle rectangle en nombres, par le moyen de cette double Progression Arithmetique $1\frac{1}{2}$, $2\frac{2}{5}$, $3\frac{3}{7}$, $4\frac{4}{9}$, &c. ou l'excés est 2 dans les Fractions, & 1 dans les Nombres entiers : car si l'on reduit l'entier avec sa Fraction en une seule Fraction, comme $1\frac{1}{3}$ en $\frac{4}{3}$, le numerateur 4, & le dénominateur 3, seront les côtez de ce Triangle rectangle 3, 4, 5, & pareillement si l'on reduit $2\frac{2}{5}$ en $\frac{12}{5}$, ce qui se fait en multipliant le nombre entier 2 par le dénominateur 5, & en ajoûtant au produit 10 le numerateur 2, le dénominateur 5, & le numerateur 12, seront les côtez de ce Triangle rectangle 5, 12, 13. Ainsi des autres : où vous voyez que tout nombre impair peut être l'un des deux côtez d'un Triangle rectangle, en nombres entiers.

Au lieu de cette double Progression Arithmetique, l'on peut se servir de celle-cy, $1\frac{7}{8}$, $2\frac{11}{12}$, $3\frac{15}{16}$, $4\frac{19}{20}$, $5\frac{23}{24}$, &c. où l'excés est 4 dans les fractions, & pareillement 1 dans les nombres entiers : car si l'on reduit $1\frac{7}{8}$, en $\frac{15}{8}$, le dénominateur 8, & le numerateur 15, seront les deux côtez de ce Triangle rectangle 8, 15, 17, & pareillement si l'on reduit $2\frac{11}{12}$, en $\frac{35}{12}$, le dénominateur 12, & le numerateur 35, seront les deux côtez de cet autre Triangle rectangle 12, 35, 37. Ainsi des autres, où vous voyez qu'un nombre divisible par 4 peut être l'un des deux côtez d'un Triangle rectangle en nombres entiers.

Dans une Progreſſion Arithmetique, la ſomme des termes eſt égale à la ſomme des deux extrêmes, multipliée par la moitié du nombre de la multitude de tous ces termes. C'eſt pourquoy *pour trouver la ſomme d'autant de termes qu'on voudra d'une Progreſſion Arithmetique*, par exemple de ces huit, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, on multipliera par leur nombre de multitude 8, la ſomme 20 des deux extrémes 3, 17, & la moitié 80 du produit 160 ſera la ſomme qu'on cherche.

Si tout au contraire l'on connoît la ſomme des termes, dont le premier eſt auſſi connu, & encore le nombre de leur multitude, l'on trouvera ces termes en cherchant leur excés en cette ſorte. Si la ſomme donnée des termes eſt par exemple 80, que leur nombre de multitude ſoit 8, & que le premier terme ſoit 3, diviſez par le nombre donné de multitude 8 le double 160 de la ſomme donnée 80, & ôtez du quotient 20 le double 6 du premier terme donné 3, & enfin diviſez le reſte 14 par le nombre donné de multitude diminué de l'unité, c'eſt-à-dire dans cet exemple par 7, & le quotient 2 ſera l'excés qu'on cherche, lequel étant ajoûté au premier terme donné 3, on aura 5 pour le ſecond terme, auquel ſi l'on ajoûte pareillement le même excés 2, on aura 7 pour le troiſiéme terme, & ainſi enſuite.

Mais ſi l'on donne la ſomme des termes, le nombre de leur multitude, & l'excés, on trouvera le premier terme, & par conſequent tous les autres en cette ſorte. Que la ſomme donnée des termes ſoit 80, que le nombre de leur multitude ſoit 8, & que l'excés ſoit 2; diviſez le double 160 de la ſomme donnée 80 par le nombre donné 8 de multitude, & ôtez du quotient 20 autant de fois l'ex-

cés 2, que le nombre donné de multitude 8 comprend d'unitez moins une, sçavoir 7 fois, ou 14, & la moitié 3 du reste 6 sera le premier terme, auquel ajoûtant l'excés donné 2, on aura 5 pour le second terme, auquel pareillement si l'on ajoûte le même excés 2, on aura 7 pour le troisiéme terme, & ainsi ensuite. Nous allons faire l'application de ces trois cas dans les Questions suivantes.

## QUESTION I.

*Un Proprietaire fait faire un Puits à un Masson avec cette condition, qu'il luy donnera 3 livres pour la premiere toise de profondeur, 5 pour la seconde, 7 pour la troisiéme, & ainsi ensuite en augmentant de 2 livres à chaque toise jusqu'à 20 toises de profondeur. On demande combien il sera dû au Masson, quand les 20 toises de profondeur seront achevées.*

POur resoudre cette Question, multipliez les 2 livres d'augmentation pour chaque toise de profondeur par le nombre des toises moins une de toute la profondeur, sçavoir par 19, & ayant ajoûté au produit 38 le double 6 de 3, qui est le nombre des livres promises pour la premiere toise, multipliez la somme 44 par la moitié 10 du nombre 20 des toises de toute la profondeur, & vous aurez 440 livres pour l'argent dû au Masson sur 20 toises de profondeur.

## QUESTION II.

*Un Voyageur a fait* 100 *lieuës en* 8 *jours de temps, & chaque jour il a fait également plus de chemin que le jour precedent, & sçachant que le premier jour il a fait seulement* 2 *lieuës, on demande combien de lieuës il a fait chacun des autres jours.*

POur resoudre cette Question, divisez le double 200 des lieuës données 100 par le nombre donné 8 des jours, & ôtez du quotient 25 le double 4 du nombre donné 2 des lieuës du premier jour, pour diviser le reste 21 par 7, qui est le nombre donné des jours, diminué de l'unité, & le quotient 3 fera connoître que le Voyageur a fait chaque jour 3 lieuës plus que le precedent; d'où il est aisé de conclure, que comme le premier jour il a fait 2 lieuës, le second il en aura fait 5, le troisiéme 8, le quatriéme 11, le cinquiéme 14, le sixiéme 17, le septiéme 20, & le huitiéme 23, ce qui fait en tout 100 lieuës, comme porte la Question.

## QUESTION III.

*Un Voyageur a fait* 100 *lieuës en* 8 *jours de temps, & il a fait chaque jour* 3 *lieuës plus que le precedent; on demande combien de lieuës il a fait chaque jour.*

POur resoudre cette Question, divisez le double 200 des lieuës données 100, par le nombre donné 8 des jours, & ôtez du quotient 25 le

nombre 21, qui est le nombre donné 3 des lieuës de surplus en chaque jour, multiplié par le nombre donné des jours moins un, c'est-à-dire par 7, & la moitié 2 du reste 4 fera connoître que le premier jour le Voyageur a fait 2 lieuës, & que par consequent il en fait 5 le second jour, 8 le troisiéme, 11 le quatriéme, 14 le cinquiéme, 17 le sixiéme, 20 le septiéme, & 23 le huitiéme, ce qui fait en tout 100 lieuës, comme porte la Question.

## QUESTION IV.

*Un Voleur en s'enfuyant fait 8 lieuës par jour, & un Archer le poursuit, qui n'a fait que 3 lieuës le premier jour, 5 le second, 7 le troisiéme, & ainsi ensuite en augmentant de 2 lieuës chaque jour. On demande en combien de jours l'Archer atteindra le Voleur, & combien de lieuës chacun aura fait.*

POur resoudre cette Question & ses semblables, ajoûtez le nombre 2 des lieuës que l'Archer fait chaque jour plus que le precedent, au double 16 du nombre 8 des lieuës que le voleur fait chaque jour, & ayant ôté de la somme 18 le double 6 du nombre 3 des lieuës que l'Archer a fait le premier jour, divisez le reste 12 par le nombre 2 des lieuës que le même Archer fait de plus chaque jour, & le quotient 6 fera connoître que l'Archer atteindra le Voleur au bout de six jours, & que par consequent chacun aura fait 48 lieuës, parce que 6 fois 8 font 48, & que la somme de ces six termes de la Progression Arithmetique, 3, 5, 7, 9, 11, 13, fait aussi 48.

## QUESTION V.

*On suppose que de Paris à Lyon il y a 100 lieuës, & que deux Couriers sont partis en même temps, & par la même route, l'un de Paris pour aller à Lyon, en faisant 2 lieuës chaque jour plus que le precedent, & l'autre de Lyon pour venir à Paris, en faisant 3 lieuës chaque jour plus que le precedent: & que precisément au milieu du chemin ils se sont rencontrez, le premier au bout de 5 jours, & le second au bout de 4 jours. On demande combien de lieuës ces deux Couriers ont fait chaque jour.*

POur sçavoir combien de lieuës a fait chaque jour celuy qui pour rencontrer l'autre, a employé 5 jours, ôtez ce nombre 5 de son quarré 25, & ayant multiplié le reste 20 par le nombre 2 des lieuës que ce Courier a fait chaque jour plus que le precedent, ôtez le produit 40 du nombre 100 de la distance de Paris à Lyon, pour diviser le reste 60 par le double 10 du nombre 5 des jours, & le quotient 6 fera connoître que le Courier a fait 6 lieuës le premier jour, & par consequent 8 le second, 10 le troisiéme, 12 le quatriéme, & 14 le cinquiéme.

Pareillement pour sçavoir combien de lieuës a fait chaque jour celuy qui pour rencontrer l'autre a employé 4 jours, ôtez ce nombre 4 de son quarré 16, & ayant multiplié le reste 12 par le nombre 3 des lieuës que ce Courier a fait chaque jour de plus, ôtez le produit 36 du nombre 100 de la distance de Paris à Lyon, pour diviser le reste 64 par le double 8 du nombre 4 des jours, & le

le quotient 8 fera connoître que ce Courier a fait 8 lieuës le premier jour, & par conséquent 11 le second, 14 le troisiéme, & 17 le quatriéme.

## QUESTION VI.

*Il y a cent pommes & un panier, rangez en ligne droite, & éloignez par tout d'un pas les uns des autres. On demande combien de pas feroit celuy qui entreprendroit de cueillir ces pommes les unes aprés les autres, & de les rapporter dans son panier, qui seroit toûjours dans la même place.*

IL est certain que pour la premiere pomme il faut faire 2 pas, un pour aller, & un pour revenir : que pour la seconde pomme il faut faire 4 pas, deux pour aller, & deux pour revenir : que pour la troisiéme pomme il faut faire 6 pas, trois pour aller, & trois pour revenir : & ainsi ensuite dans cette Progression Arithmetique, 2, 4, 6, 8, 10, &c. dont le dernier & plus grand terme sera 200, sçavoir le double du nombre des pommes, auquel ajoûtant le premier terme 2, & multipliant la somme 202 par la moitié 50 du nombre des pommes, qui est le nombre de la multitude des termes, le produit 10100 sera la somme de tous ces termes, ou le nombre des pas qu'on cherche.

## PROBLEME VIII.

### *De la Progression Geometrique.*

ON appelle *Progression Geometrique* une suite de plusieurs quantitez qui croissent continuel-

lement par la multiplication d'un même nombre, comme 3, 6, 12, 24, 48, 96, &c. où chaque terme est double de son precedent : ou bien 2, 6, 18, 54, 162, 486, &c. où chaque terme est triple de son precedent. Ainsi des autres

La principale proprieté de la Progression Geometrique, est que de trois termes continuellement proportionnels, comme 3, 6, 12, le produit 36 des deux extrémes 3, 12, est égal au quarré du moyen 6; & que de quatre termes en proportion continuë, comme 3, 6, 12, 24, le produit 72 des deux extrémes 3, 24, est le même que le produit des deux moyens 6, 12: & enfin que dans une plus grande multitude de termes continuellement proportionnels, comme dans ces six 3, 6, 12, 24, 48, 96, le produit 288 des deux extrémes 3, 96, est le même que celuy des deux 6, 48, qui en sont également éloignez, ou des deux 12, 24, qui en sont aussi également éloignez. D'où il est aisé de conclure, que lorsque la multitude des termes est un nombre impair, ce produit est égal au quarré du terme moyen, comme il arrive dans ces cinq termes 3, 6, 12, 24, 48, car le produit 144 des deux extrémes 3, 48, ou des deux 6, 24, qui en sont également éloignez, est le quarré du terme moyen 12.

Ainsi vous voyez que ce qui convient à la Progression Arithmetique par addition, convient à la Progression Geometrique par multiplication : mais il y a une autre difference considerable entre ces deux Progressions, en ce que dans la Progression Arithmetique les differences des termes sont égales, & que dans la Progression Geometrique, elles sont toûjours inégales, & conservent entre elles la même Progression Geometrique, en continuant mê-

mes à l'infini de prendre les differences des differences, sans pouvoir jamais venir à des differences égales. Ainsi l'on void que dans cette Progression Geometrique 2, 6, 18, 54, 162, 486, les differences des termes font cette semblable Progression Geometrique 4, 12, 36, 108, 324, où les differences des termes font aussi cette semblable Progression Geometrique, 8, 24, 72, 216, & ainsi ensuite.

De trois termes proportionnels, comme 2, 6, 18, le cube 216 du moyen 6 est égal au produit solide qui vient en multipliant ensemble les trois nombres 2, 6, 18: & de quatre nombres continuellement proportionnels, comme 2, 6, 18, 54, le cube 216 du second 6 est égal au produit solide qu'on a en multipliant le quatriéme 54 par le quarré du premier 2, & pareillement le cube 5832 du troisiéme 18 est égal au produit solide qui vient en multipliant le premier 2 par le quarré 2916 du quatriéme 54.

On connoît aisément par ce qui a été dit jusqu'à present, que *pour trouver entre deux nombres donnez un moyen geometrique proportionnel*, comme entre 2 & 18, il faut multiplier ensemble les deux nombres donnez 2, 18, & prendre la Racine quarrée 6 de leur produit 36, qui sera le moyen proportionnel qu'on cherche.

Et que *pour trouver entre deux nombres donnez deux moyens Geometriques continuellement proportionnels*, comme entre 2 & 54, il faut multiplier le dernier 54 par le quarré 4 du premier 2, & la Racine cubique 6 du produit 216 sera le premier moyen proportionnel, lequel étant multiplié par le second nombre donné 54, la Racine quarrée 18 du produit 324 sera l'autre moyen proportionnel qu'on cherche.

Mais *pour trouver entre deux nombres donnez un moyen proportionnel Arithmetique*, comme entre 2 & 8, la moitié 5 de la somme 10 des deux nombres donnez 2, 8, sera le moyen proportionnel qu'on cherche.

Et *pour trouver entre deux nombres donnez deux moyens arithmetiques continuellement proportionnels*, comme entre 2 & 11, on ôtera le plus petit nombre donné 2 de ces deux nombres du plus grand 11, & on ajoûtera separement au même plus petit 2 le tiers 3 du reste 9, & son double 6, & l'on aura 5 & 8 pour les deux moyens proportionnels qu'on cherche.

Ou bien on ajoûtera au plus grand 11 des deux nombres donnez le double 4 du plus petit 2, & reciproquement au plus petit 2 le double 22 du plus grand 11, & les tiers des deux sommes 15, 24, donneront 5 & 8 pour les deux moyens qu'on cherche.

Il est évident que toutes les Puissances par ordre d'un même nombre comme de 2, font une Progression Geometrique, telle qu'est la suivante,

| ① | ② | ④ | | | | ⑧ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2, | 4, | 8, | 16, | 32, | 64, | 128, | 256, &c. |
| 1 | 1 | | 1 | | | | 1 |
| 3 | 5 | | 17 | | | | 257 |

où vous voyez que toutes les Puissances du nombre 2, dont les exposans ①, ②, ④, ⑧, &c. sont les termes d'une Progression Geometrique, sçavoir 2, 4, 16, 256, &c. sont telles que si à chacune on ajoûte l'unité, les sommes 3, 5, 17, 257, &c. sont des nombres premiers. Par où il

est aisé de trouver un nombre premier plus grand que quelque nombre donné que ce soit.

Si l'on continuë à l'infini une Progression Geometrique en décroissant, comme 6, 2, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{27}$, &c. la difference 4 des deux premiers termes 6, 2, est au premier 6, comme le même premier 6, est à la somme de tous les termes infinis. C'est pourquoy *pour trouver la somme de tous les termes infinis d'une Progression Geometrique qui décroît*, comme de la proposée, 6, 2, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{27}$, &c. il faut diviser le quarré 36 du premier terme 6, par la difference 4 des deux premiers 6, 2, & le quotient 9 sera la somme qu'on cherche, de laquelle ôtant la somme 8 des deux premiers termes 6, 2, il restera 1 pour la somme de ces Fractions infinies continuellement proportionnelles $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{27}$, &c. on connoîtra de la même façon, que la somme de toutes ces Fractions infinies continuellement proportionnelles, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, &c. vaut aussi 1. C'est par cette regle qu'on peut resoudre la Question suivante, aprés avoir dit que

Quand on parle de quantitez proportionnelles sans specifier, cela s'entend toûjours de la Proportion Geometrique. Nous dirons ici en passant, que si de l'unité, comme numerateur, & des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c. comme Dénominateurs, on fait cette suite de Fractions, $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, &c. qui vont toûjours en di-

minuant, ces Fractions étant prises consecutivement de trois en trois, comme l'on voudra, seront en proportion harmonique, c'est-à-dire que la premiere de ces trois sera à la troisiéme, comme la difference des deux premieres est à la difference des deux dernieres, comme l'on connoîtra encore mieux en reduisant ces Fractions en même dénomination, ou en entiers, ce qui se fera ici pour les cinq Fractions $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, en les multipliant par le même nombre 60, qui est divisible par tous les dénominateurs 2, 3, 4, 5, car à la place de ces cinq Fractions, on aura ces cinq nombres entiers 60, 30, 20, 15, 12, dont les trois premiers 60, 30, 20, sont bien en proportion harmonique, car le premier 60 est au troisiéme 20, qui en est la troisiéme partie, comme la difference 30 des deux premiers est à la difference 10 des deux derniers, qui en est aussi la troisiéme partie. C'est par un semblable raisonnement que l'on connoîtra que ces trois 30, 20, 15, sont aussi en proportion harmonique, & pareillement ces trois 20, 15, 12.

## QUESTION.

*Un grand Navire en poursuit sur le même Rumb un plus petit; dont il est éloigné de 4 lieuës, & il marche deux fois plus vîte que le plus petit. On demande le chemin que le grand Navire doit faire pour atteindre le plus petit.*

PArce que la distance des deux Navires est 4, & que leurs vîtesses sont en raison double, continuez à l'infini cette Progression Geometrique dou-

ble 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, &c. dont le premier & le plus grand terme soit 4 : & trouvez la somme de tous ces termes infinis, en divisant le quarré 16 du premier 4 par la difference 2 des deux premiers 4, 2, vous aurez 8 pour cette somme, qui fera connoître que lorsque le grand Navire aura fait 8 lieuës, il atteindra le plus petit.

## PROBLEME IX.

### *Des Quarrez Magiques.*

ON appelle *Quarré Magique* un Quarré divisé en plusieurs autres petits quarrez égaux, ou cases remplies des termes d'une Progression Arithmetique, qui y sont tellement transposez que tous ceux d'une même bande, ou d'un même rang, tant en long, qu'en travers, & qu'en diagonale, font ensemble une même somme.

Comme il arrive à ce Quarré qui est divisé en 25 petites Cases égales, ou les 25 premiers nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. sont tellement transposez, que la somme de chaque rang, soit de haut en bas, soit de droit à gauche, & de ceux des diagonales ou diametres du Quarré, est par tout 65, laquelle somme 65 est dans tout *Quarré impair*, c'est-à-dire qui a un nombre quarré impair de Cases, comme celui-ci qui en a 25, est égal au produit sous la Racine quarrée 5 de ce nombre quarré 25, & le terme

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 11 | 24 | 7 | 20 | 3 |
| 4 | 12 | 25 | 8 | 16 |
| 17 | 5 | 13 | 21 | 9 |
| 10 | 18 | 1 | 14 | 22 |
| 23 | 6 | 19 | 2 | 15 |

moyen 13 de la Progreſſion Arithmetique 1, 2, 3, 4, &c.

Cette ſomme ſe trouve auſſi en diſpoſant les termes donnez de la Progreſſion Arithmetique, ſelon leur ſuite naturelle 1, 2, 3, 4, &c. dans les Caſes du Quarré, comme vous voyez ici; car alors la ſomme des nombres de chaque *Rang diagonal*, c'eſt-à-dire, qui va d'un angle à l'autre du Quarré, ſera celle qu'on cherche, ce qui arrivera auſſi aux *Quarrez pairs*, c'eſt-à-dire qui contiennent un nombre quarré pair de Caſes.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

Pour diſpoſer magiquement dans les Caſes d'un Quarré impair, par exemple de celuy dont le côté eſt 5, ou qui a 25 Caſes, autant de nombres donnez en Progreſſion Arithmetique, comme 1, 2, 3, 4, 5, & ainſi enſuite juſqu'au dernier & plus grand 25, écrivez le premier & plus petit 1 dans la Caſe qui répond immediatement ſous celle du milieu, où eſt le Centre du Quarré, & en ſuivant la Diagonale vers la droite écrivez le ſecond terme 2 dans la Caſe voiſine & plus baſſe de la bande qui ſuit vers la droite, & continuez ainſi juſqu'à ce que vous ayez rempli la plus baſſe Caſe, comme il arrive ici au ſecond terme 2.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 11 | 24 | 7 | 20 | 3 |
| 4 | 12 | 25 | 8 | 16 |
| 17 | 5 | 13 | 21 | 9 |
| 10 | 18 | 1 | 14 | 22 |
| 23 | 6 | 19 | 2 | 15 |

Aprés cela parce qu'en continuant ſelon la dia-

gonale de la gauche vers la droite, le terme suivant 3 se rencontre en dehors, on le placera à la Case opposée de la bande où il se rencontrera : & encore parce qu'en continuant toûjours selon la diagonale vers la droite, le terme suivant 4 se trouve aussi en dehors, on le placera pareillement dans la Case opposée du rang où il se rencontre en dehors, aprés quoy l'on continuera à placer les termes suivans toûjours en décendant selon la diagonale vers la droite : mais parce que le terme 6 tombe dans une Case qui est déja remplie, sçavoir dans celle où il y a déja 1, on retrogradera selon la diagonale de la droite vers la gauche, & l'on écrira ce terme 6 dans la seconde Case du rang, où le terme precedent 5 se rencontre, en sorte qu'entre ces deux termes il reste une Case vuide ; ce qu'il faut toûjours ainsi pratiquer, lorsqu'une Case se trouvera déja remplie.

Enfin l'on continuera selon ces regles à placer les autres termes dans les Cases vuides, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à l'angle du Quarré, où dans cet exemple le terme 15 se rencontre : & alors comme l'on ne peut plus se conduire selon la Diagonale en décendant vers la droite, pour placer le terme suivant 16, on le placera toûjours dans la seconde Case d'en haut du même rang, aprés quoy les autres termes se placeront dans les autres Cases vuides comme les precedens, sans qu'il puisse plus arriver quelque nouvelle difficulté.

Ces mêmes termes peuvent avoir d'autres dispositions magiques, telles que sont les suivantes, que nous avons trouvées par une autre maniere, qui n'étant pas si facile que la precedente, ne sera pas ici expliquée, non plus que celle qui sert pour les Quarrez pairs, parce qu'elle est trop difficile

pour être inserée dans des Recreations Mathematiques.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 10 | 25 | 16 | 11 |
| 20 | 8 | 19 | 12 | 6 |
| 5 | 9 | 13 | 17 | 21 |
| 22 | 14 | 7 | 18 | 4 |
| 15 | 24 | 1 | 2 | 23 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 12 | 25 | 6 | 19 | 3 |
| 5 | 11 | 24 | 8 | 17 |
| 16 | 4 | 13 | 22 | 10 |
| 9 | 18 | 2 | 15 | 21 |
| 23 | 7 | 20 | 1 | 14 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 20 | 23 | 16 | 5 |
| 4 | 18 | 9 | 12 | 22 |
| 15 | 7 | 13 | 19 | 11 |
| 24 | 14 | 17 | 8 | 2 |
| 21 | 6 | 3 | 10 | 25 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 11 | 24 | 17 | 10 | 3 |
| 4 | 12 | 25 | 18 | 6 |
| 7 | 5 | 13 | 21 | 19 |
| 20 | 8 | 1 | 14 | 22 |
| 23 | 16 | 9 | 2 | 15 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 11 | 22 | 9 | 20 | 3 |
| 2 | 14 | 25 | 8 | 16 |
| 19 | 5 | 13 | 21 | 7 |
| 10 | 18 | 1 | 12 | 24 |
| 23 | 6 | 17 | 4 | 15 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 17 | 24 | 1 | 8 | 15 |
| 23 | 5 | 7 | 14 | 16 |
| 4 | 6 | 13 | 20 | 22 |
| 10 | 12 | 19 | 21 | 3 |
| 11 | 18 | 25 | 2 | 9 |

*Remarque.*

CE Quarré a été appellé *Magique*, parce qu'il a été en grande veneration parmy les Egyptiens, & les Phytagoriciens leurs Disciples, qui pour donner plus d'éficace & de vertu à ce Quarré, le dédioient aux sept Planetes en differentes manieres, & le gravoient sur une lame du métal qui sympatisoit avec la Planete, à laquelle il étoit dedié en l'enfermant dans un Polygone regulier inscrit en un Cercle divisé en autant de parties égales que le côté du Quarré avoit d'unitez, avec les noms des Anges de la Planete, & des Signes du Zodiaque, qu'ils écrivoient dans les espaces vuides entre le Polygone & la circonference du Cercle circonscrit; croyant par une vaine superstition qu'une telle médaille, ou talisman étoit favorable à celuy qui la portoit avec foy en temps & lieu.

Ils attribuoient à Saturne le Quarré de 9 Cases, ayant 3 pour côté, & 15 pour la somme des nombres de chaque Bande. A Jupiter le Quarré de 16 Cases, ayant 4 pour côté, & 34 pour la somme des nombres de chaque Bande. A Mars le Quarré de 25 Cases, ayant 5 pour côté, & 65 pour la somme des nombres de chaque Bande. Au Soleil le Quarré de 36 Cases, ayant 6 pour côté, & 111 pour la somme des nombres de chaque Bande. A Venus le Quarré de 49 Cases, ayant 7 pour côté, & 175 pour la somme des nombres de chaque Bande. A Mercure le Quarré de 64 Cases, ayant 8 pour côté, & 260 pour la somme des nombres de chaque Bande. A la Lune le Quarré de 81 Cases, ayant 9 pour côté, & 369 pour la somme des nombres de chaque Bande.

Enfin, ils attribuoient à la matiere imparfaite le Quarré de 4 Cases, ayant 2 pour côté, & à Dieu le Quarré d'une seule Case, ayant pour côté l'unité, qui étant multipliée par elle-même, ne se change pas. Par le moyen de ce Problême nous resoudrons cette

## QUESTION.

*Disposer en trois rangs les neuf premieres Cartes, depuis l'As jusqu'au Neuf, de sorte que tous les points de chaque rang pris en long, ou en large, ou en diagonale, fassent ensemble une même somme.*

ON disposera magiquement les neuf premiers nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, par la Methode que nous avons enseignée, comme vous voyez ici, & alors on connoîtra que les Cartes marquées des mêmes points que sont les chifres de chaque Case, doivent être rangées de la même façon, afin que la somme de tous les points de chaque rang soit par tout le même, sçavoir 15.

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

Au lieu de la Progression Arithmetique, l'on peut prendre la Progression geometrique, par exemple, cette Progression double, 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, & alors il arrivera que ces neuf termes étant disposez magiquement par la Methode qui a été enseignée auparavant, le produit qui viendra en multipliant ensemble ceux qui seront dans chaque rang, sera par tout le même, sçavoir 4096, qui est

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 256 | 2 |
| 4 | 16 | 64 |
| 128 | 1 | 32 |

égal au Cube du terme moyen 16.

Nous ajoûterons ici en passant cet autre Quarré de neuf Cases, dont les nombres qui sont dans chaque rang, de quelque maniere qu'on le prenne, c'est-à-dire soit en long ou en travers, ou en diagonale sont en proportion harmonique : & l'on peut trouver autant d'autres nombres qu'on voudra de la même qualité, si au lieu des nombres precedens on met des lettres, comme vous voyez icy, où les grandeurs litterales de chaque rang sont harmoniquement proportionelles : c'est pourquoy en donnant

| | | |
|---|---|---|
| 1260 | 840 | 630 |
| 504 | 420 | 360 |
| 315 | 280 | 252 |

$$a. \qquad \frac{2ac}{a+c}. \qquad c.$$

$$\frac{2ab}{a+b}. \qquad \frac{2bc}{b+c}. \qquad \frac{2abc}{2ab+ac-bc}.$$

$$b. \qquad \frac{2abc}{2ac+ab-bc}. \qquad \frac{abc}{ab+ac-bc}.$$

aux trois lettres indéterminées $a$, $b$, $c$, des valeurs differentes, on aura en la place de ces quantitez litterales des nombres qui conserveront toûjours dans chaque rang la proportion harmonique.

## PROBLEME X.

### *Du Triangle Arithmetique.*

Planche 1. 1. Fig.

ON appelle *Triangle Arithmetique* la moitié d'un Quarré divisé comme le Quarré Magique, en plusieurs petites Cases égales qui contiennent les nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. les nombres Triangulaires 1, 3, 6, 10, &c. qu'on a par l'addition continuelle des nombres precedens : les nombres Pyramidaux 1, 4, 10, 20, &c. que donne l'addition continuelle des nombres Triangulaires : les nombres Pyramido-pyramidaux 1, 5, 15, 35, &c. qui viennent par l'addition continuelle des nombres Pyramidaux : & ainsi ensuite, comme vous voyez dans la Figure, qu'il ne faut que regarder pour la comprendre.

Entre les differens usages du Triangle Arithmetique, je parleray seulement de ceux qui sont pour les Combinaisons, pour les permutations, & pour les Partis du Jeu, parce que les autres sont trop speculatifs pour des Recreations Mathematiques.

### *Des Combinaisons.*

NOus entendons ici pour *Combinaisons* tous les differens choix qu'on peut faire de plusieurs choses, dont la multitude est connuë, en les prenant en diverses manieres, une à une, deux à deux, trois à trois, &c. sans jamais prendre les mêmes deux fois.

Comme si l'on a quatre choses exprimées par ces quatre lettres *a*, *b*, *c*, *d*, toutes les diverses manieres d'en prendre par exemple deux differentes, sça-

voir *ab*, *ac*, *ad*, *bc*, *bd*, *cd*, ou trois differentes, ſçavoir *abc*, *abd*, *acd*, *bcd*, s'appellent *Combinaiſons*, où il eſt aiſé de voir, que de quatre choſes propoſées, on les peut prendre d'une à une en quatre façons, de deux à deux en ſix façons, de trois à trois en quatre façons, & de quatre à quatre en une maniere ſeulement : de ſorte que 1 ſe combine dans 4 quatre fois, 2 ſix fois, 3 quatre fois, & 4 une fois.

Pour trouver dans une plus grande multitude de choſes differentes, par exemple de ſept, les diverſes combinaiſons que l'on peut faire en les prenant diverſement, ſoit pour les ajoûter enſemble, ou pour les multiplier, comme ſi l'on vouloit ſçavoir toutes les conjonctions poſſibles des ſept Planetes, en les prenant de deux à deux, c'eſt-à-dire, ſi l'on vouloit ſçavoir combien de fois 2 ſe combine dans 7; ajoûtez l'unité à chacun des deux nombres donnez 2, 7, pour avoir ces deux autres nombres 3, 8, qui font connoître que dans la troiſiéme Caſe de bas en haut, ou de haut en bas, de la huitiéme diagonale du Triangle Arithmetique, l'on trouvera le nombre des combinaiſons qu'on cherche, ſçavoir 21, qui marque les diverſes rencontres des ſept Planetes conjointes deux à deux.

Ou bien parce que les deux nombres donnez ſont 2, 7, & que le plus petit eſt 2, ajoûtez enſemble tous les nombres du deuxiéme rang juſqu'à la ſeptiéme diagonale, parce que le plus grand nombre donné eſt 7, ſçavoir 1, 2, 3, 4, 5, 6, & la ſomme 21 ſera le nombre qu'on cherche.

Si vous n'avez point de Triangle Arithmetique qui mêmes peut manquer, lorſque le nombre de multitude des choſes propoſées paſſera 9, parce que nous ne l'avons pas prolongé au delà de 9,

quoique cela soit facile, apprenez cette autre Regle qui est generale pour quelque nombre de multitude que ce soit.

Etant donc donnez les deux nombres 2, 7, pour sçavoir combien de fois le plus petit 2 se combine dans le plus grand 7, faites des deux nombres donnez 2, 7, ces deux Progressions Arithmetiques 2, 1, & 7, 6, qui décroissent de l'unité, & qui ne doivent avoir que deux termes, sçavoir autant que le plus petit nombre donné 2 comprend d'unitez. Aprés cela multipliez ensemble tous les termes de chaque Progression, sçavoir 7 par 6, & 2 par 1, & divisez le premier produit 42 par le second 2, & le quotient 21 sera la multitude des Combinaisons de 2 en 7.

C'est par cette maniere, ou par la precedente, qu'on trouvera que 3 se combine dans 7, 35 fois, & 4 aussi 35 fois, que 5 s'y combine 22 fois, & 6 seulement 7 fois. D'où il suit que la multitude de toutes les Combinaisons qui se peuvent faire dans sept choses differentes, en les prenant une à une, deux à deux, trois à trois, quatre à quatre, cinq à cinq, six à six, & sept à sept, est 127, que l'on trouve en ajoûtant ensemble toutes les multitudes particulieres de Combinaisons, 7, 21, 35, 21, 7, 1, qui conviennent aux nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; mais cette multitude se peut trouver plus facilement en faisant cette Progression Geometrique double 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, qui doit être composée de sept termes, parce que le nombre proposé des choses à combiner est 7: car la somme 127 de tous ces termes sera le nombre qu'on cherche, qui se peut trouver encore plus facilement en cette sorte. Otez l'unité du nombre proposé 7, & parce qu'il reste 6, cela vous fait voir

que

que du nombre 2 il en faut prendre la sixiéme Puissance qui est 64., dont le double 128 doit être diminué de l'unité, & le reste 127 sera le nombre qu'on cherche.

Auparavant que de finir, j'ajoûteray ici deux Methodes particulieres aux deux nombres 2 & 3, pour trouver combien de fois ils se combinent dans un nombre proposé qui doit être plus grand, par exemple dans le même nombre donné 7.

Pour donc trouver premierement combien de fois 2 se combine dans 7, ôtez ce nombre 7 de son quarré 49, & la moitié du reste 42 donnera 21 pour le nombre des fois que 2 se combine dans 7.

Pour trouver combien de fois 3 se combine dans 7, ajoûtez au Cube 343 du nombre donné 7 le double 14 de ce même nombre 7, & ôtez de la somme 357 le triple 147 du quarré 49 du même nombre 7, & la sixiéme partie du reste 210 donnera 35 pour le nombre des fois que 3 se combine dans 7.

## *Des Permutations.*

IL y a une autre sorte de Combinaisons, que l'on peut appeller *Permutation*, où l'on prend les mêmes choses deux fois : comme si l'on veut combiner ces trois nombres 2, 5, 6, en les prenant deux à deux, pour sçavoir les differentes valeurs qu'ils peuvent produire, en considerant les deux premiers nombres en cette sorte, 25, on dira qu'ils font vingt-cinq, & en les considerant ainsi, 52 on prononcera qu'ils font 52. Pareillement en considerant le premier & le troisiéme nombre en cette sorte 26, on connoîtra qu'ils font vingt-six, & en les considerant ainsi, 62, on dira qu'ils font

ſoixante-deux. Ainſi des autres, où vous voyez que la multitude des Permutations eſt double de celle des Combinaiſons.

On ſe ſert tres-utilement des Permutations, quand on veut faire des Anagrammes, où l'on fait quelquefois des rencontres heureuſes, c'eſt-à-dire qui conviennent fort à leur ſujet, comme il arrive à ce mot ROMA, dont les lettres étant tranſpoſées font cet autre mot AMOR. Mais la rencontre eſt bien plus heureuſe dans ces deux Vers Latins;

*Signa te, ſigna, temere me tangis et angis,*
*Roma tibi ſubito motibus ibit amor.*

dont les lettres étant priſes à contre-ſens font les mêmes Vers.

On ſe ſert auſſi des Permutations dans le Jeu de Dez, pour connoître le nombre des hazards qu'auroit celuy qui avec deux Dez entreprendroit de faire par exemple 9, étant certain qu'il auroit quatre hazards, parce que 9 ſe peut faire en quatre façons, ſçavoir par le 4 du premier Dé & le 5 du ſecond, ou bien par le 5 du premier & le 4 du ſecond: & encore par le 3 du premier Dé & le 6 du ſecond, ou bien par le 6 du premier & le 3 du ſecond.

Pour combiner enſemble ſimplement pluſieurs lettres, par exemple ces quatre AMOR, c'eſt-à-dire, pour trouver le nombre de leurs Permutations ſimples, en les tranſpoſant ſelon toutes les manieres poſſibles, faites cette Progreſſion Arithmetique 1, 2, 3, 4, compoſée d'autant de termes qu'il y a de lettres à combiner enſemble, comme en cet exemple de quatre termes, parce qu'il y a quatre lettres à combiner, en ſorte que le premier terme ſoit toûjours l'unité, & que le dernier ex-

prime le nombre des lettres : & alors en multipliant ensemble tous ces termes, le produit 24

| | | | |
|---|---|---|---|
| AMOR | MARO | OAMR | ROMA |
| AMRO | MAOR | OARM | ROAM |
| AOMR | MOAR | OMAR | RMAO |
| AORM | MORA | OMRA | RMOA |
| ARMO | MRAO | ORAM | RAMO |
| AROM | MROA | ORMA | RAOM |

sera le nombre des Permutations, ou des changemens differens que l'on peut faire des quatre lettres proposées AMOR, comme vous voyez ici.

C'est de la même façon que l'on trouvera le nombre des Permutations d'une autre multitude de lettres, sçavoir en faisant une Progression d'autant de nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c. qu'il y aura de lettres à combiner ensemble, & en multipliant ensemble tous les termes de cette Progression. Ainsi vous trouverez que cinq Lettres se peuvent combiner simplement, ou transposer en 120 manieres, six en 720, & ainsi des autres, comme vous voyez dans la Table suivante, qui montre que les 23 lettres de l'Alphabet se peuvent combiner en 25852016738884976640000 façons.

| | |
|---|---|
| 1 | 1. A. |
| 2 | 2. B. |
| 3 | 6. C. |
| 4 | 24. D. |
| 5 | 120. E. |
| 6 | 720. F. |
| 7 | 5040. G. |
| 8 | 40320. H. |
| 9 | 362880. I. |
| 10 | 3628800. K. |
| 11 | 39916800. L. |
| 12 | 479001600. M. |
| 13 | 6227020800. N. |
| 14 | 87178291200. O. |
| 15 | 1307674368000. P. |
| 16 | 20922789888000. Q. |
| 17 | 355687428096000. R. |
| 18 | 6402373705728000. S. |
| 19 | 121645100408832000. T. |
| 20 | 2432902008176640000. V. |
| 21 | 51090942171709440000. X. |
| 22 | 1124000727777607680000. Y. |
| 23 | 25852016738884976640000. Z. |
| 24 | 620448401733239439360000. |
| 25 | 15511210043330985984000000. |

Cette Table est aisée à construire, car ayant connu par exemple que 4 lettres se peuvent combiner ou transposer en 24 façons, si l'on multiplie ce nombre 24 des combinaisons par le nombre 5, qui suit immediatement aprés le 4, on aura 120 pour le nombre des combinaisons de 5 lettres, lequel étant multiplié par le nombre suivant 6, on aura 720 pour le nombre des combinaisons de 6 lettres,

lequel étant pareillement multiplié par le nombre suivant 7, le produit 5040 sera le nombre des Combinaisons de 7 lettres, & ainsi ensuite.

## *Des Partis du Jeu.*

ON appelle *Parti* en matiere de Jeu, la juste distribution, ou le reglement de ce qui doit appartenir à plusieurs Joüeurs de l'argent qui est au Jeu, & qu'ils joüent en un certain nombre de parties, proportionnellement à ce que chacun a droit d'esperer de la fortune par le nombre des parties qui luy manquent pour achever.

Comme si deux Joüeurs ont mis chacun 40 pistoles au Jeu, qui dans ce cas ne leur appartiennent plus, parce qu'en les mettant au Jeu ils en ont quitté la proprieté, ayant en revanche le droit d'attendre ce que le hazard leur en peut donner, suivant les conditions dont ils sont convenus en mettant leur argent au Jeu, en sorte qu'ils joüent 80 pistoles par exemple en trois parties, que le premier ait une partie, & que le second n'en ait pas une, c'est-à-dire qu'il manque deux parties au premier pour gagner, & 3 au second; si les Joüeurs se veulent separer en renonçant à l'attente du hazard, pour rentrer chacun à la proprieté de quelque chose, le premier à raison des 2 parties qui luy manquent, & le second à raison des 3 parties qu'il luy faut pour remporter tout l'argent, la portion juste qui doit appartenir à chacun de cet argent s'appelle *Party*, qui se peut trouver par le moyen du Triangle Arithmetique, en cette sorte.

Parce que nous avons supposé qu'il manque au premier Joüeur 2 parties, & 3 au second pour gagner, & que la somme des deux nombres 2 & 3

Planche 1. 1. Fig.

est 5, il faut prendre dans la 5 Diagonale du Triangle Arithmetique, la somme 5 des deux premiers nombres 1, 4, à cause des deux parties qui manquent au premier Joüeur, & la somme 11 des trois autres 6, 4, 1, à cause des trois parties qui manquent au second Joüeur, & ces deux dernieres sommes 5, 11, donneront la raison reciproque des deux partis qu'on cherche, de sorte que le parti de celuy à qui il ne manque que 2 parties est au parti de celuy à qui il en manque 3, comme 11 est à 5.

Mais pour déterminer ces deux partis, c'est-à-dire pour assigner à chacun la part des 80 pistoles qui sont au Jeu, à raison des avantages qu'il a, il faut diviser ce nombre 80 en deux parties proportionnelles aux deux termes 11, 5, ce qui se fera en multipliant separément par ces deux termes 11, 5, le nombre 80 des pistoles qui sont au Jeu, & en divisant chacun des deux produits 880, 400, par la somme 16 des deux mêmes termes 11, 5, & l'on aura 55 pour le nombre des pistoles que doit emporter le premier Joüeur qui a fait une partie, & 25 pour le nombre des pistoles pour le second Joüeur qui n'a fait aucune partie.

Pareillement s'il manque 1 partie au premier Joüeur, & 2 au second pour gagner, on ajoûtera ensemble ces deux nombres de parties 1, 2, & parce que leur somme est 3, on prendra dans la 3e diagonale du Triangle Arithmetique le seul & premier nombre 1, & la somme 3 des deux autres 2, 1, & ces deux nombres 1, 3, font connoître que le parti du premier Joüeur est au parti du second, comme 3 est à 1; & parce que la somme de ces deux termes 1, 3, est 4, il s'ensuit que le premier Joüeur doit avoir les

$\frac{3}{4}$ des 80 piſtoles qui ſont au Jeu, & le ſecond ſeulement $\frac{1}{4}$, & que par conſequent il appartient 60 piſtoles au premier Joüeur, & 20 au ſecond, dans la ſuppoſition que nous avons faite, qu'ils ſe veulent ſeparer ſans continuer le Jeu.

Par là vous voyez que ſi le Jeu eſt dans cet état, qu'il manque au premier Joüeur une partie, & au ſecond deux parties pour achever, le premier Joüeur pourroit parier au pair 3 contre 1, ce que l'on peut auſſi connoître ſans le Triangle Arithmetique, en cette ſorte.

Puiſqu'il manque au premier Joüeur une partie pour achever, & qu'il en manque deux au ſecond, on conſiderera que ſi les Joüeurs continuoient de joüer, & que le ſecond gagnât une partie, il luy manqueroit comme au premier une partie pour achever, & que dans ce cas les deux Joüeurs ayant des hazards égaux, leurs Partis ſeroient auſſi égaux, par cette regle generale qui porte, que le Parti du premier Joüeur eſt au Parti du ſecond, en même raiſon que le nombre des hazards qui peuvent faire gagner le premier, au nombre des hazards qui peuvent faire gagner le ſecond. Ainſi dans cette ſuppoſition le parti de chacun ſeroit la moitié de l'argent qui eſt au Jeu. 1. *Cas.*

Il eſt donc certain, que ſi le premier gagne la partie qui ſe va joüer, tout l'argent qui eſt au Jeu luy appartiendra, & que s'il la perd, il luy en appartiendra la moitié : c'eſt pourquoy s'ils veulent ſe ſeparer ſans joüer cette partie, le premier doit avoir la moitié de l'argent qui eſt au Jeu, & encore de la moitié du même argent, c'eſt-à-dire, qu'il doit avoir les $\frac{3}{4}$ de cet argent, le reſte $\frac{1}{4}$ demeu-

rant pour le second : car il est évident, que si un Joüeur prétend une certaine somme en cas de gain, & une somme moindre en cas de perte, le sort étant égal, son parti est que sans joüer il luy appartient la moitié de ces deux sommes prises ensemble.

2. *Cas.* Ce premier Cas servira pour resoudre le suivant, qui suppose qu'au premier Joüeur il manque une partie pour achever, & au second trois parties : car si le premier gagne une partie, il doit remporter les 80 pistoles qui sont au Jeu, & s'il perd une partie, en sorte qu'il n'en faille plus que deux au second pour achever, il appartiendra au premier les $\frac{3}{4}$ de l'argent, *par le* 1. *Cas.* Ainsi en cas de gain, le premier emportera tout l'argent, & en cas de perte, il ne luy en appartiendra que les $\frac{3}{4}$ : c'est pourquoy en cas de Parti, il ne luy en doit appartenir que la moitié de ces deux sommes prises ensemble, c'est-à-dire $\frac{7}{8}$, ou 70 pistoles, le reste $\frac{1}{8}$, ou 10 pistoles demeurant pour le second.

3. *Cas.* Ce second Cas servira de la même façon pour resoudre le suivant, qui suppose qu'il manque deux parties au premier Joüeur pour achever, & trois au second : car si le premier gagne une partie, il doit avoir les $\frac{7}{8}$ de l'argent qui est au Jeu, *par le* 2. *Cas*, & s'il perd une partie, en sorte qu'il n'en faille plus que deux au second pour gagner, sçavoir autant qu'il en manque au premier, chacun doit avoir pour son Parti la moitié de l'argent qui est au Jeu. C'est pourquoy en cas de gain, le premier em-

portera $\frac{7}{8}$ de l'argent qui eſt au Jeu, & $\frac{1}{2}$ en cas de perte, & ainſi en cas de Parti il ne luy en doit appartenir que la moitié de ces deux ſommes priſes enſemble, c'eſt-à-dire, $\frac{11}{16}$, ou 55 piſtoles, le reſte $\frac{5}{16}$, ou 25 piſtoles demeurant pour le ſecond.

Le même ſecond cas ſervira auſſi pour reſoudre ce quatriéme, qui ſuppoſe qu'au premier Joüeur il manque une partie pour achever, & quatre au ſecond : car ſi le premier gagne une partie, il remportera les 80 piſtoles qui ſont au Jeu, & s'il en perd une, en ſorte qu'il n'en faille plus que trois au ſecond pour achever, il appartiendra au premier les $\frac{7}{8}$ de tout l'argent, *par le* 2. *Cas.* Ainſi puiſqu'en cas de gain, le premier doit emporter tout l'argent, & qu'en cas de perte il n'en doit emporter que les $\frac{7}{8}$, en cas de Parti il ne luy en doit appartenir que la moitié de ces deux ſommes priſes enſemble, c'eſt-à-dire, $\frac{15}{16}$, ou 75 piſtoles, le reſte $\frac{1}{16}$, ou 5 piſtoles demeurant pour le ſecond. 4. *Cas.*

Ce quatriéme Cas & le troiſiéme ſerviront de la même façon pour reſoudre le ſuivant, qui ſuppoſe qu'il manque deux parties au premier Joüeur pour achever, & quatre au ſecond : car ſi le premier gagne une partie, en ſorte qu'il ne luy en manque plus qu'une pour achever, il doit remporter les $\frac{15}{16}$ de l'argent qui eſt au Jeu, *par le* 4. *Cas*, & s'il en perd une, en ſorte qu'il n'en manque plus 5. *Cas.*

que trois au second, il doit en remporter seulement les $\frac{11}{16}$, *par le* 3. *Cas.* Ainsi puisqu'en cas de gain le premier doit remporter les $\frac{15}{16}$ de tout l'argent, & seulement les $\frac{11}{16}$, en cas de perte, il doit en cas de Parti prétendre la moitié de ces deux sommes prises ensemble, c'est-à-dire $\frac{13}{16}$, ou 65 pistoles, le reste $\frac{3}{16}$, ou 15 pistoles demeurant pour le second. Ainsi des autres.

### *Autrement & plus facilement.*

TOus les Cas precedens, & tous les autres infinis qui peuvent arriver, se peuvent resoudre encore autrement sans le Triangle Arithmetique, & plus facilement en cette sorte.

5. *Cas.* Pour resoudre par exemple le cinquiéme Cas, où l'on suppose qu'il manque deux parties au premier Joüeur pour achever, & 4 au second, de sorte qu'il leur manque ensemble 6 parties pour achever, ôtez toûjours 1 de cette somme 6, & parce qu'il reste 5, on supposera ces cinq lettres semblables *aaaaa* favorables au premier Joüeur, & pareillement ces cinq lettres semblables *bbbbb* favorables au second Joüeur, & l'on combinera ensemble ces dix lettres, comme vous voyez ici, ou des 32 Combinaisons, les 26 premieres vers la gauche, où il y a au moins deux *a*, seront prises pour le nombre des hazards qui peuvent faire gagner le premier, parce qu'il luy manque deux parties : & les six dernieres qui restent à la droite, où il y a au moins quatre *b*, seront prises pour le nombre

des hazards qui peuvent faire gagner le second, parce qu'il luy manque quatre parties. Ainsi le

| | | | |
|---|---|---|---|
| *aaaaa* | *aaabb* | *aabbb* | *abbbb* |
| *aaaab* | *aabba* | *abbba* | *bbbba* |
| *aaaba* | *abbaa* | *bbbaa* | *babbb* |
| *aabaa* | *bbaaa* | *ababb* | *bbabb* |
| *abaaa* | *aabab* | *abbab* | *bbbab* |
| *baaaa* | *abaab* | *ababb* | *bbbbb* |
| | *baaab* | *baabb* | |
| | *baaba* | *babba* | |
| | *babaa* | *bbaba* | |
| | *ababa* | *babab* | |

Parti du premier Joüeur sera au Parti du second, comme 26 est à 6, ou comme 13 est à 3, &c.

Pareillement pour resoudre le troisiéme Cas, qui suppose qu'il manque deux parties au premier Joüeur pour achever, & trois parties au second, de sorte qu'ensemble il leur manque 5 parties pour achever, ôtez toûjours 1 de cette somme 5, & parce qu'il reste 4, supposez ces quatre lettres semblables *aaaa* favorables au premier, & ces quatre lettres semblables *bbbb* favorables au second, & combinez ensemble ces huit lettres, comme vous voyez ici, ou des 16 Combinaisons, les 11 premieres à la gauche, où il y a au moins deux *a*, seront prises pour le nombre des hazards qui peuvent faire gagner le premier, parce qu'il luy manque deux parties : & les 5 dernieres qui restent à la droite, où il y a au moins trois *b*, seront prises pour le nom- 3. *Cas.*

| | | |
|---|---|---|
| *aaaa* | *aabb* | *abbb* |
| *aaab* | *abba* | *bbba* |
| *aaba* | *bbaa* | *bbab* |
| *abaa* | *baab* | *babb* |
| *baaa* | *baba* | *bbbb* |
| | *abab* | |

bre des hazards qui peuvent faire gagner le second, parce qu'il luy manque trois parties. Ainsi le Parti du premier Joüeur est au Parti du second, comme 11 est à 5, &c.

4. Cas. Parce que pour resoudre le quatriéme Cas, où l'on a supposé qu'il manquoit au premier Joüeur une partie pour achever, & quatre au second, il vient la même somme 5 des parties qui manquent ensemble à ces deux Joüeurs, on se servira des 16 Combinaisons precedentes, entre lesquelles on en trouvera 15, où il y a au moins une lettre *a*, parce qu'il manque au premier Joüeur une partie, pour le nombre des hazards qui le peuvent faire gagner, & seulement une, où il y a quatre *b*, parce qu'il manque aú second Joueur quatre parties, pour un seul hazard qui le peut faire gagner : de sorte que le Parti du premier Joueur est au Parti du second, comme 15 est à 1. Ainsi des autres.

## *Du Jeu des Dez.*

POur sçavoir entre deux Joüeurs l'avantage que peut avoir celuy qui entreprend de faire par exemple 6 avec un Dé en un certain nombre de coups, & premierement au premier coup; on considerera que le Parti à l'entreprendre du premier coup est de 1 contre 5, parce que celuy qui tient le Dé, n'a qu'un hazard pour gagner, & qu'il en a 5 pour ne rien gagner : & que par consequent pour l'entreprendre en un seul coup, il ne doit mettre que 1 contre 5, ou ce qui est la même chose, parier 1 contre 5, ce qui fait voir que d'entreprendre de faire 6 avec un Dé en un coup il y a desavantage.

Pour entreprendre de faire six en deux coups avec

un Dé, on considerera que c'est la même chose que d'entreprendre en jettant deux Dez à la fois d'en trouver un marqué au 6, & alors celuy qui tient le Dé, n'a que 11 hazards pour gagner, car il peut faire 6 avec le premier Dé, & 1, 2, 3, 4, 5, avec le second : ou bien 6 avec le second Dé, & 1, 2, 3, 4, 5, avec le premier : ou bien encore 6 avec chaque Dé : & qu'il en a 25 pour ne rien gagner,

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1, 1 | 2, 1 | 3, 1 | 4, 1 | 5, 1 |
| 1, 2 | 2, 2 | 3, 2 | 4, 2 | 5, 2 |
| 1, 3 | 2, 3 | 3, 3 | 4, 3 | 5, 3 |
| 1, 4 | 2, 4 | 3, 4 | 4, 4 | 5, 4 |
| 1, 5 | 2, 5 | 3, 5 | 4, 5 | 5, 5 |

comme vous voyez ici ; il est aisé de conclure, que celuy qui entreprend en deux coups de faire 6 avec un Dé ne doit mettre que 11 contre 25, & qu'ainsi il y a desavantage de l'entreprendre au pair.

Vous prendrez garde que la somme 36 de tous les hazards 11, 25, est le quarré du nombre donné 6, quand on entreprend de faire 6 en deux coups avec un Dé : & que le nombre 25 des hazards qui peuvent empêcher de gagner, celuy qui tient le Dé, est le quarré du même nombre donné 6 moins 1, c'est-à-dire, de 5. C'est pourquoy pour trouver le nombre des hazards favorables à celuy qui tient le Dé, il n'y a qu'à ôter 1 du double 12 du nombre donné 6, & le reste 11 sera le nombre qu'on cherche, qui étant ôté du quarré 36 du même nombre donné 6, le reste 25 qui sera toûjours un nombre quarré, sera le nombre des hazards contraires à celuy qui tient le Dé.

Pour entreprendre de faire 6 en trois coups avec un Dé, on considerera pareillement que c'est la

même chose que d'entreprendre en jettant trois Dez à la fois, d'en trouver un marqué au 6, & alors celuy qui tient le Dé, a 91 hazards favorables, & 125 contraires, & ainsi il ne doit mettre que 91 contre 125, où vous voyez qu'il y a encore desavantage à entreprendre au pair de faire 6 en trois coups avec un Dé.

Vous remarquerez que la somme 216 de tous les hazards 91, 125, est le Cube du nombre donné 6, quand on entreprend de faire 6 en trois coups avec un Dé, & que le nombre 125 des hazards contraires à celuy qui tient le Dé, est le Cube du même nombre donné 6 moins 1, c'est-à-dire, de 5. C'est pourquoy pour trouver le nombre des hazards qui peuvent faire gagner celuy qui tient le Dé, il n'y a qu'à ôter du Cube 216 du nombre donné 6, le Cube 125 du même nombre donné 6 moins 1, ou de 5.

C'est de la même façon que l'on trouvera l'avantage que peut avoir celuy qui entreprendroit en quatre coups de faire 6 avec un Dé : car si l'on ôte de la quatriéme Puissance, ou du quarré-quarré 1296 du nombre donné 6, le quarré-quarré 625 du même nombre donné 6 moins 1, ou de 5, le reste donnera 671 hazards favorables à celuy qui tient le Dé, le plus petit quarré-quarré precedent 625 étant le nombre des hazards contraires à celuy qui tient le Dé; où vous voyez que celuy qui entreprend en quatre coups de faire 6 avec un Dé, peut mettre 671 contre 625, & qu'ainsi il y a avantage à l'entreprendre au pair.

L'avantage sera plus grand à entreprendre de faire 6 en cinq coups avec un Dé, comme l'on connoîtra en ôtant de la cinquiéme Puissance, ou Sursolide 7776 du nombre donné 6, le Sursolide 3125

du même nombre donné 6 moins 1, ou de 5, car le reste 4651 sera le nombre des hazards favorables à celuy qui tient le Dé, le plus petit Sursolide precedent 3125 étant le nombre des hazards contraires à celuy qui tient le Dé; où l'on void que celuy qui entreprend en cinq coups de faire 6 avec un Dé, peut mettre 4651 contre 3125, & qu'ainsi il y a de l'avantage à l'entreprendre au pair, &c.

Si vous voulez sçavoir le Parti de celuy qui voudroit entreprendre en un coup de faire avec deux, ou plusieurs Dez une Rafle déterminée, par exemple Terne, vous considererez que s'il l'entreprenoit avec deux Dez, il n'auroit qu'un hazard pour gagner, & 35 pour perdre, parce que deux Dez se peuvent combiner en 36 façons differentes, c'est-à-dire, que leurs faces qui sont au nombre de 6, peuvent avoir 36 assietes diverses, comme vous voyez ici, ce nombre 36 étant le quarré du nombre

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1, 1 | 2, 1 | 3, 1 | 4, 1 | 5, 1 | 6, 1 |
| 1, 2 | 2, 2 | 3, 2 | 4, 2 | 5, 2 | 6, 2 |
| 1, 3 | 2, 3 | 3, 3 | 4, 3 | 5, 3 | 6, 3 |
| 1, 4 | 2, 4 | 3, 4 | 4, 4 | 5, 4 | 6, 4 |
| 1, 5 | 2, 5 | 3, 5 | 4, 5 | 5, 5 | 6, 5 |
| 1, 6 | 2, 6 | 3, 6 | 4, 6 | 5, 6 | 6, 6 |

6 des faces, parce qu'il y a deux Dez, car s'il y avoit trois Dez, au lieu du quarré 36 de 6, on auroit le Cube 216 pour le nombre des Combinaisons entre trois Dez, & s'il y avoit quatre Dez, on auroit le quarré-quarré 1296 du même nombre 6, pour le nombre des Combinaisons entre quatre Dez, & ainsi ensuite.

D'où il suit qu'on ne doit mettre que 1 contre 35, pour faire une Rafle déterminée avec deux

Dez en un coup : & l'on connoîtra par un semblable raisonnement, qu'on ne doit mettre que 3 contre 213, pour faire une Rafle déterminée avec trois Dez, en un coup, & 6 contre 1290, ou un contre 215 avec quatre Dez, & ainsi ensuite, parce que des 216 hazards qui se trouvent entre trois Dez, il y en a trois pour celuy qui tient le Dé, puisque trois choses se peuvent combiner de deux en trois façons, & par consequent 213 contraires à celuy qui tient le Dé : & que pareillement des 1296 hazards qui se trouvent entre quatre Dez, il y en a six qui sont favorables à celuy qui tient le Dé, puisque quatre choses se combinent de deux à deux en six façons, & par consequent 1290 contraires à celuy qui tient le Dé.

Mais si vous voulez sçavoir le Parti de celuy qui entreprendroit de faire une Rafle quelconque du premier coup avec deux ou plusieurs Dez, il ne sera pas difficile de connoître qu'il doit mettre 6 contre 30, ou 1 contre 5 avec deux Dez, parce que des 36 hazards qui se trouvent entre deux Dez, ôtant 6 hazards qui peuvent produire une Rafle, il reste 30. On connoîtra aussi aisément qu'avec trois Dez il peut mettre 18 contre 198, ou 1 contre 11, parce que des 216 hazards qui se rencontrent entre trois Dez, ôtant 18 hazards qui peuvent produire une Rafle, il reste 198, &c.

PROBLEME

## PROBLEME XI.

*Plusieurs Dez étant jettez, trouver le nombre des points qui en proviennent aprés quelques operations.*

SI quelqu'un a jetté sur une table, par exemple trois Dez, que nous appellerons A, B, C, dites-luy qu'il ajoûte ensemble tous les points de dessus, & encore ceux de dessous de deux Dez seulement tels qu'on voudra, comme des deux derniers B, C, en mettant à part le troisiéme A, sans en changer l'assiete. Dites-luy ensuite qu'il jette de nouveau les deux mêmes Dez B, C, & faites-luy ajoûter à la somme precedente tous les points de dessus, & encore ceux de dessous de l'un de ces deux Dez, comme du second C, en mettant pareillement à part le premier B, proche du precedent A, sans en changer l'assiete, pour avoir une seconde somme. Enfin faites-luy encore jetter le dernier Dé C, & dites-luy qu'il ajoûte à la seconde somme precedente les points de dessus, pour avoir une troisiéme somme, que vous trouverez en cette sorte. Ayant approché le troisiéme Dé C proche des deux autres, sans en changer la situation, approchez-vous de la Table, & ayant compté tous les points qui se trouveront au dessus de ces trois Dez; ajoûtez à leur somme autant de fois 7, qu'il y a de Dez, comme ici trois fois 7, ou 21, ce nombre 7 étant le nombre des points des deux faces opposées d'un Dé, quand il est bien fait, & la somme sera celle qu'on cherche.

Supposons qu'ayant jetté pour la premiere fois les trois Dez A, B, C, il soit venu en dessus ces

trois points 1, 4, 5, & ayant mis par exemple le premier 1 à part, faites ajoûter à ces trois points 1, 4, 5, les deux 3, 2, qui se trouvent au dessous des deux autres, dont les points de dessus sont 4, 5, pour avoir la premiere somme 15. Supposons maintenant, que les deux mêmes Dez étant jettez il vienne en dessus ces deux points 3, 6, dont celuy qui a 3 étant mis à part proche de celuy qui avoit 1, faites ajoûter ces deux points 3, 6, & encore 1, qui se trouve au troisiéme Dé restant, qui a 6 au dessus, pour avoir une seconde somme 25. Supposons enfin que ce troisiéme & dernier Dé étant jetté par une troisiéme fois, il vienne 6 en dessus, que vous ferez ajoûter à la seconde somme 25, pour avoir cette troisiéme somme 31, que vous devinerez en ajoûtant 21 à la somme 10 des points 1, 3, 6, qui se trouvent au dessus des trois Dez restans, &c.

## PROBLEME XII.

*Deux Dez étant jettez, trouver les points de dessus de chaque Dé, sans les voir.*

FAites jetter à quelqu'un deux Dez sur une Table, & faites-luy ajoûter 5 au double des points de dessus de l'un de ces deux Dez, & dites-luy qu'il multiplie la somme par le même nombre 5, pour luy faire ajoûter au produit le nombre des points de dessus du second Dé : aprés quoy luy ayant demandé la somme, ôtez-en toûjours 25, quarré du même nombre 5, & alors il restera un nombre composé de deux figures, dont la premiere vers la droite, qui represente les dixaines, sera le nombre des points de dessus du premier Dé, & la se-

conde vers la gauche, qui repreſente les ſimples unitez, ſera le nombre des points de deſſus du ſecond Dé.

Suppoſons que le nombre des points de deſſus du premier Dé ſoit 2, & que le nombre des points de deſſus du ſecond Dé, ſoit 3; ſi l'on double 2, le nombre des points de deſſus du premier Dé, & qu'au double 4 on ajoûte 5, on aura 9, qui étant multiplié par le même nombre 5, on aura 45, auquel ajoûtant 3, le nombre des points de deſſus du ſecond Dé, on aura 48, d'où ôtant 25 quarré du même nombre 5, il reſte 23, dont la premiere figure 2, montre le nombre des points de deſſus du premier Dé, & l'autre figure 3 fait connoître le nombre des points de deſſus du ſecond Dé.

*Autrement.*

Ou bien demandez à celuy qui a jetté les deux Dez, combien font enſemble les points de deſſous, & de combien le nombre des points de deſſous de l'un des Dez ſurpaſſe le nombre des points de deſſous de l'autre Dé: & ſi cet excés eſt par exemple 1, & que la ſomme de tous les points de deſſous ſoit 9, ajoûtez enſemble ces deux nombres 1, 9, & ôtez de 14 leur ſomme 10, & la moitié 2 du reſte 4 ſera le nombre des points de deſſus de l'un des deux Dez; & pour avoir le nombre des points de deſſus de l'autre Dé, au lieu d'ajoûter l'excés 1 à la ſomme 9, il le faut ôter, & ayant ôté de 14 le reſte 8, on aura ce ſecond reſte 6, dont la moitié 3 ſera le nombre qu'on cherche.

*Encore autrement.*

Ou bien encore, dites à celuy qui a jetté les

deux Dez qu'il ajoûte ensemble les points de dessus, & qu'il vous dise leur somme, qui soit par exemple 5. Dites luy encore qu'il multiplie le nombre des points de dessus d'un Dé par le nombre des points de dessus de l'autre Dé, & qu'il vous dise pareillement leur produit, que nous supposerons 6, par le moyen duquel & de la somme precedente 5, vous trouverez le nombre des points de dessus de chaque Dé en cette sorte. Multipliez la somme 5 par elle-même, pour avoir son quarré 25, duquel vous ôterez 24, le quadruple du produit 6, & il reste 1, vous prendrez la Racine quarrée, qui est aussi 1, laquelle étant ajoûtée & ôtée de la somme precedente 5, on aura ces deux nombres 6, 4, dont les moitiez 3, 2, seront les nombres des points de dessus de chaque Dé.

## PROBLEME XIII.

*Trois Dez étant jettez, trouver les points de dessus de chaque Dé sans les voir.*

FAites jetter à quelqu'un trois Dez sur une Table, & les luy ayant fait ranger en ligne droite l'un proche de l'autre, demandez luy la somme des points de dessous du premier & du second Dé, qui soit par exemple 9, & aussi la somme des points de dessous du second & du troisiéme Dé, que nous supposerons 5, & enfin la somme des points de dessous du premier & du troisiéme Dé, qui soit 6. Par le moyen de ces trois sommes, ou nombres connus 9, 5, 6, on trouvera le nombre des points de dessus du premier Dé, en ôtant de la somme 15 du premier & du troisiéme nombre le second 5, & en ôtant toûjours de 14 le reste 10,

pour avoir cet autre reste 4, dont la moitié 2 sera le nombre des points de dessus du premier Dé. Pour trouver le nombre des points de dessus du second Dé, ôtez de la somme 14 des deux premiers nombres 9, 5, le troisiéme 6, & ôtez toûjours de 14 le reste 8, pour avoir un second reste 6, dont la moitié 3 sera le nombre des points de dessus du second Dé. Enfin pour avoir le nombre des points de dessus du troisiéme Dé, ôtez de la somme 11 du second nombre 5, & du troisiéme 6, le premier 9, & ôtez toûjours de 14 le reste 2, pour avoir un second reste 12, dont la moitié 6 sera le nombre des points de dessus du troisiéme Dé.

## PROBLEME XIV.

*Deviner le nombre que quelqu'un a pensé.*

AYant fait ôter 1 du nombre pensé, faites doubler le reste, & ayant fait pareillement ôter 1 de ce double, faites ajoûter au reste le nombre pensé, & enfin demandez le nombre qui vient par cette addition, car si vous luy ajoûtez toûjours 3, la troisiéme partie de la somme sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on en ôte 1, il restera 4, dont le double 8 étant diminué de 1, & le reste 7 étant augmenté du nombre pensé 5, on a cette somme 12, à laquelle ajoûtant 3, on a cette autre somme 15, dont la troisiéme partie 5 est le nombre pensé.

*Autrement.*

Ou bien aprés avoir fait ôter 1 du nombre pensé, faites tripler le reste, & aprés avoir aussi fait

ôter 1 de ce triple, faites ajoûter au reste le nombre pensé, & enfin demandez le nombre qui vient par cette addition, car si vous luy ajoûtez toûjours 4, la quatriéme partie de la somme sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on en ôte 1, il restera 4, dont le triple 12 étant diminué de 1, & le reste 11 étant augmenté du nombre pensé 5, on a cette somme 16, à laquelle ajoûtant 4, on a cette autre somme 20, dont la quatriéme partie 5 est le nombre pensé.

*Autrement.*

Ayant fait ajoûter 1 au nombre pensé, faites doubler la somme, & ayant fait pareillement ajoûter 1 à ce double, faites ajoûter à la somme le nombre pensé, & enfin demandez le nombre qui vient par cette derniere addition, car si vous en ôtez toûjours 3, la troisiéme partie du reste sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on luy ajoûte 1, on aura 6, dont le double 12 étant augmenté de 1, & la somme 13 étant augmentée du nombre pensé 5, on a cette somme 18, de laquelle ôtant 3, il reste 15, dont la troisiéme partie 5 est le nombre pensé.

*Autrement.*

Ou bien aprés avoir fait ajoûter 1 au nombre pensé, faites tripler la somme, & aprés avoir aussi fait ajoûter 1 à ce triple, faites ajoûter à la somme le nombre pensé, & enfin demandez le nombre qui vient par cette derniere addition, car si vous en ôtez toûjours 4, la quatriéme partie du reste sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on luy ajoûte 1, on aura 6, dont le triple 18 étant augmenté de 1, & la somme 19 étant augmentée du nombre pensé 5, on a cette somme 24, de laquelle ôtant 4, il reste 20, dont la quatriéme partie 5 est le nombre pensé.

*Autrement.*

Ayant fait ôter 1 du nombre pensé, faites doubler le reste, & ayant fait pareillement ôter 1 de ce double, faites ôter du reste le nombre pensé, & enfin demandez le nombre qui reste par cette derniere soustraction, car si vous luy ajoûtez toûjours 3, la somme sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on en ôte 1, il restera 4, dont le double 8 étant diminué de 1, & le reste 7 étant encore diminué du nombre pensé 5, il reste 2: auquel ajoûtant 3, la somme 5 est le nombre pensé.

*Autrement.*

Ayant fait ajoûter 1 au nombre pensé, faites doubler la somme, & ayant fait pareillement ajoûter 1 à ce double, faites ôter de la somme le nombre pensé, & enfin demandez le nombre qui reste par cette soustraction, car si vous en ôtez toûjours 3, le reste sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on luy ajoûte 1, on aura 6, dont le double 12 étant augmenté de 1, & la somme 13 étant diminuée du nombre pensé 5, il reste 8, d'où ôtant 3, le reste 5 est le nombre pensé.

*Autrement.*

Aprés avoir fait ôter 1 du nombre pensé, faites

tripler le reste, & aprés avoir aussi fait ôter 1 de ce triple, faites ôter du reste le double du nombre pensé, & enfin demandez le nombre qui reste par cette derniere soustraction, car si vous luy ajoûtez toûjours 4, la somme sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on en ôte 1, il restera 4, dont le triple 12 étant diminué de 1, & le reste 11 étant encore diminué du double 10 du nombre pensé 5, il reste 1, auquel ajoûtant 4, la somme 5 est le nombre pensé.

*Autrement.*

Aprés avoir fait ajoûter 1 au nombre pensé, faites tripler la somme, & aprés avoir aussi fait ajoûter 1 à ce triple, faites ôter de la somme le double du nombre pensé, & enfin demandez le nombre qui reste, car si vous en ôtez 4, le reste sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on luy ajoûte 1, l'on aura 6, dont le triple 18 étant augmenté de 1, & la somme 19 étant diminuée du double 10 du nombre pensé 5, on a ce reste 9, duquel ôtant 4, le reste 5 est le nombre pensé.

*Autrement.*

Dites à la personne à qui vous aurez fait penser un nombre, qu'elle multiplie ce nombre par 3, & que du triple elle en prenne la moitié, au cas que cela se puisse faire sans aucun reste, car s'il reste 1, vous luy ferez ajoûter 1 à ce triple, pour en pouvoir prendre justement la moitié, que vous ferez encore multiplier par 3; aprés quoy vous demanderez combien il y a de fois 9 dans ce dernier triple, & vous prendrez autant de fois 2, que de fois il

y aura 9, pour le nombre qui aura été pensé, en vous souvenant qu'il luy faut ajoûter 1, si vous l'avez fait ajoûter auparavant, & que le nombre pensé sera 1, lorsque dans le dernier triple il ne se trouvera pas seulement une fois 9.

Comme si l'on a pensé 5, son triple est 15, dont on ne peut pas prendre exactement la moitié, c'est pourquoy on luy ajoûtera 1, & l'on aura 16, dont la moitié 8 étant multipliée encore par 3, on a ce produit 24, dans lequel 9 est compris 2 fois, pour lesquelles prenant autant de fois 2, on a ce nombre 4, auquel ajoûtant 1, qu'on a fait ajoûter auparavant, la somme 5 est le nombre pensé.

### *Autrement.*

Faites ajoûter & ôter 1 du nombre pensé, pour avoir une somme & un reste que vous ferez multiplier ensemble, & demandez le produit qui vient par la multiplication, car si vous ajoûtez 1 à ce produit, la Racine quarrée de la somme sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, en ajoûtant 1 à 5, on a la somme 6, & en ôtant 1 de 5, on a le reste 4, & multipliant la somme 6 par le reste 4, on a au produit 24, auquel ajoûtant 1, la Racine quarrée 5 de la somme 25 est le nombre pensé.

### *Autrement.*

Ayant fait ajoûter 1 au nombre pensé, faites multiplier la somme par le nombre pensé, & faites ôter du produit le même nombre pensé, & enfin demandez le nombre qui restera de cette soustraction, car la Racine quarrée de ce reste sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, en ajoûtant 1 à 5, on a 6, qui étant multiplié par le nombre pensé 5, on a 30, d'où ôtant le même nombre pensé 5, il reste 25, dont la Racine quarrée 5 est le nombre pensé.

*Autrement.*

Ou bien ayant fait ôter 1 du nombre pensé, faites multiplier le reste par le nombre pensé, & faites ajoûter au produit le même nombre pensé, & enfin demandez la somme qui vient par cette addition, car la Racine quarrée de cette somme sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, en ôtant 1 de 5, il reste 4, qui étant multiplié par le nombre pensé 5, on a 20, auquel ajoûtant le même nombre pensé 5, on a 25, dont la Racine quarrée 5 est le nombre pensé.

*Autrement.*

Ayant fait ajoûter 2 au nombre pensé, faites ajoûter à la somme un o vers la gauche, pour avoir un nombre dix fois plus grand, auquel vous ferez ajoûter toûjours 12, & vous ferez pareillement ajoûter à la somme un o vers la gauche, pour avoir un nombre aussi dix fois plus grand, duquel vous ferez ôter toûjours 320, aprés quoy vous demanderez le reste, dont les figures significatives vers la gauche, en retranchant les deux zeros, qui se rencontreront toûjours à la droite, representeront le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, en luy ajoûtant 2, on a 7, auquel ajoûtant un o vers la droite, on a 70, auquel si l'on ajoûte 12, on a 82, auquel ajoûtant pareillement un o vers la droite, on a 820, d'où

ôtant 320, il reste 500, d'où retranchant les deux zeros à la droite, le reste 5 est le nombre pensé.

*Autrement.*

Ayant fait ajoûter 5 au double du nombre pensé, faites ajoûter à la somme un 0 vers la droite, pour avoir un nombre 10 fois plus grand, auquel vous ferez ajoûter toûjours 20, & vous ferez pareillement ajoûter à la somme un 0 vers la droite, pour avoir un nombre aussi dix fois plus grand, duquel vous ferez ôter toûjours 700, aprés quoy vous demanderez le reste : duquel vous retrancherez les deux zeros, qui se rencontreront toûjours à la droite, & la moitié du nombre qui restera vers la gauche, sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, en ajoûtant à son double 10 toûjours 5, on a 15, auquel ajoûtant un 0 vers la gauche, on a 150, auquel si l'on ajoûte 20, on a 170, auquel ajoûtant pareillement un 0 vers la droite, on a 1700, d'où ôtant 700, on a 1000, d'où retranchant deux zeros à la droite, la moitié 5 du reste 10 est le nombre pensé.

*Autrement.*

Ces deux dernieres Methodes ne sont pas extrémement subtiles, parce que le dernier nombre étant connu, il est aisé en retrogradant de connoître les autres nombres, & par consequent le nombre pensé. C'est pourquoy il vaudra mieux se servir des deux Methodes suivantes, dont le secret est plus caché.

Ayant fait ajoûter 1 au triple du nombre pensé, faites multiplier la somme toûjours par 3 ; & ayant

fait ajoûter à ce triple le nombre pensé, demandez le nombre qui proviendra de cette addition, car si de cette somme vous en ôtez 3, & que du reste vous retranchiez le 0 qui se trouvera toûjours à la droite, le reste vers la gauche sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, en ajoûtant 1 à son triple 15, on a 16, dont le triple est 48, auquel ajoûtant le nombre pensé 5, on a 53, d'où ôtant 3, & retranchant du reste 50 le 0 qui est à la droite, il reste 5 vers la gauche pour le nombre pensé.

*Autrement.*

Ayant fait ôter 1 du triple du nombre pensé, faites multiplier le reste toûjours par 3, & ayant fait ajoûter au produit le nombre pensé, demandez le nombre qui provient de cette addition, car si à cette somme vous ajoûtez 3, & que de cette seconde somme vous retranchiez le 0, qui doit necessairement se trouver à la droite, le reste vers la gauche sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, en ôtant 1 de son triple 15, il reste 14, dont le triple est 42, auquel ajoûtant le nombre pensé 5, on a 47, auquel ajoûtant 3, & retranchant de la somme 50 le 0 qui est à la droite, il reste 5 vers la gauche pour le nombre pensé.

COROLLAIRES.

Il suit de ces deux dernieres Methodes, que *si au triple d'un nombre quelconque on ajoûte l'unité, & qu'au triple de la somme on ajoûte le même nombre, on aura une seconde somme qui se terminera toûjours par* 3. Comme si au triple 18 du

nombre 6, on ajoûte l'unité, & qu'au triple 57
de la somme 19, on ajoûte le même nombre 6,
on a cette seconde somme 63, qui se termine par 3.

Il s'ensuit aussi que *si du triple d'un nombre quelconque on ôte l'unité, & qu'au triple du reste on ajoûte le même nombre, on aura une somme qui se terminera toûjours par 7.* Comme si du triple 18
du nombre 6, on ôte l'unité, & qu'au triple 51
du reste 17, on ajoûte le même nombre 6, on a
cette somme 57, qui se termine par 7.

Enfin, il s'ensuit que ce Problême double est impossible ; *Trouver un nombre tel, que si à son triple on ajoûte ou qu'on ôte l'unité, & qu'au triple de la somme ou du reste on ajoûte le même nombre, la somme soit un quarré parfait*, parce que tout nombre qui finit par 3, ou par 7, ne peut pas avoir une Racine quarrée juste, comme vous avez vû au *Probl.* 5. Voyez le Problême suivant.

## PROBLEME XV.

*Trouver le nombre qui reste à quelqu'un aprés quelques operations, sans luy rien demander.*

AYant fait penser un nombre à volonté, faites ajoûter à son double un nombre pair tel qu'il vous plaira, par exemple 8, & faites ôter de la moitié de la somme le nombre pensé, & ce qui restera sera toûjours la moitié du nombre pair que vous aviez fait ajoûter auparavant, sçavoir 4. Ainsi vous direz hardiment qu'il reste 4, ce qui surprendra agreablement ceux qui n'en verront pas d'abord la raison, quoique la démonstration en soit facile. C'est pourquoy pour sçavoir adroitement le nombre qui aura été pensé, faites semblant d'ignorer le

reste 4, & le faites ôter du nombre pensé, si le nombre pensé est plus grand, ou en faites ôter le nombre pensé, si le nombre pensé est moindre, & demandez le reste, car si vous ajoûtez ce reste à la moitié 4 du nombre 8, que vous aviez fait ajoûter au nombre pensé, si le nombre pensé a été trouvé plus grand que cette moitié 4, ou si vous ôtez ce reste de la même moitié 4, si le nombre pensé a été trouvé moindre que cette moitié 4, vous aurez le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'à son double 10 on ajoûte 8, on aura 18, dont la moitié est 9, d'où ôtant le nombre pensé 5, il reste 4, moitié du nombre ajoûté 8, & si l'on ôte cette moitié 4 du nombre pensé 5, qui est plus grand, il restera 1, qui étant ajoûté à la même moitié 4, parce que le nombre pensé 5 s'est trouvé plus grand que cette moitié 4, la somme 5 sera le nombre pensé.

Pareillement si au double 10 du nombre pensé 5, on ajoûte 12, on aura 22, dont la moitié est 11, d'où ôtant le nombre pensé 5, il reste 6 moitié du nombre ajoûté 12, & si de cette moitié 6, on ôte le nombre pensé 5, qui est plus petit, il restera 1, qui étant ôté de la même moitié 6, parce que le nombre pensé 5 s'est trouvé moindre que cette moitié 6, le reste 5 sera le nombre pensé.

Ou plus facilement faites ôter du double du nombre pensé un nombre pair moindre & tel qu'il vous plaira, par exemple 4, & faites ôter la moitié du reste du nombre pensé, le reste sera 2 moitié du nombre ôté 4 : c'est pourquoy pour trouver le nombre pensé, faites ajoûter à cette moitié 2 le nombre pensé, & demandez la somme, qui soit

par exemple 7, de laquelle si vous ôtez la même moitié 2, le reste 5 sera le nombre pensé.

Mais on peut trouver encore autrement & plus facilement le nombre que quelqu'un aura pensé, en luy faisant ajoûter un nombre à volonté, & en faisant multiplier la somme par le nombre pensé: car si du produit vous luy faites ôter le quarré du nombre pensé, & qu'il vous dise le reste, en divisant ce reste par le nombre que vous avez fait ajoûter auparavant, le quotient sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on luy ajoûte par exemple 4, on aura 9, qui étant multiplié par le nombre pensé 5, on a 45, d'où ôtant le quarré 25 du nombre pensé 5, & le reste 20 étant divisé par le nombre 4, qui a été ajoûté auparavant, le quotient donne 5 pour le nombre pensé.

Ou bien faites ôter du nombre pensé un nombre moindre & tel qu'il vous plaira, & faites multiplier le reste par le nombre pensé: car si vous faites ôter le produit du quarré du nombre pensé, & qu'on vous dise le reste, en divisant ce reste par le nombre que vous avez fait ôter du nombre pensé, vous aurez le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on en ôte par exemple 3, il restera 2, qui étant multiplié par le nombre pensé 5, on a 10, qui étant ôté du quarré 25 du nombre pensé 5, il reste 15, qui étant divisé par le nombre 3 qui a été ôté du nombre pensé, le quotient 5 est le nombre pensé.

La maniere la plus facile de toutes pour deviner le nombre que quelqu'un aura pensé, est la suivante. Faites ôter du nombre pensé un nombre moindre & tel qu'il vous plaira, & faites mettre le reste à part. Faites ajoûter le même nombre au nom-

bre pensé, & faites ajoûter à la somme le reste precedent, pour avoir une seconde somme, que vous devez demander, parce que la moitié de cette somme sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on en ôte par exemple 3, il restera 2, & si l'on ajoûte le même nombre 3 au nombre pensé 5, on aura 8, auquel ajoûtant le precedent reste 2, on a 10, dont la moitié 5 est le nombre pensé.

## PROBLEME XVI.

*Trouver le nombre que quelqu'un aura pensé, sans luy rien demander.*

FAites ajoûter au nombre pensé sa moitié s'il est pair, ou sa plus grande moitié s'il est impair, & faites aussi ajoûter à la somme sa moitié, ou sa plus grande moitié, selon qu'elle sera un nombre pair, ou impair, pour avoir une seconde somme, dont vous ferez ôter le double du nombre pensé, & faites prendre la moitié du reste, ou sa plus petite moitié, au cas que ce reste soit un nombre impair, & continuez ainsi à faire prendre la moitié de la moitié jusqu'à ce qu'on vienne à l'unité. Cela étant fait, remarquez combien de soudivisions on aura faites, & pour la premiere division retenez 2, pour la seconde 4, pour la troisiéme 8, & ainsi des autres en proportion double, en prenant garde qu'il faut ajoûter 1 pour chaque fois que vous aurez pris la plus petite moitié, parce qu'en prenant cette plus petite moitié, il reste toûjours 1, & qu'il faut seulement retenir 1, lorsqu'on n'aura pû faire aucune soûdivision, car ainsi vous aurez le nombre dont on a pris les

moitiez

moitiez des moitiez, & alors le quadruple de ce nombre sera le nombre pensé, au cas qu'il n'ait point falu prendre au commencement la plus grande moitié, ce qui arrivera seulement lorsque le nombre pensé sera pairement pair, ou divisible par 4: autrement on ôtera 3 de ce quadruple si à la premiere division l'on a pris la plus grande moitié, ou bien seulement 2 si à la seconde division l'on a pris la plus grande moitié, ou bien enfin 5 si à chacune des deux divisions on a pris la plus grande moitié, & alors le reste sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 4, en luy ajoûtant sa moitié 2, on a 6, auquel si l'on ajoûte pareillement sa moitié 3, on a 9, d'où ôtant le double 8 du nombre pensé 4, il reste 1, dont on ne sçauroit prendre la moitié, parce qu'on est parvenu à l'unité, c'est pourquoy on retiendra 1, dont le quadruple 4 est le nombre pensé.

Si l'on a pensé 5, en luy ajoûtant sa plus grande moitié 3, on a 8, auquel si l'on ajoûte sa moitié 4, on a 12, d'où ôtant le double 10 du nombre pensé 5, il reste 2, dont la moitié est 1: & comme l'on ne sçauroit plus prendre la moitié, parce qu'on est parvenu à l'unité, on retiendra 2, parce qu'il y a une soûdivision; & si du quadruple 8 de ce nombre retenu 2, on ôte 3, parce que dans la premiere division l'on a pris la plus grande moitié, le reste 5 est le nombre pensé.

Si le nombre pensé est 6, en luy ajoûtant sa moitié 3, on a 9, auquel si l'on ajoûte sa plus grande moitié 5, on a 14, d'où ôtant le double 12 du nombre pensé 6, il reste 2, dont la moitié est 1: & comme l'on ne sçauroit plus prendre la moitié, parce qu'on est parvenu à l'unité, on retiendra 2, parce qu'il y a une soûdivision; & si du quadruple



BIBL. NAZ. IMPRIMES

8 de ce nombre retenu 2, on ôte 2, parce que dans la seconde division l'on a pris la plus grande moitié, le reste 6 est le nombre pensé.

Si l'on a pensé 7, en luy ajoûtant sa plus grande moitié 4, on a 11, auquel si l'on ajoûte pareillement sa plus grande moitié 6, on a 17, d'où ôtant le double 14 du nombre pensé 7, il reste 3, dont la plus petite moitié est 1 : & comme l'on ne sçauroit plus prendre la moitié, parce qu'on est parvenu à l'unité, on retiendra 2, auquel on ajoûtera 1, parce qu'on a pris la plus petite moitié, on aura 3, dont le quadruple est 12, duquel ôtant 5, parce que dans la premiere & dans la seconde division l'on a pris la plus grande moitié, le reste 7 est le nombre pensé. Ainsi des autres.

## PROBLEME XVII.

*Deviner deux nombres que quelqu'un aura pensez.*

AYant fait ajoûter ensemble les deux nombres pensez, pour avoir leur somme, & ayant fait ôter le plus petit du plus grand, pour avoir leur difference, faites multiplier la somme par la difference, & ajoûter au produit le quarré du plus petit nombre pensé : & alors demandez le nombre qui vient par cette addition, & en prenez la Racine quarrée, qui sera le plus grand des deux nombres pensez ; & pour avoir le plus petit, au lieu de faire ajoûter au produit le quarré du plus petit nombre pensé, faites ôter le produit du quarré du plus grand nombre pensé, & demandez le nombre qui restera, car la Racine quarrée de ce nombre sera le plus petit nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 3 & 5, en multipliant

leur somme 8 par leur difference 2, on a le produit 16, auquel ajoûtant le quarré 9 du plus petit nombre pensé 3, on a 25, dont la Racine quarrée 5 est le plus grand des deux nombres pensez : & ôtant le même produit 16 du quarré 25 du plus grand nombre pensé 5, il reste 9, dont la Racine quarrée 3 est le plus petit nombre pensé.

Ou bien plus facilement faites ajoûter à la somme des deux nombres pensez leur difference, & demandez le nombre qui vient par cette addition, car la moitié de ce nombre sera le plus grand des deux nombres pensez : & pour avoir le plus petit faites ôter la difference des deux nombres pensez de leur somme, & demandez le nombre qui restera, car la moitié de ce reste sera le plus petit nombre pensé.

Comme dans cet exemple, en ajoûtant la difference 2 des deux nombres pensez à leur somme 8, on a 10, dont la moitié 5 est le plus grand des deux nombres pensez : & en ôtant la difference 2 de la somme 8, il reste 6 : dont la moitié 3 est le plus petit nombre pensé.

Ce Problême se peut encore resoudre ainsi. Faites multiplier la somme des deux nombres pensez par elle-même, pour avoir son quarré. Ayant fait ajoûter au plus petit des deux nombres pensez le double du plus grand, & ayant fait multiplier la somme par le plus petit, faites ôter le produit du precedent quarré, & demandez le reste, car la Racine quarrée de ce reste sera le plus grand des deux nombres pensez : & pour avoir le plus petit, ayant fait ajoûter au plus grand le double du plus petit, & ayant fait multiplier la somme par le plus grand, faites ôter le produit du precedent quarré, & demandez le reste, dont la Racine quarrée sera le plus petit nombre pensé.

Comme dans cet exemple, où l'on a supposé que les deux nombres pensez sont 3 & 5, leur somme est 8, qui étant multipliée par soy-même donne 64 pour son quarré. En ajoûtant au plus petit nombre pensé 3 le double 10 du plus grand 5, on a 13, qui étant multiplié par le plus petit 3, on a 39, qui étant ôté du precedent quarré 64, il reste 25, dont la Racine quarrée 5 est le plus grand des deux nombres pensez. En ajoûtant au plus grand nombre pensé 5 le double 6 du plus petit 3, on a 11, qui étant multiplié par le plus grand 5, le produit est 55, qui étant ôté du precedent quarré 64, il reste 9, dont la Racine quarrée 3 est le plus petit nombre pensé.

Ce Problême se peut encore resoudre tres-facilement en cette sorte. Faites multiplier ensemble les deux nombres pensez, pour avoir leur produit. Faites aussi multiplier la somme des deux mêmes nombres par celuy que vous voulez trouver, & faites ôter de ce produit le produit des deux nombres: aprés quoy vous demanderez le reste, dont la Racine quarrée sera le nombre que vous cherchez.

Comme dans cet exemple, si l'on multiplie ensemble les deux nombres pensez 3, 5, on aura leur produit 15: & si l'on multiplie leur somme 8 par le plus grand nombre 5, si vous le voulez trouver, on a ce produit 40, duquel ôtant le precedent 15, il reste 25, dont la Racine quarrée 5 est le nombre qu'on cherche.

Ou bien aprés avoir fait multiplier ensemble les deux nombres pensez, pour avoir leur produit, faites multiplier leur difference par le nombre que vous cherchez, & faites ajoûter à ce produit le produit des deux nombres, si vous demandez le plus grand nombre, ou bien faites ôter ce produit

du produit des deux nombres, si vous demandez le plus petit : & alors si vous demandez le nombre qui vient par cette addition, ou par cette soustraction, & que vous en preniez la Racine quarrée, vous aurez le nombre que vous cherchez.

Comme dans cet exemple aprés avoir multiplié ensemble les deux nombres pensez 3, 5, pour avoir leur produit 15, si l'on fait multiplier leur difference 2 par le plus grand nombre 5, & qu'on ajoûte le produit 10 au premier produit 15, on aura 25, dont la Racine quarrée 5 est le plus grand nombre : & pareillement si l'on multiplie leur difference 2 par le plus petit nombre 3, & qu'on ajoûte le produit 6 du premier 15, il restera 9, dont la Racine quarrée 3 est le plus petit nombre pensé.

Lorsque le plus petit des deux nombres pensez ne passera pas 9, on les pourra deviner tres-facilement en cette sorte. Ayant fait ajoûter 1 au triple du plus grand des deux nombres pensez, faites encore ajoûter au triple de la somme les deux nombres pensez, & demandez le nombre qui vient par cette addition, car si vous en ôtez 3, la premiere figure du reste vers la droite sera le plus petit nombre pensé, & ce qui restera vers la gauche, sera le plus grand.

Comme dans l'exemple proposé, où les deux nombres pensez sont 3, 5, en ajoûtant 1 au triple 15 du plus grand 5, & en ajoûtant au triple 48 de la somme 16 les deux nombres pensez 3, 5, ou 8, on a 56, d'où ôtant 3, il reste 53, dont la premiere figure 3 vers la droite est le plus petit nombre pensé, & l'autre figure 5 qui reste vers la gauche, est le plus grand.

## PROBLEME XVIII.

*Devi: plusieurs nombres que quelqu'un aura pensez.*

SI la multitude des nombres pensez est impaire, demandez les sommes du premier & du second, du second & du troisiéme, du troisiéme & du quatriéme, & ainsi ensuite jusqu'à la somme du premier & du dernier, & ayant écrit toutes ces sommes par ordre, en sorte que la somme du premier & du dernier soit la derniere, ôtez toutes les sommes qui seront dans les lieux pairs de toutes celles qui seront dans les lieux impairs, & la moitié du reste sera le premier nombre pensé, lequel étant ôté de la premiere somme, il restera le second nombre pensé, lequel étant pareillement ôté de la seconde somme, le reste sera le troisiéme nombre pensé, & ainsi ensuite.

Comme si l'on a pensé ces cinq nombres, 2, 4, 5, 7, 8, les sommes du premier & du second, du second & du troisiéme, & ainsi des autres jusqu'à la somme du premier & du cinquiéme sont 6, 9, 12, 15, 10, & ôtant la somme 24 des deux 9, 15, qui sont dans les lieux pairs, de la somme 28 des trois 6, 12, 10, qui sont dans les lieux impairs, il reste 4, dont la moitié 2 est le premier nombre pensé, lequel étant ôté de la premiere somme 6, le reste 4 est le second nombre pensé, lequel étant pareillement ôté de la seconde somme 9, il reste 5 pour le second nombre pensé, &c.

Si la multitude des nombres pensez est paire, demandez les sommes du premier & du second, du second & du troisiéme, du troisiéme & du quatrié-

me, & ainsi ensuite jusqu'à la somme du second & du dernier, & ayant écrit toutes ces sommes par ordre, en sorte que la somme du second & du dernier soit la derniere, ôtez de toutes les sommes qui seront dans les lieux pairs toutes celles qui seront dans les lieux impairs, excepté la premiere, & la moitié du reste sera le second nombre pensé, par le moyen duquel il sera facile de trouver les autres, car si on l'ôte de la premiere somme, il restera le premier nombre pensé, & si on l'ôte de la seconde somme, le reste sera le troisiéme nombre pensé, lequel étant pareillement ôté de la troisiéme somme, on aura au reste le quatriéme nombre pensé, & ainsi ensuite.

Comme si l'on a pensé ces six nombres, 2, 4, 5, 7, 8, 9, les sommes du premier & du second, du second & du troisiéme, du troisiéme & du quatriéme, & ainsi ensuite jusqu'à la somme du second & du sixiéme, seront 6, 9, 12, 15, 17, 13, & ôtant la somme 29 de la troisiéme 12, & de la cinquiéme 17, qui sont dans les lieux impairs, en omettant la premiere, de la somme 37 des trois 9, 15, 13, qui sont dans les lieux pairs, il reste 8, dont la moitié 4 est le second nombre pensé, qui étant ôté de la premiere somme 6, le reste 2 est le premier nombre pensé, & étant ôté de la seconde somme 9, le reste 5 est le troisiéme nombre pensé, lequel étant pareillement ôté de la troisiéme somme 12, il reste 7 pour le quatriéme nombre pensé, & ainsi ensuite.

Lorsque chacun des nombres pensez ne sera composé que d'une figure, on les pourra trouver tres-facilement en cette sorte. Ayant fait ajoûter 1 au double du nombre pensé, faites multiplier le tout par 5, & ajoûter au produit le second nombre pen-

ſé, & s'il y a un troiſiéme nombre, ayant fait pareillement ajoûter 1 au double de la ſomme precedente, faites multiplier le tout par 5, & ajoûter au produit le troiſiéme nombre penſé : & de même s'il y a un quatriéme nombre, ayant fait auſſi ajoûter 1 au double de la derniere ſomme precedente, faites multiplier le tout par 5, & ajoûter au produit le quatriéme nombre penſé, & ainſi enſuite, s'il y a davantage de nombres penſez. Aprés cela demandez le nombre qui provient par l'addition du dernier nombre penſé, & en ôtez 5 pour deux nombres penſez, & 55 pour trois nombres penſez, & 555 pour quatre nombres penſez, & ainſi enſuite, & alors la premiere figure du reſte vers la gauche ſera le premier nombre penſé, la ſuivante en allant vers la droite ſera le ſecond nombre penſé, & ainſi enſuite juſqu'à la derniere figure vers la droite, qui repreſentera le dernier nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé ces quatre nombres 3, 4, 6, 9, en ajoûtant 1 au double 6 du premier nombre penſé 3, & en multiplant la ſomme 7 par 5, on a 35, auquel ajoûtant le ſecond nombre penſé 4, on a 39, dont le double eſt 78, auquel ajoûtant 1, & multipliant la ſomme 79 par 5, on a 395, auquel ajoûtant le troiſiéme nombre penſé 6, on a 401, dont le double eſt 802, auquel ajoûtant pareillement 1, & multipliant la ſomme 803 par 5, il vient 4015, auquel ajoûtant le quatriéme nombre penſé 9, & ôtant de la ſomme 4024 ce nombre 555, il reſte 3469, dont les quatre figures ſont les quatre nombres penſez.

Ou bien plus facilement, ayant fait ôter 1 du double du premier nombre penſé, & ayant fait multiplier le reſte par 5, faites ajoûter au produit le

ſecond nombre penſé, & demandez la ſomme s'il n'y a plus de nombres penſez, autrement faites ajoûter 5 à cette ſomme, pour avoir une ſeconde ſomme, & ayant fait pareillement ôter 1 du double de cette ſeconde ſomme, faites auſſi multiplier le reſte par 5, & faites ajoûter au produit le troiſiéme nombre penſé, & demandez la ſomme s'il n'y a plus de nombres penſez, autrement il faudra comme auparavant faire ajoûter 5 à cette ſomme, pour avoir une ſeconde ſomme, & ayant fait de la même façon ôter 1 du double de cette ſeconde ſomme, faites pareillement multiplier le reſte par 5, & faites ajoûter au produit le quatriéme nombre penſé, & ſi ce quatriéme nombre eſt le dernier, demandez la ſomme, à laquelle ſi vous ajoûtez 5, vous aurez une ſeconde ſomme, dont les figures repreſenteront comme auparavant les nombres penſez.

Comme dans la ſuppoſition que nous venons de faire de ces quatre nombres penſez 3, 4, 6, 9, en ôtant 1 du double 6 du premier nombre penſé 3, & en multipliant le reſte 5 par 5, on a 25, auquel ajoûtant le ſecond nombre penſé 4, on a cette ſomme 29, à laquelle ſi l'on ajoûte 5, on a cette ſeconde ſomme 34, dont le double eſt 68, d'où ôtant 1, il reſte 67, qui étant multiplié par 5, on a 335, auquel ajoûtant le troiſiéme nombre penſé 6, on a cette ſomme 341, à laquelle ajoûtant 5 on a cette ſeconde ſomme 346, dont le double 692 étant diminué de 1, & le reſte 691 étant multiplié par 5, on a 3455, auquel ajoûtant le quatriéme nombre penſé 9, on a cette ſomme 3464, à laquelle ajoûtant 5, on a cette ſeconde ſomme 3469, dont les quatre figures repreſentent les quatre nombres penſez.

## PROBLEME XIX.

*Une personne tenant dans une main un certain nombre pair de pistoles, & un nombre impair en l'autre main, deviner en quelle main est le nombre pair & impair.*

FAites multiplier le nombre de la main droite par un nombre pair tel qu'il vous plaira, comme par 2, & le nombre de la main gauche par un nombre impair aussi tel qu'il vous plaira, comme par 3, & ayant fait ajoûter ensemble les deux produits, faites prendre la moitié de leur somme : & alors si cette moitié est juste, en sorte que la somme soit un nombre pair, vous connoîtrez par là, que le nombre de la main droite, qui a été multiplié par un nombre pair est impair, & que par consequent celuy de la main gauche, qui a été multiplié par un nombre impair est pair. Il arrivera tout le contraire, lorsque la moitié de la somme ne sera pas juste, c'est-à-dire, quand cette somme sera un nombre impair : car dans ce cas le nombre de la main droite, qui a été multiplié par un nombre pair, sera pair, & celuy de la main gauche, qui a été multiplié par un nombre impair, sera aussi impair.

Comme si dans la main droite il y a 9 pistoles, & 8 en la gauche, en multipliant le nombre 9 de la droite par 2, & le nombre 8 de la gauche par 3, & en ajoûtant ensemble les deux produits 18, 24, on aura leur somme 42, qui étant un nombre pair, fait connoître que le nombre impair 9, qui a été multiplié par le nombre pair 2, est en la main droite, & par consequent le nombre pair 8 dans la gauche.

Mais si dans la main droite il y a 10 pistoles, & 7 en la gauche, en multipliant le nombre 10 de la droite par 2, & le nombre 7 de la gauche par 3, & en ajoûtant ensemble les deux produits 20, 21, on aura leur somme 41, laquelle étant un nombre impair, fait connoître que le nombre pair 10, qui a été multiplié par le nombre pair 2, est en la main droite, & par consequent le nombre impair 7 dans la main gauche. C'est par le moyen de ce Problême qu'on peut resoudre la Question suivante.

## QUESTION.

*Une personne tenant une piece d'or dans une main, & une piece d'argent en l'autre, trouver en quelle main est la piece d'or & la piece d'argent.*

APrés avoir donné à l'or une certaine valeur qui soit un nombre pair, comme 8, & à l'argent une certaine valeur qui soit un nombre impair, comme 5, faites multiplier le nombre de la main droite par un nombre pair quelconque, comme par 2, & le nombre de la main gauche par un nombre impair quelconque, comme par 3, & ayant fait ajoûter ensemble les deux produits, demandez si leur somme est un nombre pair ou impair, ce que vous sçaurez sans le demander, si vous en faites prendre la moitié : car si cette somme est un nombre impair, l'or sera dans la main droite, & l'argent en la gauche, & tout au contraire, si elle est un nombre pair, l'or sera dans la main gauche, & l'argent en la droite.

## PROBLEME XX.

*Trouver deux nombres, dont on connoît la Raison & la difference.*

POur trouver deux nombres, dont le premier soit au second, par exemple comme 5 est à 2, & dont la difference, ou l'excés du plus grand sur le plus petit soit par exemple 12; multipliez cette difference 12 par le plus petit terme 2 de la Raison donnée, & divisez le produit 24 par la difference 3 des deux termes 5, 2, de la même Raison donnée, & le quotient 8 sera le plus petit des deux nombres qu'on cherche, auquel ajoûtant la difference donnée 12, la somme 20 sera le plus grand.

Ou bien multipliez la difference donnée 12 par le plus grand terme 5 de la raison donnée, & divisez le produit 60 par la difference 3 des deux termes 5, 2, de la même Raison donnée, & le quotient 20 sera le plus grand des deux nombres qu'on cherche, duquel ôtant la difference donnée 12, le reste 8 sera le plus petit, comme auparavant.

Ou bien encore multipliez chacun des deux termes 5, 2, de la Raison donnée, par la difference donnée 12, & divisez chacun des deux produits 60, 24, par la difference 3 des deux mêmes termes 5, 2, & les quotiens 20, 8, seront les deux nombres qu'on cherche, comme auparavant. Par le moyen de ce Problême, l'on peut aisément resoudre la Question suivante.

## QUESTION.

*Quelqu'un ayant autant de pieces de monnoye dans une main que dans l'autre, deviner combien il y en a en chaque main.*

FAites mettre quelques pieces de la main gauche à la main droite, par exemple deux, enſorte qu'il y ait quatre pieces plus dans la main droite que dans la gauche, & demandez la Raiſon du nombre des pieces de la main droite au nombre des pieces de la main gauche, qui ſoit par exemple égale à celle de 5 à 3 : & alors il faudra multiplier la difference 4 du nombre des pieces d'une main au nombre des pieces de l'autre, par le plus petit terme 3 de la Raiſon donnée, & diviſer le produit 12 par la difference 2 des deux termes 5, 3, de la même Raiſon donnée, & le quotient 6 ſera le nombre des pieces de la main gauche, auquel ajoûtant la difference 4 des deux nombres des pieces qui ſont en chaque main, on aura 10 pour le nombre des pieces de la main droite, auquel ſi l'on ajoûte le nombre 6 des pieces de la main gauche, on aura 16 pieces en tout, dont la moitié 8 fait connoître qu'au commencement il y avoit 8 pieces de monnoye dans chaque main.

## PROBLEME XXI.

*Deux personnes étant convenus de prendre à plaisir des nombres moindres qu'un nombre proposé, en continuant alternativement jusqu'à ce que tous leurs nombres fassent ensemble un nombre déterminé plus grand que le proposé, faire qu'on arrive à ce nombre déterminé plus grand.*

POur faire que le premier arrive par exemple à 100, en supposant qu'il luy est libre, aussi bien qu'au second, de prendre alternativement un nombre tel qu'il voudra, pourvû qu'il soit moindre par exemple que 11, qu'il ôte ce nombre 11 de 100 autant de fois qu'il pourra, & alors il restera ces nombres 1, 12, 23, 34, 45, 56, 67, 78, 89, dont il se doit souvenir & prendre le premier 1, car ainsi quelque nombre que le second prenne, il ne pourra pas empêcher le premier de parvenir au second nombre 12, car si le second prend par exemple 3, qui avec 1 fait 4, le premier n'a qu'à prendre 8, pour parvenir à 12: aprés quoy quelque nombre que prenne le second, il ne pourra pas empêcher que le premier ne parvienne au troisiéme nombre 23, car s'il prend par exemple 1, qui avec 12 fait 13, le premier n'a qu'à prendre 10, qui avec 13 fait 23; ensuite de quoy quelque nombre pareillement que le second prenne, il ne pourra pas empêcher le premier de parvenir au quatriéme nombre 34, & ensuite au cinquiéme 45, & en aprés au sixiéme 56, & de là au septiéme 67, de là au huitiéme 78, de là au dernier 89, & de là enfin à 100.

Si le second vouloit gagner, il est évident qu'il devroit prendre au commencement un nombre qui fût le reste à 12 du nombre que le premier auroit

pris, afin de pouvoir parvenir à 12, comme si le premier avoit pris 2, le second devroit prendre 10: mais si le premier sçait la finesse, il ne peut prendre que 1, & alors le second devroit prendre 11, ce qui ne se peut, parce qu'ils sont convenus de prendre des nombres moindres que 11. Mais ces sortes de Jeux ne se font ordinairement que parmy ceux qui les ignorent: Ainsi si le second ne sçait pas la finesse du Jeu, le premier qui veut gagner ne doit pas prendre toûjours 1 au commencement, mais quelqu'autre nombre aprés avoir gagné la premiere partie, en risquant de perdre la seconde, pour mieux cacher l'artifice.

Si le premier veut gagner, il ne faut pas que le plus petit nombre proposé mesure le plus grand, car dans ce cas le premier n'auroit pas une regle infaillible pour gagner. Par exemple si au lieu de 11, on avoit 10 qui mesure 100, en ôtant 10 continuellement de 100, on auroit ces nombres 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, dont le premier 10 ne pourroit pas être pris par le premier, ce qui fait qu'étant obligé de prendre un nombre moindre que 10, si le second étoit aussi fin que luy, il pourroit prendre le reste à 10, & ainsi il auroit une regle infaillible pour gagner.

Il n'est pas necessaire d'ôter continuellement le plus petit nombre du plus grand, pour sçavoir le nombre que le premier doit prendre pour gagner, car il suffit de diviser le plus grand par le plus petit, & le reste de la division sera le nombre que le premier doit choisir au commencement. Comme dans l'exemple proposé en divisant 100 par 11, il reste 1, pour le premier nombre du premier, auquel s'il ajoûte 11, il aura 12 pour son second nombre, auquel ajoûtant pareillement 11,

il aura 23 pour son troisiéme nombre, & ainsi ensuite jusqu'à 100.

## PROBLÊME XXII.

*Diviser un nombre donné en deux parties, dont la Raison soit égale à celle de deux nombres donnez.*

QU'il faille diviser le nombre donné 60 en deux autres nombres tels que le plus petit soit au plus grand, par exemple comme 1 est à 2, en sorte qu'une partie soit double de l'autre.

Ajoûtez ensemble les deux termes 1, 2, de la Raison donnée, & divisez par leur somme 3 le nombre donné 60; & le quotient 20 sera le plus petit des deux nombres qu'on cherche, lequel étant ôté du nombre donné 60, le reste 40 sera le plus grand nombre.

Ou bien multipliez les deux termes 1, 2, de la Raison donnée, chacun par le nombre donné 60, & divisez les produits 60, 120, chacun par la somme 3 des deux mêmes termes 1, 2, & les deux quotiens 20, 40, seront les deux nombres qu'on cherche.

Ce Problême est le même que la seconde Question du Livre premier de Diophante, & l'on peut aisément par son moyen resoudre la Question suivante.

## QUESTION.

*Faire la monnoye d'un écu blanc en deux especes differentes, en sorte qu'il y ait autant d'une espece que de l'autre.*

COmme l'on cherche une solution en nombres entiers, il est aisé de connoître que cette Question ne se peut pas resoudre generalement pour toutes sortes de monnoyes; car afin que la Question soit possible, il faut que la somme des deux termes qui expriment la Raison des deux especes proposées puisse diviser exactement la valeur d'un écu blanc, lorsqu'il sera reduit en la monnoye la plus basse.

Ainsi en faisant valoir 60 sols un écu blanc, ou 240 liards, on connoît qu'on en peut donner la monnoye en sols & en liards, parce que sa valeur 240 se peut diviser par la somme 5 des deux termes 1, 4, qui expriment la Raison d'un liard à un sol, parce que quatre liards font un sol. Si donc on divise 240 liards par 5, on aura 48 liards, & par consequent 48 sols, pour la resolution de la Question, car 48 sols avec 48 liards, qui valent 12 sols, font 60 sols, telle qu'est la valeur supposée d'un écu blanc.

On connoîtra de la même façon, qu'il faut 12 sols & 12 pieces de quatre sols pour faire un écu de 60 sols, parce que divisant 60 par 5, le quotient est 12; & qu'il faut 13 sols, & 13 pieces de quatre sols, pour faire un écu de 65 sols, parce que divisant 65 par 5, le Quotient est 13.

Pareillement pour donner en sols & en pieces de quatre sols la monnoye d'un Loüis d'or valant

11 livres, ou 220 sols, en sorte qu'il y ait autant de sols que de pieces de quatre sols, il faut 44 sols, & 44 pieces de quatre sols, parce que divisant 220 par 5, le Quotient est 44 : & que pour donner dans les deux mêmes especes la monnoye d'un Loüis d'or valant 12 livres 5 sols, ou 245 sols, en sorte qu'il y ait autant d'une espece que de l'autre, il faut 49 sols, & 49 pieces de quatre sols, parce que divisant 245 par 5, le quotient est 49.

Enfin l'on connoîtra que pour faire la monnoye en sols & en deniers d'un écu valant 65 sols, ou 780 deniers, en sorte qu'il y ait autant de sols que de deniers, il faut 60 sols, & 60 deniers, parce que divisant 780 par 13, qui est la somme des deux termes 1, 12, qui expriment la Raison d'un denier à un sol, parce qu'un sol contient 12 deniers, le Quotient est 60. Ainsi des autres.

## PROBLEME XXIII.

*Trouver un nombre, qui étant divisé separément par des nombres donnez, il reste par tout 1, & étant divisé par un autre nombre donné, il ne reste rien.*

POur trouver un nombre tel que si on le divise separément par les deux nombres donnez 5, 7, chaque reste soit 1, & que si on le divise par ce troisiéme nombre donné 3, qui doit être premier avec les deux precedens, il ne reste rien.

7 Multipliez ensemble les deux premiers nombres donnez 5, 7, pour avoir leur produit 35, auquel ajoûtant 1, on aura ce nombre 36, qui sera tel qu'étant divisé par 5, & par 7, il restera 1; & comme il arrive par hazard que ce même nombre

36 étant divisé par le troisiéme nombre donné 3, il ne reste rien, il s'ensuit que 36 est le nombre qu'on cherche.

Mais on peut trouver une infinité d'autres nombres plus grands, qui satisferont aux conditions du Problême, ce qui se fera par le moyen du premier & plus petit nombre trouvé 36, en cette sorte.

Pour donc trouver un second nombre, ajoûtez le premier nombre trouvé 36 au produit 105 des trois nombres donnez 5, 7, 3, & la somme 141 sera le second nombre qu'on cherche, auquel ajoûtant le produit precedent 105, on aura 246 pour troisiéme nombre, auquel si l'on ajoûte pareillement le même produit 105, on aura 351 pour quatriéme nombre, & ainsi ensuite.

Pareillement pour trouver un nombre, qui étant divisé separément par les trois nombres donnez 2, 3, 5, il reste 1, & étant divisé par ce quatriéme nombre donné 11, qui doit pareillement être premier avec les trois precedens 2, 3, 5, il ne reste rien.

Multipliez ensemble les trois premiers nombres donnez 2, 3, 5, pour avoir leur produit 30, auquel ajoûtant 1, on aura ce nombre 31, qui étant divisé par chacun des trois premiers nombres donnez, 2, 3, 5, il doit rester 1 : & si étant divisé par le quatriéme nombre donné 11, il ne restoit rien, ce nombre 31 seroit celuy qu'on cherche, mais parce qu'il reste 9, le nombre 31 n'est pas celuy qu'on cherche, & pour le trouver on fera ainsi.

Parce que le produit 30 des trois premiers nombres donnez 2, 3, 5, étant divisé par le quatriéme nombre donné 11, il reste 8, dont le quadruple

32 n'est moindre que de 1 du nombre 33 qui est multiple de 11, sçavoir le triple, si l'on multiplie ce produit 30 par 4, & qu'au produit 120 on ajoûte 1, la somme 121 sera le nombre qu'on cherche, par le moyen duquel on en pourra trouver autant d'autres qu'on voudra, en cette sorte.

Pour donc avoir un second nombre, ajoûtez le premier nombre trouvé 121 au produit 1320 des quatre nombres donnez 2, 3, 5, 11, & la somme 1441 sera le second nombre qu'on cherche, auquel ajoûtant le produit precedent 1320, on aura 2761 pour troisiéme nombre, auquel si l'on ajoûte pareillement le même produit 1320, on aura 4081 pour quatriéme nombre, & ainsi ensuite.

On pourra par un semblable raisonnement trouver un nombre, qui étant divisé séparément par ces trois nombres donnez 3, 5, 7, il reste un autre nombre que l'unité, par exemple 2, & étant divisé par ce quatriéme nombre donné 8, il ne reste rien.

Multipliez ensemble les trois premiers nombres donnez 3, 5, 7, & divisez leur produit 105 par le quatriéme nombre donné 8, & parce qu'il reste 1, multipliez le produit 105 par 6, afin que le produit 630 étant divisé par 8, il reste 6, qui est moindre que 8 de 2, car ainsi ajoûtant 2 au dernier produit 630, la somme 632 sera le nombre qu'on cherche, qui servira pour en trouver autant d'autres qu'on voudra de la même qualité, par une Methode semblable à la precedente, comme vous allez voir.

Pour donc trouver un second nombre plus grand, ajoûtez le nombre trouvé 632 au produit 840 des quatre nombres donnez 3, 5, 7, 8, & la somme 1472 sera le second nombre qu'on cherche, auquel ajoûtant le produit precedent 840, on aura 2312

pour le troisiéme nombre, auquel si l'on ajoûte pareillement le même produit 840, on aura 3152 pour le quatriéme nombre, & ainsi ensuite.

Pareillement pour trouver un nombre qui étant divisé par ces trois nombres donnez, 3, 5, 7, il reste 2, & étant divisé par ce quatriéme nombre donné 11, il ne reste rien; divisez le produit 105 des trois premiers nombres donnez 3, 5, 7, par le quatriéme 11, & parce qu'il reste 6, dont le double 12 surpasse le diviseur 11 de 1, multipliez le produit 105 par 2, afin qu'étant divisé par 11, il reste 1, & comme l'on voudroit qu'il restât 9, qui est moindre que le diviseur 11 de 2; multipliez par 9 le dernier produit 210, afin que le produit 1890 étant divisé par 11, il reste 9, car ainsi ajoûtant 2 à ce dernier produit 1890, la somme 1892 étant divisée par 11, il ne restera rien, & elle sera par consequent le nombre qu'on cherche, par le moyen duquel on en pourra trouver une infinité d'autres de la même qualité, comme nous avons déja fait voir par plusieurs exemples, sans qu'il soit besoin de le repeter davantage.

De même pour trouver un nombre qui étant divisé par 5, ou par 7, ou par 8, il reste 3, & étant divisé par 11, il ne reste rien, on multipliera par 9 le produit 280 des trois premiers nombres donnez 5, 7, 8, afin que le produit 2520 étant divisé par le quatriéme nombre donné 11, il reste 1: car ainsi on pourra faire qu'il reste 8, qui est moindre que 11 du nombre donné 3, en multipliant par 8 le produit precedent 2520, pour avoir ce dernier produit 20160, auquel par consequent si l'on ajoûte 3, la somme 20163 sera le nombre qu'on cherche. C'est par le moyen de ce Problême que on peut resoudre la Question suivante.

## QUESTION.

*Trouver combien il y avoit de loüis d'or dans une bourse, qu'une personne dit avoir perduë, & qui assure qu'en les comptant deux à deux, ou trois à trois, ou cinq à cinq, il en restoit toûjours un, & qu'en les comptant sept à sept, il n'en restoit point.*

IL s'agit ici de trouver un nombre, qui étant divisé par celuy qu'on voudra des trois nombres donnez 2, 3, 5, il reste 1, & étant divisé par le quatriéme nombre donné 7, il ne reste rien, car ce nombre sera celuy des pistoles qui étoient dans la bourse : & comme il y a plusieurs nombres qui peuvent satisfaire à la Question, comme vous avez vû au Problême precedent, on pourra juger par la grosseur ou par la pesanteur de la bourse, du nombre des pistoles qu'elle pouvoit contenir.

Mais pour trouver le moindre de tous ces nombres, cherchons premierement un nombre qui soit exactement divisible par 2, par 3, & par 5, & qui étant augmenté de 1, la somme soit aussi exactement divisible par 7. Si l'on multiplie ensemble les trois premiers nombres donnez 2, 3, 5, leur produit 30 sera divisible par chacun de ces trois nombres, mais en luy ajoûtant 1, la somme 31 n'est pas divisible par le quatriéme nombre donné 7, car il reste 3 : & comme le produit 30 étant divisé par 7, il reste 2, son double 60 étant divisé par 7, il restera 4 double de 2, & pareillement son triple 90 étant divisé par 7, il restera 6 triple de 2, & moindre de 1 que le diviseur 7, ce qui fait que si à ce triple 90 l'on ajoûte 1, la somme 91 sera

exactement divisible par 7, & representera par consequent le nombre qu'on cherche.

Pour trouver un second nombre plus grand qui satisfasse à la Question, multipliez ensemble les quatre nombres donnez 2, 3, 5, 7, & ajoûtez à leur produit 210 le premier & plus petit nombre trouvé 91, & la somme 301 sera le second nombre qu'on cherche, auquel si l'on ajoûte le produit precedent 210, la somme 511 sera un troisiéme nombre qui satisfera, auquel pareillement si l'on ajoûte le même produit 210, la somme 721 sera un quatriéme nombre qui satisfera, & ainsi à l'infini.

Ainsi pour la resolution de la Question, l'on peut dire que dans la bourse perduë il pouvoit y avoir 91 loüis d'or, ou bien 301, ou bien 511, ou bien encore 721, & c'est selon, comme nous avons déja dit, la grosseur de la bourse.

## PROBLEME XXIV.

*Diviser plusieurs nombres donnez chacun en deux parties, & trouver deux nombres, en sorte que multipliant la premiere partie de chacun des nombres donnez par le premier nombre trouvé, & la seconde par le second, la somme des deux produits soit par tout la même.*

SI l'on donne par exemple ces trois nombres 10, 25, 30, & qu'on veüille avoir une solution en nombres entiers, prenez pour les deux nombres qu'on cherche deux nombres quelconques, pourvû que leur difference soit 1, ou telle qu'elle puisse diviser exactement le produit sous le plus grand de ces deux nombres & la difference de deux quel-

conques des trois nombres donnez, & que le plus grand de ces deux nombres, multiplié par le plus petit nombre donné 10, surpasse le plus petit des deux mêmes nombres, multiplié par le plus grand nombre donné 30, comme 2, & 7.

Ayant ainsi trouvé les deux nombres qu'on cherche, 2, 7, la premiere partie du premier nombre donné 10, se pourra prendre à volonté, pourvû qu'elle soit moindre que ce nombre donné 10, & que le nombre qui vient en ôtant le plus petit nombre trouvé 2 multiplié par le plus grand donné 30, du plus grand nombre trouvé 7 multiplié par le plus petit nombre donné 10, & en divisant le reste 10 par la difference 5 des deux nombres trouvez 2, 7, c'est-à-dire, moindre que 2, comme 1, qui étant ôté du premier nombre donné 10, le reste 9 sera l'autre partie, laquelle étant multipliée par le second nombre trouvé 7, & la premiere 1 étant multipliée par le premier nombre trouvé 2, la somme des deux produits 63, 2, est 65.

Pour trouver la premiere partie du second nombre donné 25, multipliez la difference 15 des deux premiers nombres donnez 10, 25, par le plus grand nombre trouvé 7, & ayant divisé le produit 105 par la difference 5 des deux nombres trouvez 2, 5, ajoûtez le quotient 21 à la premiere partie trouvée 1 du premier nombre donné 10, & la somme 22 sera la premiere partie du second nombre donné 25, c'est pourquoy l'autre partie sera 3, laquelle étant multipliée par le second nombre trouvé 7, & la premiere 22 par le premier 2, la somme des deux produits, 21, 44, fait aussi 65.

Enfin pour trouver la premiere partie du troisiéme nombre donné 30, multipliez la difference 5 des deux derniers nombres donnez 25, 30, par

le plus grand nombre trouvé 7, & ayant divisé le produit 35 par la difference 5 des deux nombres trouvez 2, 7, ajoûtez le quotient 7 à la premiere partie 22 du second nombre donné 30, & la somme 29 sera la premiere partie du troisiéme nombre donné 30, c'est pourquoy l'autre partie sera 1, laquelle étant multipliée par le second nombre trouvé 7, & la premiere 29 par le premier 2, la somme des deux produits 7, 58, fait aussi 65.

Ou bien multipliez la difference 20 du premier & du troisiéme nombre donné, par le plus grand nombre trouvé 7, & ayant divisé le produit 140 par la difference 5 des deux nombres trouvez 2, 7, ajoûtez le quotient 28 à la premiere partie 1 du premier nombre donné 10, & vous aurez 29, comme auparavant, pour la premiere partie du troisiéme nombre donné 30.

Si l'on prend 1, 6, pour les deux nombres qu'on cherche, & 4 pour la premiere partie du premier nombre donné 10, auquel cas l'autre partie sera 6, qui étant multipliée par le second nombre trouvé 6, & la premiere 4 par le premier 1, la somme des deux produits 36, 4, est 40, la premiere partie du second nombre donné 25 sera 22, & l'autre partie par consequent sera 3, qui étant multipliée par le second nombre trouvé 6, & la premiere 22 par le premier 1, la somme des deux produits 18, 22, est aussi 40; & enfin la premiere partie du troisiéme nombre donné 30 sera 28, ce qui fait que l'autre partie sera 2, qui étant multipliée par le second nombre trouvé 6, & la premiere 28 par le premier 1, la somme des deux produits 12, 28, est aussi 40. Ce Problême sert pour resoudre la Question suivante.

## QUESTION.

*Une femme a vendu 15 pommes au Marché à un certain prix, une autre femme en a vendu 25 au même prix, & une troisiéme femme en a vendu 30 aussi au même prix, & chacune a rapporté une même somme d'argent. On demande comment cela se peut & se doit faire.*

IL est évident qu'afin que la Question soit possible, il faut que les femmes vendent leurs pommes à deux diverses fois, & à divers prix, bien qu'à chaque fois elles vendent chacune à un même prix. Si ces deux prix differens sont 2, 7, qui sont

| | Pom. | | Den. | Pom. | | Den. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10. | 1 | à | 2 | 9 | à | 7 | 65 |
| 25. | 22 | à | 2 | 3 | à | 7 | |
| 30. | 29 | à | 2 | 1 | à | 7 | |

les deux nombres que nous avons trouvez au Problême precedent, & si l'on suppose que la premiere fois elles vendent 2 deniers la pomme, & qu'à ce prix la premiere vende 1 pomme, la seconde 22, & la troisiéme 29, les trois nombres 1, 22, 29, étant les premieres parties des trois nombres donnez 10, 25, 30, qui ont été trouvées au Problêmes precedent, dans ce cas la premiere femme aura 2 deniers, la seconde en aura 44, & la troisiéme en aura 58. En aprés si l'on suppose qu'elles vendent le reste de leurs pommes 7 deniers la pomme, alors la premiere femme aura 63 deniers pour 9 pommes qui luy restent, la seconde aura 21 deniers pour 3 pommes qui luy restent, &

la troisiéme aura 7 deniers pour 1 pomme qui luy reste, de sorte que chacune aura en tout 65 deniers.

Ou bien si les deux prix differens sont 1, 6, qui sont les deux nombres que nous avons trouvez au Problême precedent, & si l'on suppose que la premiere fois elles vendent 1 denier la pomme, &

| | Pom. | | Den. | Pom. | | Den. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10. | 4 | à | 1 | 6 | à | 6 | 40 |
| 25. | 22 | à | 1 | 3 | à | 6 | |
| 30. | 28 | à | 1 | 2 | à | 6 | |

qu'à ce prix la premiere vende 4 pommes, la seconde 22, & la troisiéme 28, ces trois nombres 4, 22, 28, étant les premieres parties des trois nombres donnez 10, 25, 30, qui ont été trouvées au Problême precedent, dans ce cas la premiere femme aura 4 deniers, la seconde en aura 22, & la troisiéme en aura 28. En aprés si l'on suppose qu'elles vendent le reste de leurs pommes 6 deniers la pomme, alors la premiere femme aura 36 deniers pour 6 pommes qui luy restent, la seconde aura 18 deniers pour 3 pommes qui luy restent, & la troisiéme aura 12 deniers pour 2 pommes qui luy restent, de sorte que chacune aura en tout 40 deniers.

## PROBLEME XXV.

*De plusieurs nombres en Progression Arithmetique, & disposez en rond, dont le premier soit l'unité, trouver celuy que quelqu'un aura pensé.*

POur deviner celuy que quelqu'un aura pensé par exemple des dix nombres naturels 1, 2, 2. Fig. Planche 1.

3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, disposez en rond, comme vous voyez dans la Figure, qui peuvent representer dix Cartes differentes, dont la premiere marquée par la lettre A seroit l'As, & la derniere representée par la lettre K seroit le Dix.

Ayant fait toucher un nombre, ou une carte telle que voudra celuy qui en aura déja pensé une, ajoûtez au nombre de cette carte touchée le nombre qui exprime la multitude des cartes, comme 10 dans cet exemple, & faites compter la somme que vous aurez à celuy qui a pensé la carte, par un ordre contraire à celuy des nombres, en commençant par la carte qu'il aura touchée, & en attribuant à cette Carte le nombre de celle qu'il aura pensée, car en comptant de la sorte, il finira à compter cette somme sur le nombre ou sur la Carte qu'il aura pensée, & vous fera par consequent connoître cette Carte.

Comme si l'on a pensé 3 marqué par la lettre C, & qu'on ait touché 6 marqué par la lettre F, si l'on ajoûte 10 à ce nombre 6, on a la somme 16, & comptant cette somme 16 depuis le nombre touché F vers E, D, C, B, A, & ainsi ensuite par un ordre retrograde, en sorte que l'on commence à compter le nombre pensé 3 sur F, 4 sur E, 5 sur D, 6 sur C, & ainsi ensuite jusqu'à 16, ce nombre 16 se terminera en C, & fera connoître qu'on a pensé 3, qui répond à C.

## PROBLEME XXVI.

*Deviner de trois personnes, combien chacune aura pris de Cartes ou de Jettons.*

FAites prendre au troisiéme un nombre de Jettons, ou de Cartes, tel qu'il voudra, pourvû qu'il soit pairement pair, c'est-à-dire, divisible par 4, & faites prendre au second autant de fois 7 que le premier aura pris de fois 4, & au premier autant de fois 13. Aprés cela dites au premier qu'il donne de ses Jettons aux deux autres autant qu'ils en auront chacun, & au second qu'il donne de ses Jettons aussi aux deux autres autant qu'ils en auront chacun, & enfin au troisiéme qu'il donne de ses Jettons pareillement aux deux autres autant qu'ils en auront chacun : & alors il arrivera que chacun aura autant de Jettons l'un que l'autre, & le nombre de chacun sera double de celuy que le troisiéme a pris au commencement. C'est pourquoy si vous demandez à l'une de ces trois personnes le nombre de ses Jettons, la moitié de ce nombre sera le nombre des Cartes ou des Jettons que le troisiéme avoit au commencement : & si vous prenez autant de fois 7, & autant de fois 13, que dans le nombre du troisiéme il y aura de fois 4, vous aurez le nombre des Cartes ou des Jettons que le second & le premier avoient pris.

Comme si le troisiéme prend 8 Cartes, le second en doit prendre 14, sçavoir deux fois 7, parce que dans 8 il y a deux fois 4, & le premier en doit prendre 26, sçavoir deux fois 13, par la même raison. Si le premier qui a 26 Cartes, donne des siennes 14 au second qui en a autant, & 8 au

premier qui en a aussi autant, il luy en restera seulement 4, & le second en aura 28, & le troisiéme 16. Mais si le second qui a 28 Cartes, donne des siennes 4 au premier qui en a autant, & 16 au troisiéme qui en a aussi autant, il luy en restera 8, & le premier en aura 8, & le troisiéme 32. Enfin si le troisiéme qui a 32 Cartes, en donne 8 à chacun des deux autres qui en ont autant, tous trois en auront 16, qui est le double du nombre 8 des Cartes que le premier a pris au commencement, &c.

| 1e. | 2e. | 3e. |
|---|---|---|
| 26 | 14 | 8 |
| 4 | 28 | 16 |
| 8 | 8 | 32 |
| 16 | 16 | 16 |

## PROBLEME XXVII.

*De trois Cartes inconnuës, deviner celle que chacune de trois personnes aura prise.*

IL ne faut pas que le nombre des points de chacune des trois Cartes qui aura été prise, surpasse 9 : & alors pour trouver ce nombre, dites à la premiere personne qu'elle ôte 1 du double du nombre des points de sa Carte, & qu'aprés avoir multiplié le reste par 5, qu'elle ajoûte au produit le nombre des points de la Carte que la seconde personne aura prise. Aprés cela faites ajoûter 5 à cette somme, pour avoir une seconde somme, & ayant fait ôter 1 du double de cette seconde somme, faites multiplier le reste par 5, & ajoûter au produit le nombre des points de la Carte que la troisiéme personne aura prise. Enfin demandez la somme qui vient par cette derniere addition, car si vous luy ajoûtez 5, vous aurez une autre somme composée

de trois figures, dont la premiere vers la gauche sera le nombre des points de la Carte que la premiere personne aura prise, celle du milieu sera le nombre des points de la Carte de la seconde personne, & la derniere vers la droite fera connoître la Carte de la troisiéme personne.

Comme si le premier a pris un 3, le second un 4, & le troisiéme un 7, en ôtant 1 du double 6 du nombre 3 des points de la Carte du premier, & en multipliant le reste 5 par 5, on a 25, auquel ajoûtant le nombre 4 des points de la Carte du second, on a cette somme 29, à laquelle si l'on ajoûte 5, on a cette seconde somme 34, dont le double est 68, d'où ôtant 1, il reste 67, qui étant multiplié par 5, on a 335, auquel ajoûtant le nombre 7 des points de la Carte du troisiéme, & 5 de plus, on a cette derniere somme 347, dont les trois figures representent separément les nombres des points de chaque Carte.

*Autrement.*

A ~~ut~~ dit au premier qu'il ajoûte 1 au double du nombre des points de sa Carte, faites multiplier la somme par 5, & ajoûter au produit le nombre des points de la Carte du second: & ayant fait pareillement ajoûter 1 au double de la somme precedente, faites multiplier le tout par 5, & ajoûter au produit le nombre des points de la Carte du troisiéme. Aprés cela demandez la somme qui viendra par cette derniere addition, & en ôtez 55, pour avoir au reste un nombre qui sera composé de trois figures, dont chacune representera comme auparavant, le nombre des points de chaque Carte.

Comme dans cet exemple, en ajoûtant 1 au

double 6 du nombre 3 des points de la Carte du premier ; & en multipliant la somme 7 par 5, on a 35, auquel ajoûtant le nombre 4 des points de la Carte du second, on a 39, dont le double est 78, auquel ajoûtant 1, & multipliant la somme 79 par 5, on a 395, auquel ajoûtant le nombre 7 des points de la Carte du troisiéme, on a 402, d'où ôtant 55, il reste 347, dont les trois figures representent en particulier le nombre des points de chaque Carte.

## PROBLEME XXVIII.

*De trois Cartes connuës deviner celle que chacune de trois personnes aura prise.*

DEs trois Cartes connuës, nous en appellerons une A, l'autre B, & la derniere C, & ayant laissé choisir une de ces trois Cartes à chacune de trois personnes, ce qui se peut faire en six manieres differentes, comme vous voyez ici, donnez à la premiere personne ce nombre 12, à la seconde ce nombre 24, & à la troisiéme ce nombre 36.

| 1e. | 2e. | 3e. | *Sommes.* |
|---|---|---|---|
| 12. | 24. | 36. | |
| A | B | C | 23 |
| A | C | B | 24 |
| B | A | C | 25 |
| C | A | B | 27 |
| B | C | A | 28 |
| C | B | A | 29 |

Aprés cela dites à la premiere personne qu'elle ajoûte ensemble la moitié du nombre de celle qui a prise

prise la Carte A, le tiers du nombre de celle qui a prise la Carte B, & le quart du nombre de celle qui a prise la Carte C, & luy demandez la somme qui sera ou 23, ou 24, ou 25, ou 27, ou 28, ou 29, comme vous voyez dans cette Table, qui montre que si cette somme est par exemple 25, la premiere personne aura prise la Carte B, la seconde la Carte A, & la troisiéme la Carte C : & que si cette somme est 28, la premiere personne aura prise la Carte B, la deuxiéme la Carte C, & la troisiéme la Carte A. Ainsi des autres.

## PROBLEME XXIX.

*Deviner entre plusieurs Cartes, celle que quelqu'un aura pensé.*

AYant pris à volonté dans un Jeu de Cartes, un certain nombre de Cartes, & les ayant montrées par ordre sur une Table à celuy qui en veut penser une, en commençant par celle de dessous, & en les mettant proprement l'une sur l'autre, en sorte que leurs points & leurs figures regardent en haut, & en les comptant adroitement, pour en sçavoir le nombre, qui soit par exemple 12 ; dites-luy qu'il se souvienne du nombre qui exprime la quantiéme qu'il aura pensée, sçavoir de 1, s'il a pensé la premiere ; de 2, s'il a pensé la seconde ; de 3, s'il a pensé la troisiéme, &c. Aprés cela posez vos Cartes l'une aprés l'autre sur le reste du Jeu, dans une situation contraire, en commençant à mettre sur le reste du Jeu la Carte qui aura été mise la premiere sur la Table, & en finissant par celle qui aura été montrée la derniere : & ayant demandé le nombre de la Carte pensée,

que nous supposerons 4, en sorte que la quatriéme Carte ait été pensée, remettez à découvert vos Cartes sur la Table l'une aprés l'autre, en commençant par celle de dessus, à laquelle vous attribuerez le nombre 4 de la Carte pensée, en comptant 5 sur la seconde Carte suivante, & pareillement 6 sur la troisiéme Carte plus basse, & ainsi ensuite jusqu'à ce que vous soyez parvenu à vôtre nombre 12 des Cartes que vous aviez prises au commencement, car la Carte sur laquelle tombera ce nombre 12, sera celle qui aura été pensée.

## PROBLEME XXX.

*Plusieurs Cartes differentes étant proposées successivement à autant de personnes, pour en retenir une dans sa memoire, deviner celle que chacun aura pensé.*

S'Il y a par exemple trois personnes, qu'on montre trois Cartes à la premiere personne, pour en retenir une dans sa pensée, & que l'on mette à part ces trois Cartes. Qu'on presente aussi trois autres Cartes à la seconde personne, pour en penser une à sa volonté, & mettez aussi à part ces trois Cartes. Enfin presentez à la troisieme personne trois autres Cartes, pour luy faire penser celle qu'il voudra, & mettez pareillement à part ces trois dernieres Cartes. Cela étant fait, disposez à découvert les trois premieres Cartes en trois rangs, & y mettez dessus les trois autres Cartes, & dessus celles-cy les trois dernieres, pour avoir ainsi toutes les Cartes disposées en trois rangs, dont chacun sera composé de trois Cartes. Aprés quoy il faut demander à chaque personne dans quel rang est la Carte

qu'il a pensée, & alors il sera facile de connoître cette Carte, parce que la Carte de la premiere personne sera la premiere de son rang, & pareillement la Carte de la seconde personne sera la seconde de son rang, & de même la Carte de la troisiéme personne sera la troisiéme de son rang.

## PROBLEME XXXI.

*De plusieurs Cartes disposées également en trois rangs, deviner celle que quelqu'un aura pensé.*

IL est évident que le nombre des Cartes doit être divisible par 3, afin qu'on en puisse faire trois rangs égaux. Supposant donc qu'il y ait par exemple 36 Cartes, dont chaque rang en comprendra par consequent 12, demandez en quel rang est la Carte qu'on aura pensé, & ayant ramassé toutes les Cartes, en sorte que le rang où sera la Carte pensée, soit entre les deux autres rangs, disposez de nouveau ces 36 Cartes en trois rangs égaux, en mettant la premiere au premier rang, la seconde au second, la troisiéme au troisiéme, puis la quatriéme au premier rang, & pareillement la suivante au second rang, & en continuant ainsi jusqu'à ce que toutes les Cartes soient rangées, aprés quoy vous demanderez encore dans quel rang est la Carte pensée, & ayant ramassé de nouveau toutes les Cartes, en sorte que le rang où sera la Carte pensée, soit aussi entre les deux autres, vous ferez comme auparavant, trois rangs égaux des mêmes Cartes, & ayant enfin demandé dans quel rang est la Carte pensée, vous connoîtrez aisément cette Carte, parce qu'elle se trouvera au milieu de son rang, sçavoir dans cet exemple la

6°. Ou bien pour mieux cacher l'artifice, elle se trouvera au milieu de toutes les Cartes, ou la 18e. lorsqu'on les aura ramassées comme auparavant, en sorte que le rang où sera la Carte pensée, soit toûjours entre les deux autres.

## PROBLEME XXXII.

*Deviner combien il y a de points dans une Carte que quelqu'un a tirée d'un Jeu de Cartes complet.*

AYant fait tirer à quelqu'un une Carte telle qu'il voudra, d'un Jeu de Cartes, où il y en ait par exemple 52, tel qu'est celuy dont on se sert pour joüer à l'Ombre, vous sçaurez combien il y a de points dans la Carte tirée, en faisant valoir 10 chaque Carte figurée, & les autres autant qu'elles contiendront de points, & en regardant le reste des Cartes les unes aprés les autres, vous ajoûterez les points de la premiere Carte aux points de la seconde, & à la somme les points de la troisiéme, & ainsi ensuite jusqu'à la derniere Carte, en rejettant neanmoins toûjours 10 de cette somme quand elle sera plus grande, où l'on voit qu'il est inutile de compter les Dix & les Cartes figurées, puisque valant 10 on les doit rejetter : & alors si l'on ôte la derniere somme de 10, le reste sera le nombre des points de la Carte qu'on aura tirée.

Il est aisé de connoître que quand il ne restera rien, la Carte qu'on aura tirée sera ou un Dix, ou une Carte figurée, & que dans ce cas si c'est une Carte figurée, on ne pourra pas assûrer qu'elle est plûtôt un Roy qu'une Dame, ou qu'un Valet : & pour le pouvoir connoître, il vaudra mieux se ser-

vir d'un Jeu composé seulement de 36 Cartes, tel qu'étoit celuy dont on se servoit autrefois pour joüer au Piquet, & faire valoir 2 chaque Valet, 3 chaque Dame, & 4 chaque Roy.

Si l'on veut se servir d'un Jeu composé seulement de 32 Cartes, dont on se sert à present pour joüer au Piquet, on fera, comme il vient d'être dit, excepté qu'il faut ajoûter toûjours 4 à la derniere somme, pour avoir une autre somme, laquelle étant ôtée de 10, si elle est moindre, ou de 20, si elle surpasse 10, le reste sera le nombre de la Carte qu'on aura tirée, de sorte que s'il reste 2, ce sera un Valet, s'il reste 3, la Carte qu'on aura tirée sera une Dame, & si le reste est 4, on aura tiré un Roy, &c.

Si le Jeu de Cartes est imparfait, on doit prendre garde aux Cartes qui y manquent, & ajoûter à la derniere somme le nombre des points de toutes ces Cartes qui y manquent, aprés que de ce nombre on aura ôté autant de fois 10 qu'il sera possible, ensuite de quoy la somme qui viendra par cette addition, doit être comme auparavant, ôtée de 10, ou de 20, selon qu'elle sera au dessous, ou au dessus de 20. Il est évident que si l'on regarde encore une fois les Cartes, on pourra nommer la Carte qui aura été tirée.

## PROBLEME XXXIII.

*Deviner le nombre de tous les points qui sont en deux Cartes qu'on aura tirées d'un Jeu de Cartes complet.*

DIres à celuy qui aura tiré à l'avanture deux Cartes d'un Jeu composé de 52 Cartes, qu'il

ajoûte à chacune de ses Cartes autant d'autres Cartes que le nombre de ses points sera au dessous de 25, qui est la moitié de toutes les Cartes, diminué d'un, en donnant à chaque Carte figurée tel nombre qu'on voudra, comme si la premiere Carte est un Dix, on luy ajoûtera 15 Cartes, & si la seconde Carte est un Sept, on luy ajoûtera 18 Cartes, ce qui fera en tout 35 Cartes, de sorte que dans cet exemple il restera de tout le Jeu 17 Cartes. Prenant donc les Cartes qui restent du Jeu, & trouvant qu'il en reste 17, ce nombre 17 sera le nombre de tous les points pris ensemble des deux Cartes qu'on aura tirées.

Pour mieux cacher l'artifice, il ne faut point toucher aux Cartes, mais il faut faire ôter le nombre des points de chacune des deux Cartes qui ont été prises de 26, qui est la moitié du nombre de toutes les Cartes, & faire ajoûter ensemble les deux restes, pour avoir leur somme, que vous devez demander, afin de l'ôter du nombre de toutes les Cartes, c'est-à-dire de 52, car le nombre qui restera, sera celuy qu'on cherche.

Comme dans cet exemple, où l'on suppose qu'on a pris un Dix, & un Sept, en ôtant 10 de 26, il reste 16, & en ôtant 7 de 26, il reste 19, & en ajoûtant ensemble les deux restes 16, 19, on a 35 pour leur somme, laquelle étant ôtée de 52, il reste 17 pour le nombre des points des deux Cartes qu'on a tirées.

On travaillera de la même façon pour un Jeu de Piquet composé de 36 Cartes, ou seulement de 32 Cartes : mais pour cacher encore mieux l'artifice, au lieu de la moitié 26 de toutes les Cartes, quand il y en a 52, prenez un autre nombre moindre, mais plus grand que 10, comme 24, duquel ôtant

10 & 7, il reste 14, & 17, dont la somme 31 étant ôtée de la somme 52 de toutes les Cartes, il reste 21, d'où vous ôterez encore 4, qui est le double de l'excés de 26 sur 24, pour avoir au reste 17 le nombre des points des deux Cartes qu'on a tirées, sçavoir du Dix & du Sept.

Quand on se servira d'un Jeu de Piquet composé de 36 Cartes, au lieu de la moitié 18 du nombre 36 de toutes les Cartes, on prendra pareillement un nombre moindre, comme 16, duquel ôtant 10 & 7, il reste 6 & 9, dont la somme 15 étant ôtée du nombre 36 de toutes les Cartes, il reste 21, d'où vous ôterez encore 4, qui est le double de l'excés de 18 sur 16, pour avoir au reste 17 le nombre des points des deux Cartes qui ont été tirées.

Pareillement si le Jeu de Piquet n'est que de 32 Cartes, au lieu de la moitié 16 du nombre 32 de toutes les Cartes, on prendra un nombre moindre tel que l'on voudra, pourvû qu'il soit plus grand que 10, comme 14, duquel ôtant 10 & 7, il reste 4 & 7, dont la somme 11 étant ôtée de 32, il reste 21, d'où il faut encore ôter 4, qui est le double de l'excés de 16 sur 14, pour avoir au reste 17 le nombre des points du Dix & du Sept qu'on a tiré.

## PROBLEME XXXIV.

*Deviner le nombre de tous les points qui sont en trois Cartes qu'on aura tirées à volonté d'un Jeu de Cartes complet.* 6

POur resoudre ce Problême comme le precedent, en suivant la voye la plus courte, il faut

que le nombre des Cartes, dont le Jeu est composé, soit divisible par 3, ainsi le Jeu de 52 Cartes, ni celuy de 32 Cartes ne sont pas propres, mais bien celuy de 36 Cartes, parce que le nombre 36 de toutes les Cartes a sa troisiéme partie 12, qui nous servira pour resoudre la Question en cette sorte.

Dites à celuy qui aura tiré à sa volonté trois Cartes d'un Jeu de Piquet composé de 36 Cartes, qu'il ajoûte à chacune de ses Cartes autant d'autres Cartes que le nombre de ses points sera au dessous de 11, qui est le tiers du nombre de toutes les Cartes diminué d'un, en donnant, comme dans le Problême precedent, à chaque Carte figurée tel nombre qu'on voudra, comme si la premiere Carte est un Neuf, on luy ajoûtera 2 Cartes, si la seconde Carte est un Sept, on luy ajoûtera 4 Cartes, & si la troisiéme Carte est un Six, on luy ajoûtera 5 Cartes, ce qui fait en tout 14 Cartes, de sorte que dans cet exemple il restera de tout le Jeu 22 Cartes. Prenant donc les Cartes qui restent du Jeu, & trouvant qu'il en reste 22, ce nombre 22 fera connoître le nombre de tous les points des trois Cartes qu'on aura tirées.

Ou bien sans toucher aux Cartes, & pour mieux cacher l'artifice, faites ôter 12 qui est le tiers du nombre 36 de toutes les Cartes, le nombre des points de chacune des trois Cartes qu'on a prises, & faites ajoûter ensemble les trois restes, pour avoir leur somme, que vous devez demander, afin de l'ôter du nombre de toutes les Cartes, c'est-à-dire de 36, car le nombre qui restera, sera celuy qu'on cherche.

Comme dans cet exemple, où l'on a supposé qu'on a pris un Neuf, un Sept, & un Six, en ôtant 9 de 12 il reste 3, & en ôtant 7 de 12, il reste 5,

& enfin en ôtant 6 de 12, il reste 6, & ajoûtant ensemble les trois restes 3, 5, 6, on a 14 pour leur somme, laquelle étant ôtée de 36, il reste 22, pour le nombre des points des trois Cartes qui ont été tirées.

Pour mieux encore cacher l'artifice, & pour appliquer la Regle à un Jeu de plus ou de moins de 36 Cartes, comme de 52 Cartes, servez-vous d'un nombre plus grand que 10, & moindre que le tiers, 17 de 52, par exemple de 15 : & dites à celuy qui aura tiré les trois Cartes, qu'il ajoûte à chacune de ses Cartes autant d'autres Cartes que le nombre de ses points sera au dessous de 15, comme si la premiere Carte est un Neuf, on luy ajoûtera 6 Cartes, si la seconde Carte est un Sept, on luy ajoûtera 8 Cartes, & si la troisiéme Carte est un Six, on luy ajoûtera 9 Cartes, ce qui sera en tout 26 Cartes, de sorte que dans cet exemple il restera de tout le Jeu 26 Cartes. Prenant donc les Cartes qui restent du Jeu, & trouvant qu'il en reste 26, ôtez de ce nombre 26 toûjours 4, qui est l'excés du nombre 52 de toutes les Cartes sur le triple de 15, augmenté de 3, c'est-à-dire, sur 48, & le reste 22 sera le nombre de tous les points des trois Cartes qui auront été tirées du Jeu.

Ou bien sans toucher aux Cartes, faites ôter le nombre des points de chacune des trois Cartes qui auront été prises, de 16, qui surpasse d'un le premier nombre 15, & faites ajoûter ensemble tous les restes, pour avoir leur somme, que vous devez demander, afin de l'ôter du nombre precedent 48, car le reste sera le nombre de tous les points des trois Cartes qu'on aura prises.

Comme dans cet exemple, où l'on suppose qu'on a pris un Neuf, un Sept, & un Six, en ôtant

9 de 16, il reste 7, & en ôtant 7 de 16, il reste 9, & enfin en ôtant 6 de 16, il reste 10, & en ajoûtant ensemble les trois restes 7, 9, 10, on a 26 pour leur somme, laquelle étant ôtée de 48, il reste 22 pour le nombre des points des trois Cartes qui ont été prises.

Pareillement pour un Jeu composé de 36 Cartes, servez-vous d'un nombre plus grand que 10, comme de 15 : & si vous vous servez des Cartes ajoûtées, qui seront au nombre de 26, comme vous avez vû, ayant ôté ce nombre 26 du nombre 36 de toutes les Cartes, ajoûtez au reste 10 ce nombre 12, qui est l'excés du triple de 15, augmenté de 3, c'est-à-dire, de 48 sur le nombre 36 de toutes les Cartes, & la somme 22 sera le nombre des points qu'on cherche. Au lieu de 12, il faut ajoûter 16, pour un Jeu de Piquet de 32 Cartes, parce qu'ôtant 32 de 48, il reste 16.

A l'imitation de ce Problême & du precedent, il sera aisé de resoudre la Question pour quatre Cartes qu'on aura tirées, & pour davantage.

## PROBLEME XXXV.

### *Du Jeu de l'Anneau.*

CE Jeu se peut pratiquer agreablement dans une Compagnie composée de plusieurs personnes, dont le nombre ne doit pas être plus grand que 9, si l'on ne veut, afin que l'on y puisse plus facilement appliquer le *Probl.* 18. sçavoir en faisant valoir 1 la premiere personne, 2 la seconde, 3 la troisiéme, & ainsi ensuite : & en faisant pareillement valoir 1 la main droite, & 2 la main gauche, & en donnant pareillement 1 au premier doigt d'u-

ne main, 2 au second, 3 au troisiéme, 4 au quatriéme, & 5 au cinquiéme : & enfin 1 à la premiere jointure, 2 à la seconde, & 3 à la troisiéme ; car si l'on fait mettre à l'une de ces personnes, par exemple à la cinquiéme, un Anneau à la premiere jointure du quatriéme doigt de sa main gauche, il est évident que pour deviner la personne qui aura pris cet Anneau ou Bague, & dire en quelle main, en quel doigt, & en quelle jointure il est, il n'y a qu'à deviner ces quatre nombres 5, 1, 4, 2, le premier 5 representant la cinquiéme personne, le second 1 la premiere jointure, le troisiéme 4 le quatriéme doigt, & le quatriéme 2 la main gauche ; ce qui se fera en suivant la derniere Methode du *Probl.* 18. comme vous allez voir.

En ôtant toûjours 1 du double 10 du premier nombre 5, & en multipliant le reste 9 toûjours par 5, on a 45, auquel ajoûtant le second nombre 1, on a cette somme 46, à laquelle si l'on ajoûte toûjours 5, on a cette seconde somme 51, dont le double est 102, d'où ôtant toûjours 1, il reste 101, qui étant multiplié toûjours par 5, on a 505, auquel ajoûtant le troisiéme nombre 4, on a cette somme 509, à laquelle ajoûtant toûjours 5, on a cette seconde somme 514, dont le double 1028 étant diminué toûjours de 1, & le reste 1027 étant multiplié toûjours par 5, on a 5135, auquel ajoûtant le quatriéme nombre 2, on a cette somme 5137, à laquelle ajoûtant toûjours 5, on a cette seconde somme 5142, dont les quatre figures representent les quatres nombres qu'on cherche, & font connoître par consequent, que l'Anneau est dans la premiere jointure du quatriéme doigt de la main gauche de la cinquiéme personne.

## PROBLEME XXXVI.

*Ayant un Vase rempli de huit pintes de quelque liqueur, en mettre justement la moitié dans un autre Vase de cinq pintes, par le moyen d'un troisiéme Vase contenant trois pintes.*

ON propose ordinairement cette question de la sorte; Quelqu'un ayant une Bouteille pleine de 8 pintes d'excellent Vin, en veut faire present de la moitié, ou de quatre pintes à un de ses amis: mais pour la mesurer il n'a que deux autres bouteilles, dont l'une contient 5 pintes, & l'autre 3. On demande comment il doit faire pour mettre quatre pintes dans la bouteille qui en contient cinq.

Pour le sçavoir, appellons A la bouteille de 8 pintes, B celle de 5, & C celle de 3, en supposant qu'il y a 8 pintes de Vin dans la Bouteille A, & que les deux autres B, C, soient vuides, comme vous voyez en D; & ayant rempli la Bouteille B du Vin de la Bouteille A, où il ne restera plus que 3 pintes, comme vous voyez en E, remplissez la Bouteille C du Vin de la Bouteille B, où par consequent il ne restera plus que 2 pintes, comme vous voyez en F. Aprés cela versez le vin de la Bouteille C dans la Bouteille A, où par consequent il y aura 6 pintes, comme vous voyez en G, & versez les 2 pintes de la Bouteille B dans la Bouteille C, où il y aura 2 pintes,

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 8. | 5. | 3. |
| | A. | B. | C. |
| D. | 8. | 0. | 0. |
| E. | 3. | 5. | 0. |
| F. | 3. | 2. | 3. |
| G. | 6. | 2. | 0. |
| H. | 6. | 0. | 2. |
| I. | 1. | 5. | 2. |
| K. | 1. | 4. | 3. |

comme vous voyez en H, & ayant rempli la Bouteille B du Vin de la Bouteille A, où il restera seulement 1 pinte, comme vous voyez en I, achevez de remplir la Bouteille C du Vin de la Bouteille B, où il restera 4 pintes, comme vous voyez en K, & ainsi la Question se trouvera resoluë.

*Remarque.*

SI au lieu de la Bouteille B, vous voulez qu'il reste quatre pintes de Vin dans la Bouteille A, que nous avons supposée remplie de huit pintes, ayant rempli la Bouteille C du Vin qui est en la Bouteille A, où alors il ne restera plus que 5 pintes, comme vous voyez en D, versez les trois pintes de la Bouteille C, dans la Bouteille B, où il y aura par consequent 3 pintes de Vin, comme vous voyez en E : & ayant encore rempli la Bouteille C du Vin de la Bouteille A, où il ne restera plus que 2 pintes, comme vous voyez en F, achevez de remplir la Bouteille B du Vin qui est dans la Bouteille C, où il ne restera plus qu'une pinte, comme vous voyez en G. Enfin ayant versé le Vin de la Bouteille B dans la Bouteille A, où il se trouvera 7 pintes, comme vous voyez en H, versez la pinte de Vin, qui est en C, dans la Bouteille B, où il y aura par consequent 1 pinte, comme vous voyez en I, remplissez la Bouteille C du Vin de la Bouteille A, où il ne restera que 4 pintes, comme il étoit proposé, & comme vous voyez en K.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 8. | 5. | 3. |
| | A. | B. | C. |
| | 8. | 0. | 0. |
| D. | 5. | 0. | 3. |
| E. | 5. | 3. | 0. |
| F. | 2. | 3. | 3. |
| G. | 2. | 5. | 1. |
| H. | 7. | 0. | 1. |
| I. | 7. | 1. | 0. |
| K. | 4. | 1. | 3. |

# PROBLEMES DE GEOMETRIE

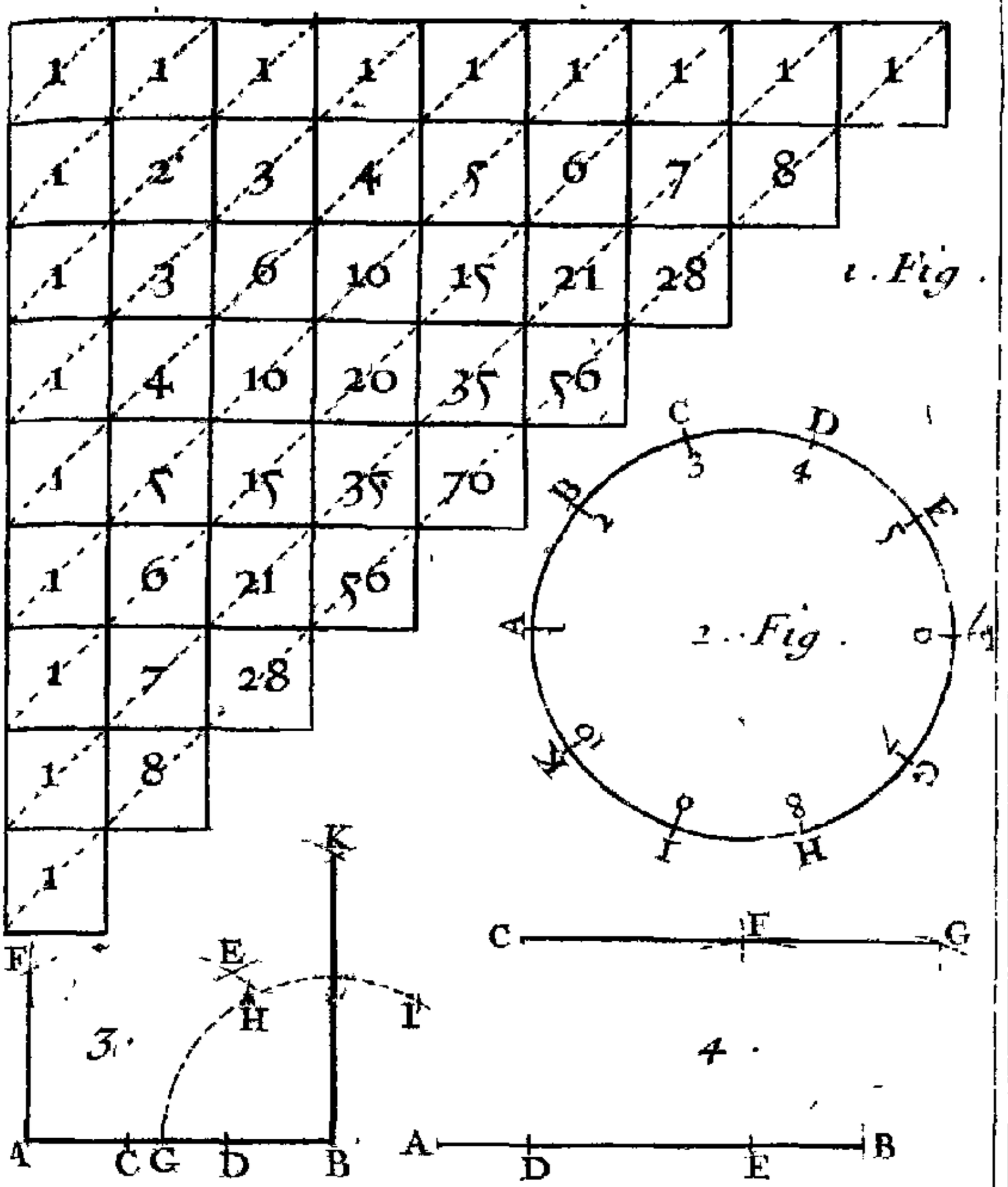
LA Geometrie n'eſt pas moins feconde que l'Arithmetique, mais elle n'eſt pas ſi facile, ni par conſequent ſi agreable, parce que ſans démonſtration elle ne montre pas auſſi exactement que l'Arithmetique la preuve de ſes operations. C'eſt pourquoy je mettray ſeulement ici les Problêmes qui me ſembleront les plus faciles & les plus agreables.

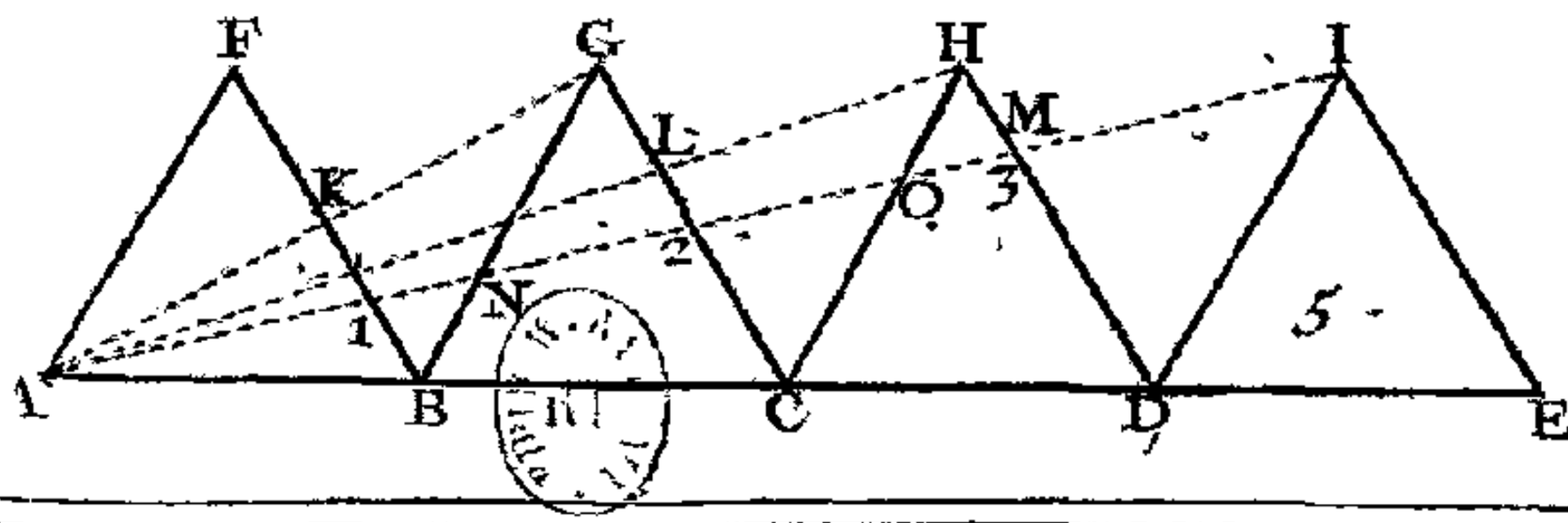
## PROBLEME I.

*Tirer à une ligne donnée une perpendiculaire par l'une de ſes extremitez.*

Planche 1. 3. Fig.

POur tirer une perpendiculaire à la ligne donnée AB, par ſon extremité A, parcourez à volonté ſur cette ligne AB, prolongée vers B autant qu'il en ſera beſoin, depuis l'extremité donnée A, trois parties égales AC, CD, DB, dont la derniere DB ſe termine ici par hazard à l'autre extremité B de la ligne donnée AB. Décrivez à l'intervalle CB, des deux dernieres parties, depuis leurs extremitez B, C, deux arcs de Cercle, qui ſe coupent ici au point E, & des deux points E, C, décrivez avec la même ouverture du Compas deux autres arcs de Cercle, qui ſe coupent ici au point


1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 2 3 4 5 6 7 8
1 3 6 10 15 21 28
1 4 10 20 35 56
1 5 15 35 70
1 6 21 56
1 7 28
1 8
1
1. Fig.
2. Fig.
3.
4.
A C G D B
A D E B
C F G


F G H I
K L M
N O
1 2 3
5.
A B C D E

Pl. 1.

F, par lequel & par l'extremité donnée A, vous tirerez la droite AF, qui sera perpendiculaire à la ligne proposée AB. Planche 1. 3. Fig.

Si vous voulez tirer par l'autre extremité B de la même ligne donnée AB, une ligne qui luy soit en même temps égale & perpendiculaire, divisez la ligne AB en trois parties égales aux points C, D : & ayant trouvé le point F, comme il vient d'être enseigné, décrivez de l'extremité donnée B, avec l'ouverture AF, l'arc de Cercle GHI, & portez sur cet arc la même ouverture du Compas deux fois depuis G en H, & depuis H en I. Enfin décrivez avec la même ouverture du Compas, des deux points H, I, deux arcs de Cercle qui se coupent ici au point K, & menez la droite AK, qui sera égale & perpendiculaire à la ligne proposée AB.

## PROBLEME II.

*Tirer par un point donné une ligne parallele à une ligne donnée.*

POur tirer par le point donné C, une ligne parallele à la ligne donnée AB, prenez à volonté sur cette ligne AB, deux points proches des deux extremitez A, B, comme D, E, & ayant avec l'ouverture DE décrit un arc de Cercle du point donné C, décrivez du point E, avec l'ouverture CD un autre arc de Cercle, qui rencontre ici le premier au point F, par lequel & par le point donné C, vous menerez la droite CF, qui sera parallele à la proposée AB. 4. Fig.

Si vous voulez que la ligne parallele soit aussi égale à la ligne AB, au lieu de vous servir des deux points D, E, servez-vous des deux extremitez A,

B, c'eſt-à-dire, décrivez du point donné C, avec l'ouverture de la ligne donnée AB, un arc de Cercle, & un autre de l'extremité B avec l'ouverture AC, & par le point G, où ces deux arcs s'entrecoupent, tirez au point donné C, la droite CG, qui ſera égale & parallele à la propoſée AB.

## PROBLEME III.

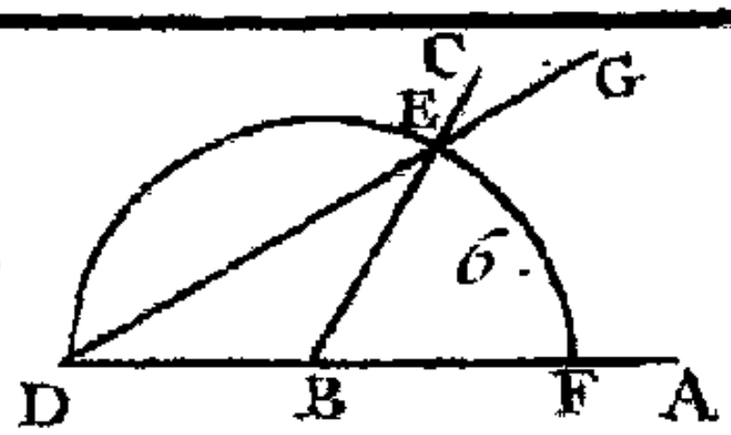
*Diviſer avec une même ouverture du Compas une ligne donnée en autant de parties égales qu'on voudra.*

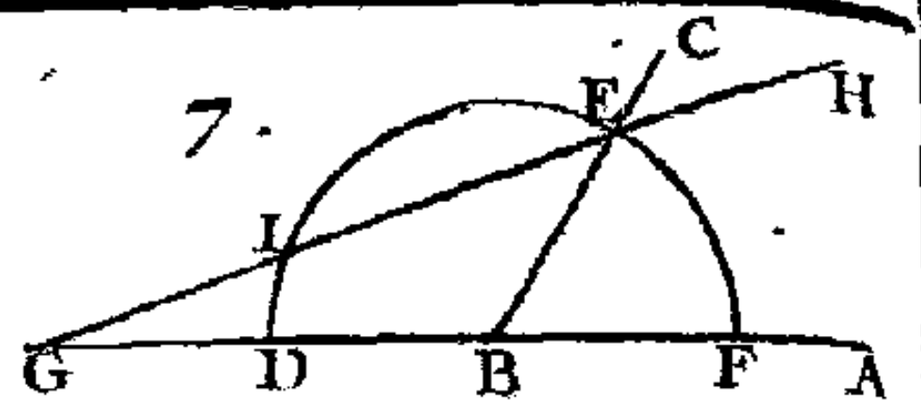
Planche 1. 5. Fig.

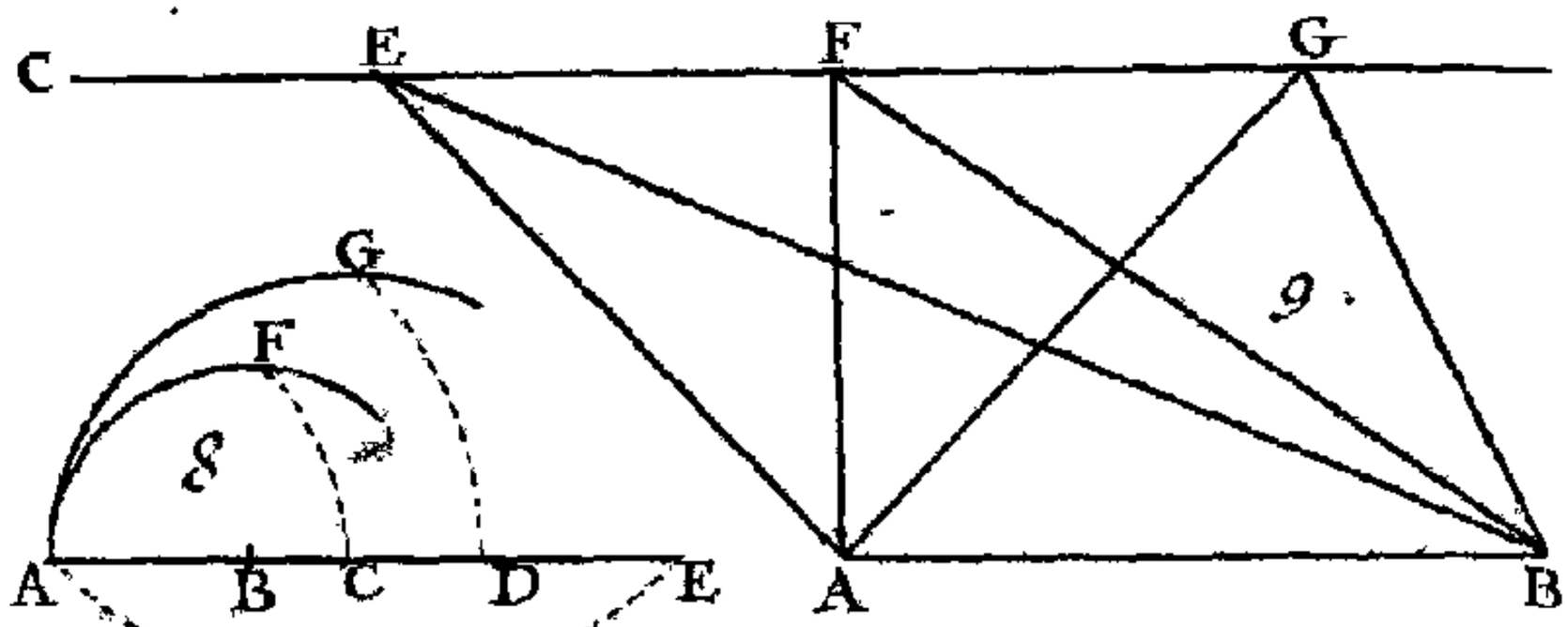
SI vous voulez diviſer la ligne donnée AB en quatre parties égales, par exemple, parcourez ſur cette ligne AB prolongée les quatre parties égales AB, BC, CD, DE, & faites ſur ces parties les quatre Triangles équilateraux ABF, BCG, CDH, DEI, ce qui ſe peut faire avec la même ouverture du Compas. Enfin menez les droites AG, AH, AI, & alors de quatre parties de la ligne AB, la ligne HM en repreſentera une, & la ligne DM en repreſentera par conſequent trois: & la ligne FK, ou BK en repreſentera deux.

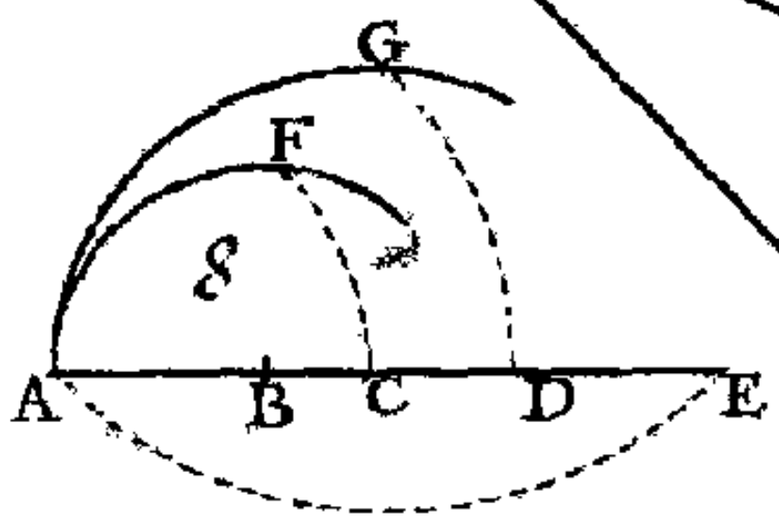
Mais la ſeule ligne A1 ſuffit, car elle retranche la ligne B1, égale à la quatriéme partie de la ligne AB, la ligne C2 égale à la moitié de la même ligne AB, & la ligne D3 égale aux trois quarts de la même ligne AB. La ligne AH ſert pour diviſer la ligne propoſée AB en trois parties égales, car la ligne GL en repreſente une, & la ligne CL en repreſente par conſequent deux, mais la même ligne A1 ſuffit auſſi pour la diviſion de la ligne donnée AB en trois parties égales, parce que la ligne BN en repreſente une, & la ligne CO en repre-

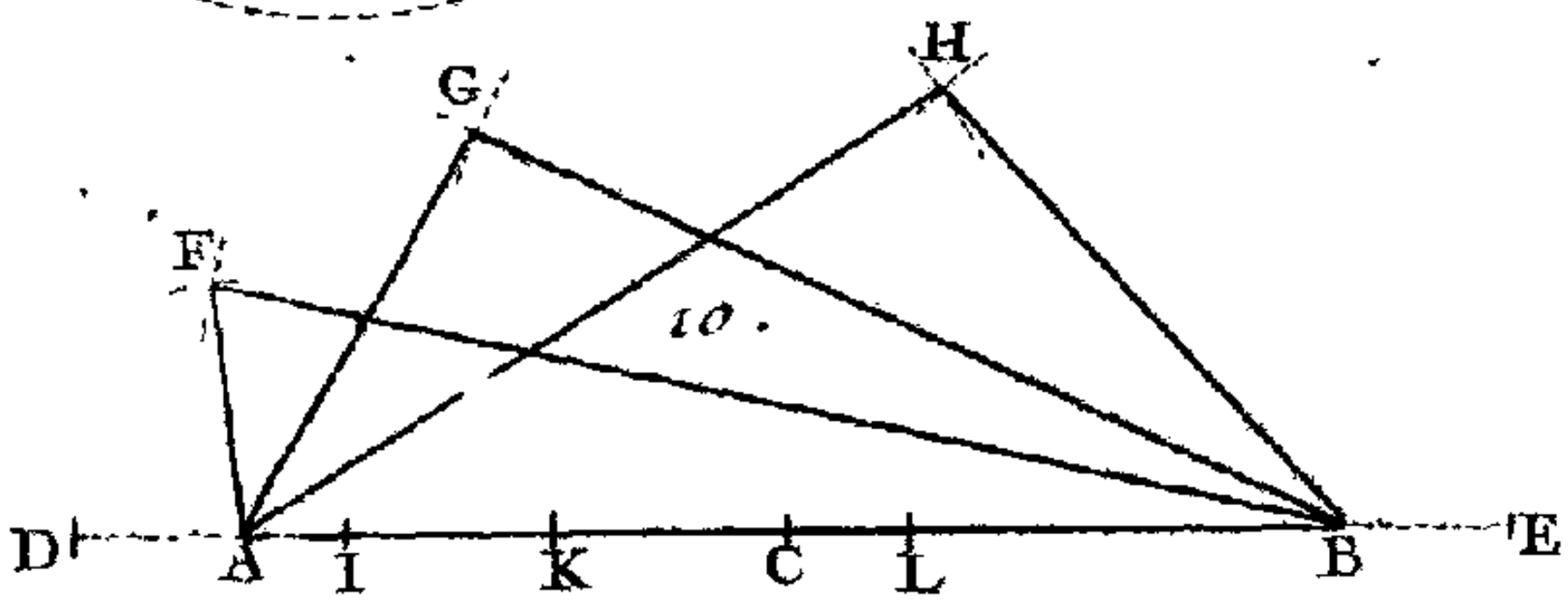
ſente



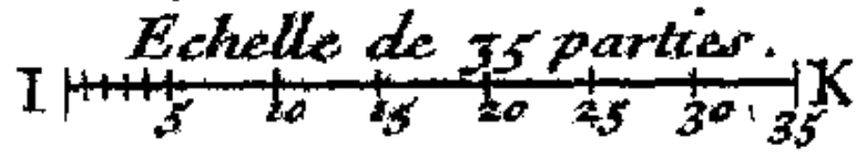



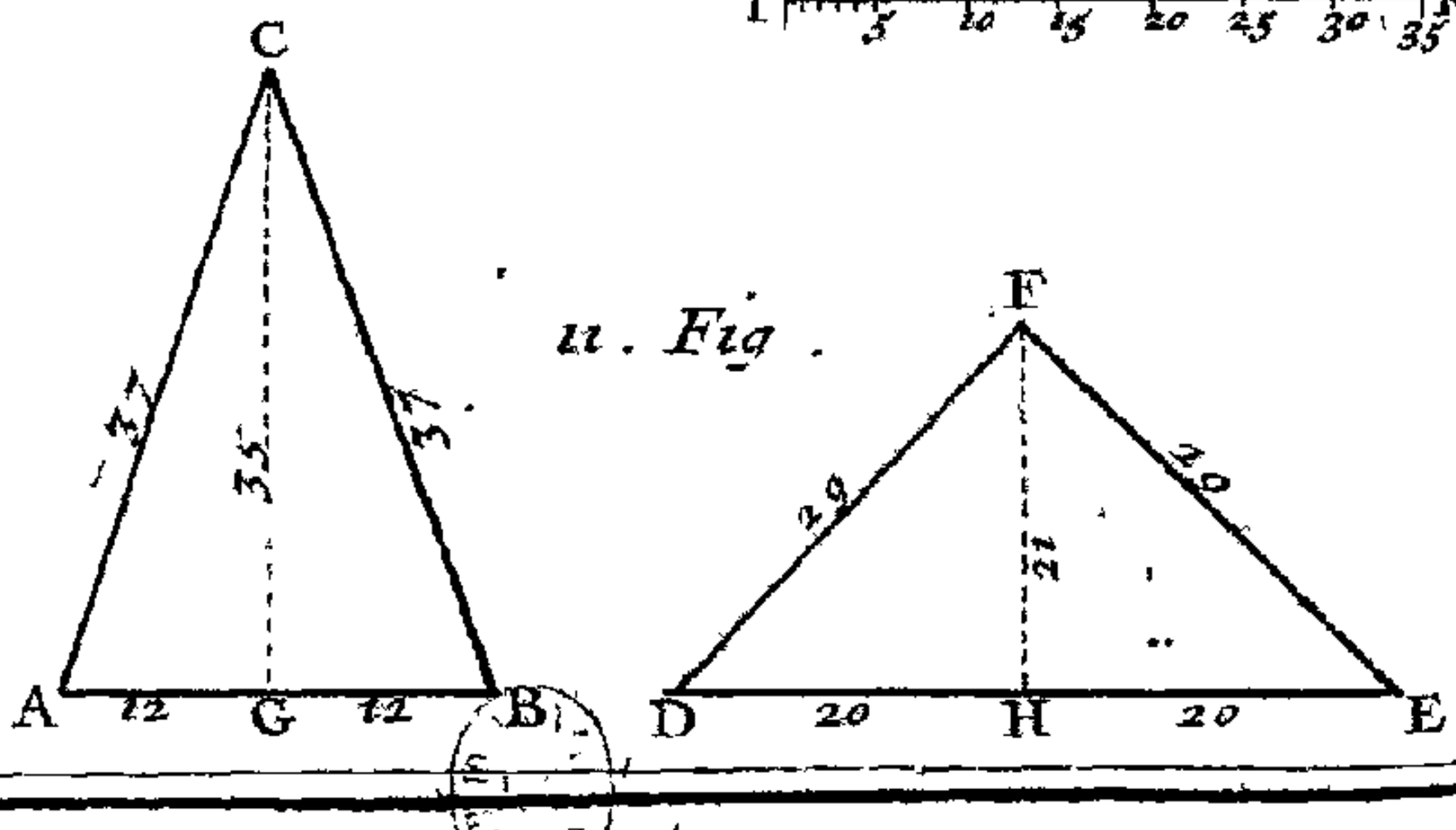




*Échelle de 35 parties.*




*11. Fig.*

ſente deux, d'où il ſuit que la ligne HO en repreſente auſſi une.

## PROBLEME IV.

*Faire un Angle égal à la moitié, ou bien au double d'un angle donné.*

POur faire premierement un angle égal à la moitié de l'angle donné ABC, décrivez à volonté de ſa pointe B, le demi-cercle DEF, & joignez la droite DE, qui fera au point D, l'angle ADG égal à la moitié du donné ABC. Planche 2. 6. Fig.

Secondement pour faire un angle égal au double de l'angle donné ADG, décrivez du point B pris à diſcretion ſur la ligne AB, par la pointe D de l'angle donné ADG, le demi-cercle DEF, & joignez la droite BE, qui fera en B l'angle ABC égal au double du donné ADG.

## PROBLEME V.

*Faire un angle égal au tiers, ou bien au triple d'un angle donné.*

POur faire premierement un angle égal à la troiſiéme partie de l'angle donné ABC, décrivez à volonté de ſa pointe B, le demi-cercle DEF, & appliquez une Regle bien droite au point E, en ſorte que ſa partie GI, terminée par la circonference du demi-cercle DEF, & par la ligne AD prolongée, ſoit égale au demi-diametre BD, ou BE. Aprés cela menez la droite GE, qui fera au point G, l'angle AGH égal à la troiſiéme partie de l'angle ABC, ce qui fait que l'arc ID ſera auſſi égal à la 7. Fig.

Planche 2. 7. Fig. troisiéme partie de l'arc EF, qui mesure l'Angle donné ABC.

Secondement, pour faire un angle égal au triple de l'angle donné AGH, ayant pris à discretion sur la ligne GH, le point I, portez la longueur IG sur la ligne AG, depuis I en B, pour décrire du point B, avec la même ouverture du Compas le demi-cercle DEF, qui passera par le point I, & donnera sur la ligne GH le point E, par lequel & par le point B, vous tirerez la droite BE, qui fera l'angle ABC triple du donné AGH.

## PROBLEME VI.

*Trouver à deux lignes données une troisiéme, & autant d'autres proportionnelles qu'on voudra.*

8, Fig. POur trouver premierement aux deux lignes données AB, AC, une troisiéme proportionnelle, décrivez de l'extremité B de la premiere AB, par l'autre extremité A, l'arc de Cercle AF, sur laquelle ayant mis la longueur de la seconde AC, depuis A en F, portez la même longueur sur la ligne AC, prolongée autant qu'il en sera besoin, depuis F en D, & la ligne AD sera troisiéme proportionnelle aux deux lignes données AB, AC.

Pareillement pour trouver aux trois lignes AB; AC, AD, une quatriéme proportionnelle, ou bien ce qui est la même chose, aux deux AC, AD, une troisiéme proportionnelle, décrivez de l'extremité C de la premiere AC, par l'autre extremité A, l'arc de Cercle AG, sur lequel ayant mis la longueur de l'autre ligne AD, depuis A en G, portez la même longueur AD sur la ligne AD prolongée, depuis G en E, & la ligne AE sera celle qu'on cherche: & ainsi ensuite.

## PROBLEME VII.

*Décrire sur une ligne donnée autant de Triangles differens qu'on voudra, dont les aires soient égales.*

SI la ligne donnée est AB, tirez-luy à volonté la parallele CD, sur laquelle ayant pris à volonté autant de points differens que vous voudrez de Triangles égaux, comme E, F, G, pour trois Triangles, tirez de ces trois points E, F, G, aux extremitez A, B, de la base donnée AB, des lignes droites, & vous aurez les trois Triangles égaux AEB, AFB, AGB, sur la même base AB. Planche 2. 9. Fig.

## PROBLEME VIII.

*Décrire sur une ligne donnée autant de Triangles differens qu'on voudra, dont les contours soient égaux.*

SI la base donnée est AB, divisez-la en deux également au point C, & la prolongez de part & d'autre à volonté en D, & en E, en sorte que les deux lignes CD, CE, soient égales entre elles, & toute la ligne DE sera prise pour la somme des deux côtez de chaque Triangle, qu'on décrira sur la base donnée AB en cette sorte. 10. Fig.

Décrivez du point A, avec une ouverture du Compas un peu plus grande que AD, un arc de Cercle, & ayant porté cette ouverture sur la ligne DE, depuis D en I, décrivez du point B, avec l'ouverture IE, un autre arc de Cercle, qui coupe ici le premier au point F, qui sera le sommet du premier Triangle ABF.

Planche 2. 10. Fig. Décrivez pareillement du point A, avec une ouverture un peu plus grande que AF, un arc de Cercle, & ayant porté cette ouverture sur la ligne DE, depuis D en K, décrivez du point B, avec l'ouverture KE, un autre arc de Cercle, qui coupe ici le premier au point G, qui sera le sommet du second Triangle AGB, dont le contour sera égal à celuy du premier AFB.

Si vous voulez un troisiéme Triangle, décrivez pareillement du point A un arc de Cercle avec une ouverture du Compas un peu plus grande que AG, & ayant porté comme auparavant cette ouverture sur la ligne DE, depuis D en L, décrivez du point B, avec l'ouverture LE un autre arc de Cercle, qui coupe ici le premier au point H, qui sera le sommet du troisiéme Triangle AHB, dont le contour sera le même que celuy des deux precedens. Ainsi des autres.

Vous remarquerez que les sommets F, G, H, de tous ces Triangles se trouvent sur la circonference d'une Ellipse, dont le grand Axe est DE, & les deux Foyers sont A, B.

## PROBLEME IX.

*Décrire deux Triangles isoscéles differens, de même aire, & de même contour.*

PReparez une Echelle divisée en parties égales d'une grandeur volontaire, comme IK, & ayant pris sur la base AB, les deux parties, ou Segmens GA, GB, chacun de 12 parties prises sur 11. Fig l'Echelle, élevez du point G sur la même base AB la perpendiculaire GC de 35 des mêmes parties, & joignez les deux lignes égales AC, BC, & vous

aurez le premier Triangle isoscéle ABC, dont chacun des deux côtez égaux AC, BC, se trouvera de 37 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant le quarré 144 du Segment AG, avec le quarré 1225 de la perpendiculaire CG, & en prenant la Racine quarrée de la somme 1369. Pla-che 2. 11. Fig.

Pour avoir un Triangle de même aire & de même contour que le precedent, prenez sur la base DE, les deux Segmens HD, HE, chacun de 20 parties, & ayant élevé du point H sur la base DE la perpendiculaire HF de 21 parties, joignez les lignes égales EF, DF, dont chacune se trouvera de 29 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant le quarré 400 du Segment DH, avec le quarré 441 de la perpendiculaire HF, & en prenant la Racine quarrée de la somme 841.

Ainsi vous aurez le Triangle isoscéle DEF, dont le contour 98 est égal au contour, c'est-à-dire à la somme des trois côtez du premier Triangle isoscéle ABC: & dont l'aire, ou le contenu 420 est égal au contenu du premier Triangle isoscéle ABC, comme l'on connoît en multipliant DH par FH, ou 20 par 21, parce que le produit 420 qui en provient pour l'aire du Triangle DEF, est le même que celuy qui provient en multipliant AG par CG, ou 12 par 35, pour l'aire du Triangle ABC.

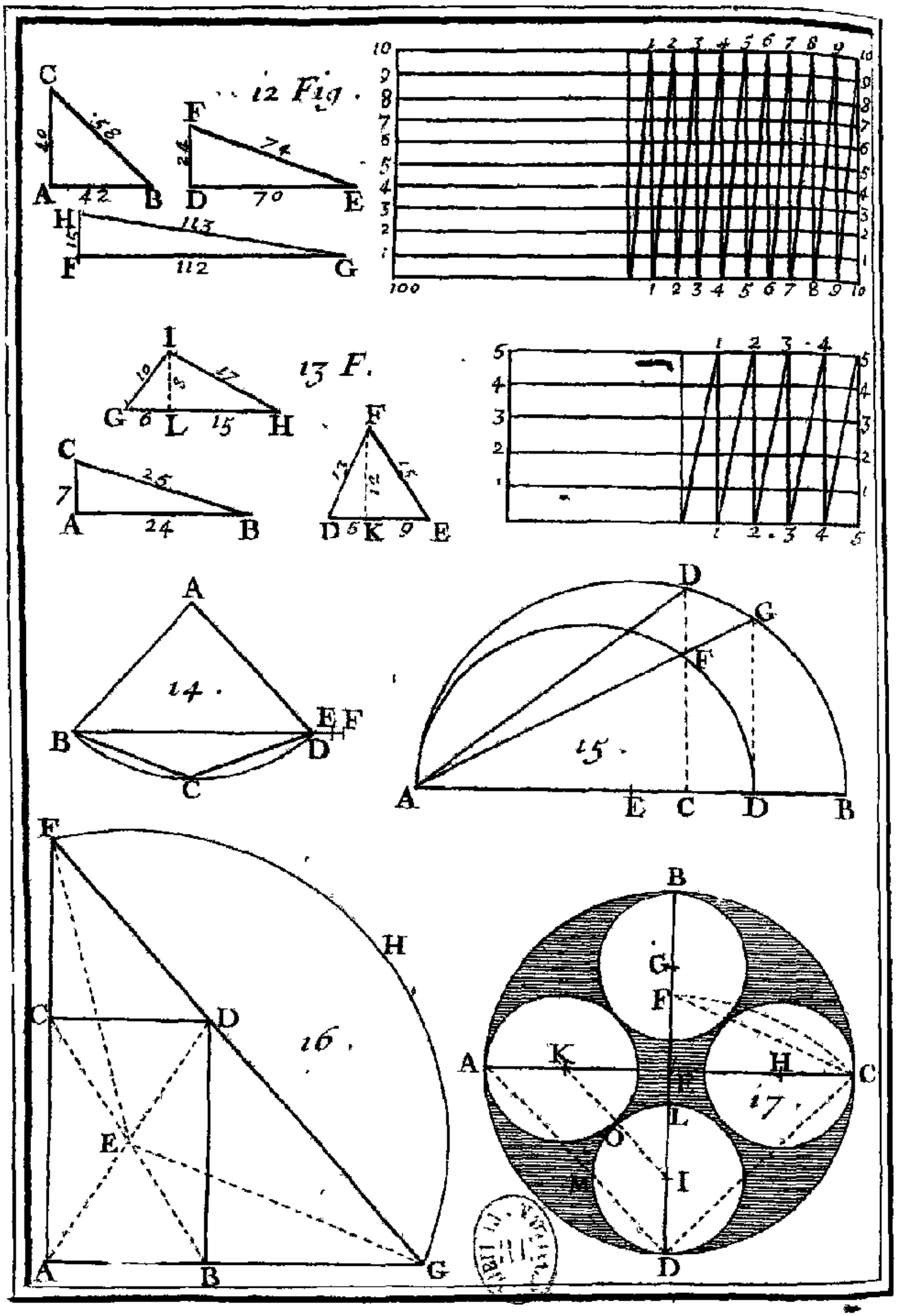
On peut décrire autant de couples qu'on voudra de Triangles isoscéles, en chacun desquels l'aire des deux Triangles sera la même, & le contour aussi le même, en trouvant en nombres ces couples, ce qui se peut faire en cherchant les deux nombres generateurs des moitiez AGC, DHF, qui sont deux Triangles rectangles égaux, que l'on pourra ensuite exprimer en nombres par le moyen de leurs nombres generateurs, comme il a été enseigné au

Planche 2. 31. Fig.

*Probl.* 6. *Arithm.* ces deux nombres generateurs se trouveront par ce Canon general qui a sa démonstration.

*Si l'on divise la difference de deux Cubes par la difference de leurs côtez, & si l'on multiplie cette difference des côtez par la somme des mêmes côtez, on aura les deux nombres generateurs du premier Triangle rectangle AGC : & si l'on divise la difference des deux mêmes Cubes par la difference de leurs côtez, comme auparavant, & si l'on multiplie par le plus petit côté la somme de ce petit côté & du double du plus grand, on aura les deux nombres generateurs du second Triangle rectangle DHF.*

On peut trouver infiniment les deux mêmes Triangles rectangles par cet autre Canon ; *Si de deux nombres, dont le plus grand soit moindre que le quintuple du plus petit, on multiplie la somme par la difference, & qu'on multiplie par le double du plus petit la somme du plus grand & du septuple du plus petit, on aura les deux nombres generateurs du premier Triangle rectangle AGC : & si du quarré de la somme du plus grand & du double du plus petit, on ôte le quarré du plus petit, & qu'on multiplie par le double du plus petit l'excés du quintuple du plus petit sur le plus grand, on aura les deux nombres generateurs du second Triangle rectangle DHF.*


12 Fig.
13 F.
14.
15.
16.
17.

## PROBLEME X.

*Décrire trois Triangles rectangles differens, dont les aires soient égales.*

AYant preparé une Echelle de parties égales, prenez la base AB de 42 parties, & la hauteur ou perpendiculaire AC de 40, & alors l'hypotenuse BC du premier Triangle rectangle ABC se trouvera de 58 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant le quarré 1764 de la base AB, avec le quarré 1600 de la hauteur AC, & en prenant la Racine quarrée de la somme 3364. Planche 3. 12. Fig.

Prenez ensuite la base DE du second Triangle rectangle DEF de 70 parties, & la hauteur DF de 24, & alors l'hypotenuse EF se trouvera de 74 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant ensemble le quarré 4900 de la base DE, & le quarré 576 de la hauteur DF, & en prenant la Racine quarrée de la somme 5476 : & l'aire de ce second Triangle rectangle DEF sera égale à celle du premier ABC, chacune étant 840, comme l'on connoît en multipliant la base par la hauteur, & en prenant la moitié du produit.

Enfin prenez la base FG du troisiéme Triangle rectangle FGH, de 112 parties, & la hauteur FH de 15, & alors l'hypotenuse BC se trouvera de 113 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant ensemble le quarré 12544 de la base FG, & le quarré 225 de la hauteur FH, & en prenant la Racine quarrée de la somme 12769, & l'aire de ce troisiéme Triangle rectangle FGH sera aussi 840.

Ces trois Triangles rectangles ont été trouvez en nombres entiers, par ce Canon que nous avons tiré de l'Algebre, qui nous apprend que pour

trouver en nombres entiers, trois Triangles rectangles égaux, on doit auparavant trouver trois nombres qui serviront de nombres generateurs, en cette sorte.

*Si de deux nombres quelconques on ajoûte le produit à la somme de leurs quarrez, on aura le premier nombre. La difference de leurs quarrez sera le second : & la somme de leur produit & du quarré du plus petit sera le troisiéme nombre generateur.*

*Si de ces trois nombres ainsi trouvez, on forme trois Triangles rectangles, sçavoir l'un des deux premiers, l'autre des deux extrémes, & le troisiéme du premier & de la somme des deux autres, ces trois Triangles rectangles seront égaux entre eux.*

On peut trouver en nombres rompus autant d'autres Triangles rectangles qu'on voudra, dont les aires seront égales entre elles & à l'un des trois precedens, en trouvant par le moyen de ce Triangle rectangle un autre Triangle rectangle égal, en cette sorte.

*Formez de l'hypotenuse du Triangle rectangle proposé, & du quadruple de son aire, un autre Triangle rectangle, que vous diviserez par le double du produit, qui viendra en multipliant l'hypotenuse du Triangle rectangle proposé par la difference des quarrez des deux autres côtez du même Triangle rectangle, & vous aurez un Triangle rectangle égal au proposé.*

## PROBLEME XI.

*Décrire trois Triangles égaux, dont le premier soit rectangle, le second soit oxygone, & le troisiéme soit amblygone.*

AYant préparé comme auparavant, une Echelle de parties égales, qui peuvent representer des Pieds, des Toises, & tout ce qu'il vous plaira, prenez la base AB du Triangle rectangle ABC de 24 parties, & la hauteur AC de 7, & alors l'hypotenuse BC se trouvera de 25 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant ensemble le quarré 576 de la base AB, & le quarré 49 de la hauteur AC, & en prenant la Racine quarrée de la somme 625. Planche 3. 13. Fig.

Prenez ensuite sur la base DE du Triangle oxygone DEF, le Segment KD de 5 parties, & le Segment KE de 9, & élevez du point K sur la base DE, la perpendiculaire KF de 12 parties, & alors le côté DF se trouvera de 13 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant ensemble le quarré 25 du Segment DK, & le quarré 144 de la hauteur FK, & en prenant la Racine quarrée de la somme 169: & l'autre côté se trouvera de 15 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant ensemble le quarré 81 du Segment KE, & le quarré 144 de la perpendiculaire KF, & en prenant la Racine quarrée de la somme 225.

Enfin prenez sur la base GH du Triangle amblygone GHI, le Segment LG de 6 parties, & le Segment LH de 15, & élevez du point L, sur la base GH, la perpendiculaire LI de 8 parties, & alors le côté GI se trouvera de 10 parties, comme l'on

Planche 3. 23. Fig. connoîtra en ajoûtant ensemble le quarré 36 du Segment GL, & le quarré 64 de la hauteur IL, & en prenant la Racine quarrée de la somme 100: & le côté HI se trouvera de 17 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant au quarré 225 du Segment LH, le quarré 64 de la perpendiculaire LI, & en prenant la Racine quarrée de la somme 289.

On connoît que le Triangle ABC est rectangle en A, parce que la somme 625 des quarrez 49, 576, des deux côtez AC, AB, est égale au quarré du troisiéme côté BC: que le Triangle DEF est oxygone, parce que la somme des quarrez de deux côtez quelconques est plus grande que le quarré du troisiéme côté: & enfin que le Triangle GHI, est amblygone, & que l'angle I est obtus, parce que le quarré 441 de son côté opposé GH, qui est de 21 parties, est plus grand que la somme 389 des quarrez 100, 289, des deux autres côtez GI, HI.

Enfin, l'on connoît que ces trois Triangles ABC, DEF, GHI, sont égaux, c'est-à-dire, que leurs aires sont égales entre elles, parce qu'en multipliant la base AB par la hauteur AC, il vient la même chose qu'en multipliant la base DE par la hauteur FK, & aussi la même chose qu'en multipliant la base GH par la hauteur LI, sçavoir 168, qui est le double de l'aire de chaque Triangle, laquelle par consequent sera 84. Les trois côtez du Triangle oxygone DEF, & la perpendiculaire FK, sont dans une continuelle Proportion Arithmetique

## PROBLEME XII.

*Trouver une ligne droite égale à un arc de Cercle donné.*

POur trouver une ligne droite égale à l'arc de Cercle BCD, dont le centre est A, & dont le Rayon ou Demi-diametre est AB, ou AD, divisez cet arc en deux également au point C, & tirez les cordes BC, CD, BD. Prolongez la corde BD en E, en sorte que la ligne BE soit double de l'une des deux cordes égales BC, CD, c'est-à-dire, égale à la somme de ces deux cordes. Prolongez encore la ligne BE en F, en sorte que la ligne EF soit égale à la troisiéme partie de la ligne DE, & la ligne droite BF sera à peu prés égale à la courbe BCD; J'ay dit à peu prés, parce que la ligne BF est tant soit peu moindre que l'arc BCD, mais la difference est si petite lorsque l'arc BCD ne passe pas 30 degrez, qu'il n'y a pas seulement une partie à redire de cent mille qu'on peut donner au Rayon AB, ou AD. Planche 3. 14. Fig.

*Remarque.*

Ceux qui sçavent la Trigonometrie, trouveront que si l'arc BCD est precisément de 30 degrez, ou la douziéme partie de la circonference de tout le Cercle, & que le Rayon AB, ou AC soit de 50000 parties, en sorte que le Diametre soit de 100000 parties, chacune des deux cordes BC, CD, sera de 13053 parties, & que par consequent leur somme, ou la ligne BE sera de 26106 parties, de laquelle ôtant la corde BD, qui se trouvera de 25882 parties, il en restera 224 pour la

ligne DE, dont la troisiéme partie est 74 pour la ligne EF, laquelle étant ajoûtée à la ligne BE, ou a 26106, la somme sera 26180 pour la ligne BF, ou pour l'arc BCD, lequel enfin étant multiplié par 12, on aura 314160 pour la circonference du Cercle. Ainsi nous sçavons que quand le Diametre d'un Cercle est de 100000 parties, la circonference est d'environ 314160 semblables parties, & que par consequent le Diametre d'un Cercle est à sa circonference, environ comme 100000 est à 314160, ou comme 10000 à 31416.

Ce qui sert pour *trouver la circonference d'un Cercle, dont on connoît le Diametre*, sçavoir en multipliant ce Diametre toûjours par 31416, & en divisant le produit par 10000, ce qui se fera en retranchant de ce produit quatre figures à la droite, car les figures qui resteront à la gauche, feront connoître la circonference du Cercle, & les figures retranchées seront le Numerateur d'une fraction, dont le Dénominateur sera 10000.

Comme pour connoître la circonference d'un Bassin rond d'une fontaine, dont le Diametre est par exemple de 64 pieds, en multipliant 64 par 31416, & en retranchant quatre figures à la droite du produit 2010624, on aura 201 pieds, & $\frac{624}{10000}$, pour la circonference qu'on cherche.

Il faudroit faire tout le contraire, si l'on vouloit *connoître le Diametre d'un Cercle, ou d'une boule par sa circonference connuë*, c'est-à-dire, qu'il faudroit multiplier cette circonference par 10000, ce qui se fera en luy ajoûtant vers la droite quatre zeros, & en divisant le produit par 31416.

Ainsi pour connoitre le Diametre d'une Tour ronde, dont on a mesuré le contour ou la circonfe-

rence en dehors par le moyen d'une longue corde, qui soit par exemple de 154 pieds, en ajoûtant quatre zeros à la droite de ce nombre 154, & en divisant 1540000 par 31416, on aura 49 pieds pour le Diametre qu'on cherche.

## PROBLEME XIII.

*Trouver entre deux lignes données une, ou deux, ou trois moyennes proportionnelles.*

PRemierement, pour trouver entre les deux lignes données AB, AC, une moyenne proportionnelle, ayant décrit autour de la plus grande AB, le Demi-cercle ADB, élevez de l'extremité C de la plus petite AC, la perpendiculaire CD, & menez la droite AD, qui sera moyenne proportionnelle entre les deux AB, AC. Planche 3. 15. Fig.

Pour trouver entre les deux lignes données AB, AC, deux moyennes continuellement proportionnelles, ayant fait de ces deux lignes données AB, AC, le Parallelogramme rectangle ABDC, décrivez de son centre E, le quart de Cercle GHF de telle grandeur que la droite FG, qui sera tirée par les deux points F, G, où il coupe les deux lignes données AC, AB, prolongées, passe par l'angle droit D, & alors les deux lignes CF, BG, seront les deux moyennes proportionnelles qu'on cherche, de sorte que les quatre lignes AB, CF, BG, AC, seront continuellement proportionnelles. 16. Fig.

Enfin, pour trouver entre les deux lignes données AB, AC, trois moyennes continuellement proportionnelles, ayant trouvé entre ces deux lignes données AB, AC, une moyenne proportionnelle AD, comme il a été enseigné, cherchez de 15. Fig.

Planche 3. 25. Fig. la même façon entre cette moyenne AD, & la premiere AC, une autre moyenne proportionnelle AF, & entre la même moyenne AD & la derniere AB, une autre moyenne proportionnelle AG, & les trois lignes AF, AD, AG, seront les moyennes proportionnelles qu'on cherche, de sorte que les cinq lignes AC, AF, AD, AG, AB, seront dans une proportion continuë.

*Remarque.*

Si les deux lignes AB, AC, sont données en nombres, comme si AB étoit de 32 pieds, & AC de 2, on pourra exprimer en nombres les trois moyennes AF, AD, AG, en multipliant ensemble les deux nombres 32, & 2, des deux lignes données AB, AC, & en prenant la Racine quarrée du produit 64, qui donnera 8 pour la moyenne AD, laquelle étant multipliée separément par la premiere AC, & par la derniere AB, les Racines quarrées des deux produits 16, 256, donneront 4 pour AF, & 16 pour AG.

16. Fig. Mais pour trouver en nombres seulement deux moyennes proportionnelles entre les deux proposées AB, AC, telles que sont les deux CF, BG, en supposant que la plus petite AB soit de 2 pieds, & la plus grande AC de 16; multipliez le quarré 4 de la premiere AB, par la derniere AC, & prenez la Racine cubique du produit 64, qui donnera 4 pour la premiere moyenne proportionnelle CF, qui suit en proportion la premiere des deux données AB: & pareillement multipliez le quarré 256 de la derniere AC, par la premiere AB, & prenez la Racine cubique du produit 512, qui donnera 8 pour l'autre moyenne proportionnelle BG.

## PROBLEME XIV.

*Décrire dans un Cercle donné quatre Cercles égaux qui se touchent mutuellement ; & aussi la circonference du Cercle donné.*

AYant divisé le Cercle donné ABCD, dont le centre est E, en quatre parties égales, par les deux Diametres perpendiculaires AC, BD, prenez sur le Diametre BD, la ligne DF, égale à la ligne CD, qui est la soûtendante ou la corde du quart de Cercle, & la ligne EF donnera la longueur du Rayon de chacun des quatre Cercles égaux qu'on cherche. Si donc on porte la longueur de cette ligne EF sur les Diametres perpendiculaires AC, BD, en AK, BG, CH, DI, & que des centres K, G, H, I, l'on décrive par les points A, B, C, D, quatre circonferences de Cercle, elles se toucheront mutuellement, & aussi celle du Cercle donné ABCD. Planche 3. 17. Fig.

*Remarque.*

Si l'on joint deux centres quelconques, comme I, K, par la ligne droite IK, cette ligne droite IK sera parallele à sa corde correspondante DA, & passera par le point d'attouchement O : elle sera par consequent en I un angle demi-droit, ou de 45 degrez avec le Diametre BD ; ce qui fait que l'arc LO sera aussi de 45 degrez, aussi-bien que l'arc MO, parce que tout l'arc LM est un quart de Cercle. D'où il suit que si l'on joint la droite CF, l'angle ECF sera de 22 degrez & 30 minutes, d'où l'on peut tirer une autre construction pour la resolution du Problême.

## PROBLEME XV.

*Décrire dans un Demi-cercle donné trois Cercles, qui touchent la circonference & le Diametre de ce Demi-cercle donné, & dont celuy du milieu qui est le plus grand, touche les deux autres qui sont égaux.*

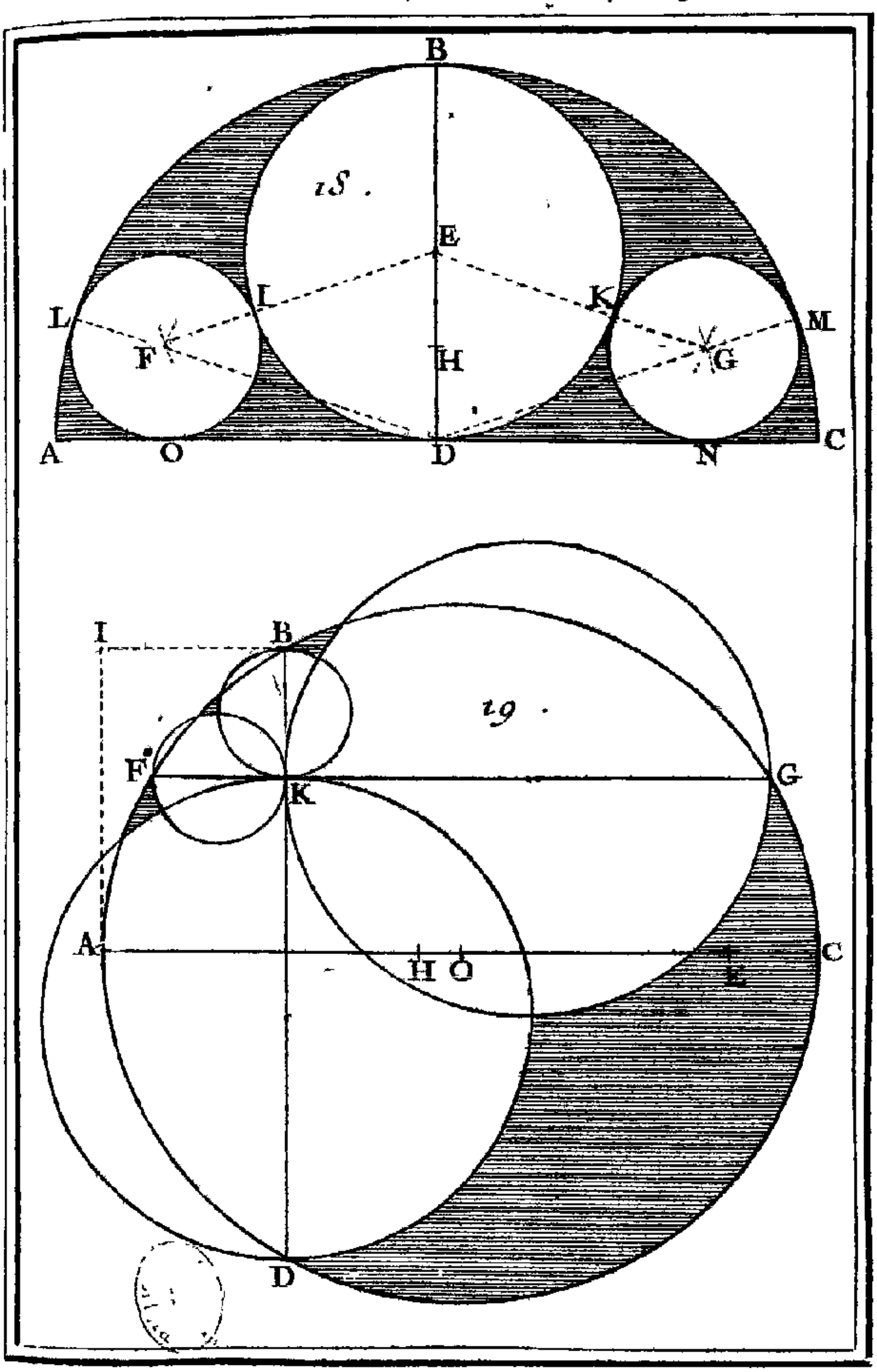
Planche 4. 18. Fig. ELevez du centre D du Demi-cercle donné ABC, sur son Diametre AC, la perpendiculaire DB, & la divisez en deux également au point E, qui sera le centre du plus grand des trois Cercles qu'on cherche, lequel par consequent sera BIDK.

Pour décrire les deux autres Cercles qui sont égaux entre eux, divisez le Demi-diametre DE, en deux également au point H, & décrivez de part & d'autre des deux points E, D, avec l'ouverture BH, deux arcs de Cercle, qui se coupent ici aux deux points F, G, qui seront les centres des deux Cercles égaux, qu'il ne sera pas difficile de décrire, parce que le Rayon de chacun est égal à la ligne DH, ou à la quatriéme partie du Diametre BD, ou bien, ce qui est la même chose, à la huitiéme partie du grand Diametre AC.

### *Remarque.*

Il est évident que le Demi-cercle ABC est double du Cercle BIDK, parce que le Diametre AC est double du Diametre BD: & que pareillement le Demi-cercle BID est double du Cercle ILO, parce que le Rayon DE est double du Rayon FI, ou FL. D'où il est aisé de conclure que le Triangle mixtiligne ABID est égal au Demi-cercle BDI, &

que


B
18.
E
L
K
L
M
F
H
G
A
O
D
N
C
I
B
19.
F
G
K
A
H
O
E
C
D

que par consequent le Demi-cercle ABC se trouve divisé en quatre parties égales par le Diametre BD, & par la circonference BIDK.

## PROBLEME XVI.

*Décrire quatre Cercles proportionnels, en sorte que leur somme soit égale à un Cercle donné, & que la somme de leurs Rayons soit égale à une ligne donnée.*

QUe le Cercle donné soit ABCD, dont le centre soit O, & un Diametre soit AC, & que la ligne donnée soit AE, qui doit être plus grande que le Rayon AO, & moindre que le Diametre AC, si l'on veut que les quatre Cercles qu'on cherche, soient inégaux. Les Diametres de ces quatre Cercles se détermineront en cette sorte. Planche 4. 19. Fig.

Ayant tiré à volonté dans le Cercle donné ABCD, la ligne FG parallele au Diametre AC, & ayant retranché de la ligne donnée AE, la partie EH égale à la moitié de la ligne FG, tirez par l'extremité A, du Diametre AC, la ligne AI égale à la ligne AH, & perpendiculaire au Diametre AC, & tirez par le point I, au même Diametre AC, la parallele IB, qui rencontre ici la circonference du Cercle donné au point B, par lequel on tirera la ligne BD, perpendiculaire à la ligne FG, & les quatre lignes KF, KB, KG, KD, seront les Diametres des quatre Cercles qu'on cherche.

*Remarque.*

Il peut arriver que les deux plus petits Cercles KF, KB, seront égaux entre eux, aussi-bien que les deux plus grands KG, KD, sçavoir lorsque la li-

gne FG sera égale à la ligne donnée AE. Ainsi quand on voudra que tous ces quatre Cercles soient inégaux, on doit tirer la ligne FG, avec cette circonspection, qu'elle soit plus grande ou plus petite que la ligne donnée AE, & dans ce cas, le Cercle KF sera le plus petit de tous, & le Cercle KD sera le plus grand.

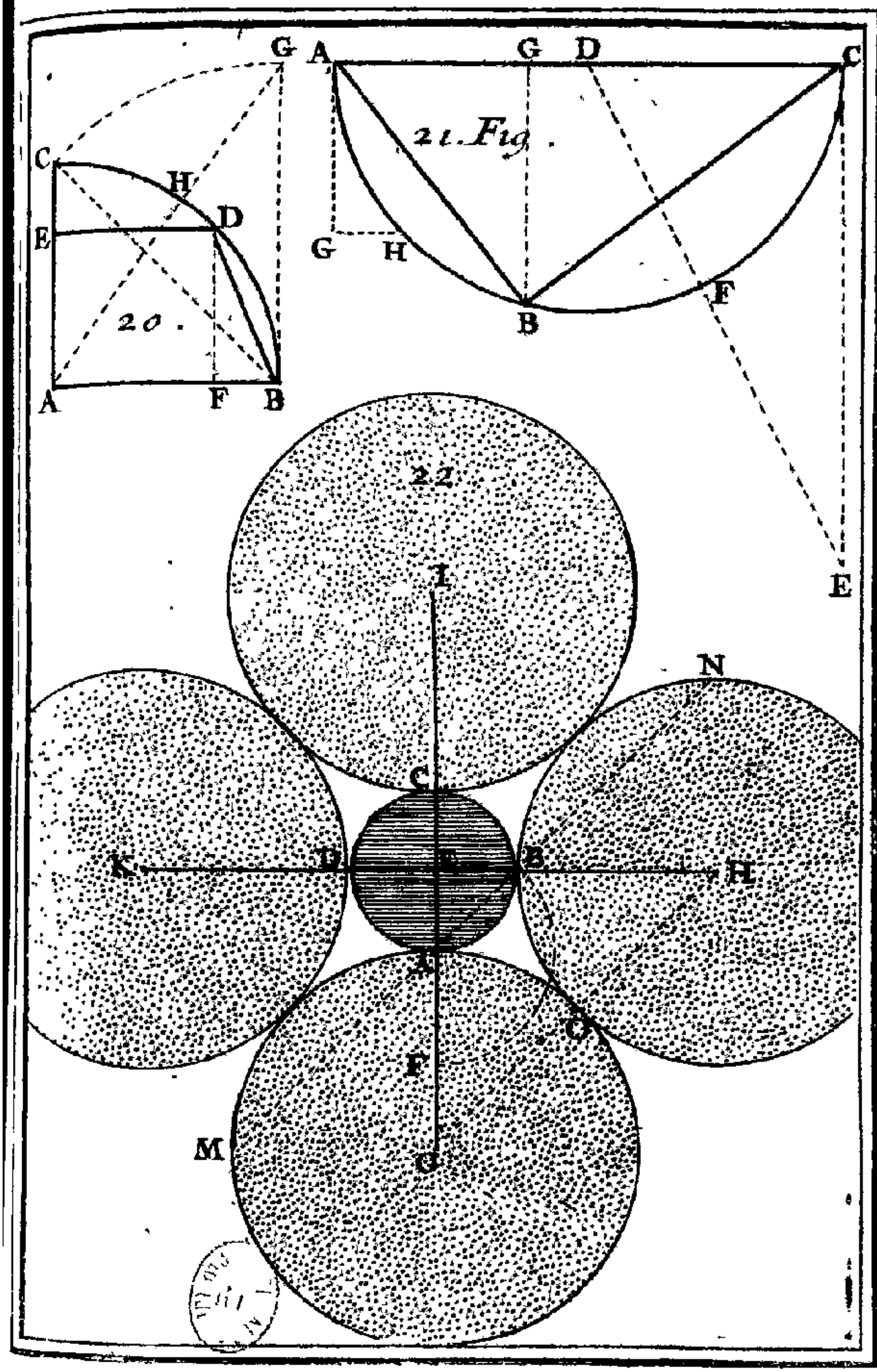
## PROBLEME XVII.

*Déterminer sur la circonference d'un Cercle donné un arc, dont le Sinus soit égal à la corde du complement de cet arc.*

Planche 5. 20. Fig. Pour déterminer sur la circonference du quart de Cercle ABC, dont le centre est A, l'arc CD, dont le Sinus ED soit égal à la corde BD du complement de cet arc; ayant élevé de l'extremité B, du Rayon AB, la perpendiculaire BG égale à la corde BC du quart de Cercle, tirez du centre A par le point G, la droite AG, & ayant pris sur le Rayon AB, la partie AF égale à la partie GH, élevez du point F sur AB, la perpendiculaire FD, qui déterminera l'arc CD qu'on cherche.

*Remarque.*

La Secante AG de l'arc BH est égale à la Tangente d'un arc de 60 degrez, c'est-à-dire, que le Rayon AH étant de 100000 parties la ligne AG en comprend 173205, de laquelle ôtant AH, ou 100000, le reste 73205 est la partie GH, ou AF, c'est-à-dire le Sinus ED de l'arc CD, qui se trouvera de 47. 3′. 31″. & par consequent son complement BD de 42. 56′. 29″. Ainsi nous sçavons




*To 1.*

que le Sinus d'un arc de 47. 3'. 31''. est égal à la corde d'un arc de 42. 56'. 29''. qui est son complement.

## PROBLEME XVIII.

*Décrire un Triangle rectangle, dont les trois côtez soient en Proportion Geometrique.*

AYant décrit à volonté le Demi-cercle ABC, dont le centre est D, & dont le Diametre AC sera pris pour l'hypotenuse du Triangle rectangle qu'on cherche, tirez par l'extremité C de ce Diametre AC, la ligne CE égale & perpendiculaire au même Diametre AC, & joignez la droite DE, qui se trouve ici coupée par la circonference du Demi-cercle ABC au point F. Portez la longueur de la partie EF sur la circonference ABC, depuis A en B, & joignez les droites AB, BC, qui feront au point B un angle droit, & le Triangle rectangle ABC, sera celuy qu'on cherche, de sorte qu'il y aura même raison du côté AB, au côté BC, que du même côté BC, à l'hypotenuse AC. Planche 5. 21. Fig.

### *Remarque.*

Si de l'angle droit B, l'on tire la ligne BG perpendiculaire à l'hypotenuse AC, le plus grand Segment CG sera égal au plus petit côté opposé AB, ou à la partie EF, d'où l'on peut tirer une autre construction pour la resolution du Problême, sçavoir en prenant sur le Diametre AC, la partie CG égale à la partie EF, & en abaissant du point G, la perpendiculaire GB, &c.

On aura une troisiéme construction, si l'on con-

Planche 5. 21. Fig. ſidere que l'hypotenuſe AC ſe trouve coupée au point G par ſa perpendiculaire BG, dans la moyenne & extrême raiſon, c'eſt-à-dire, que l'hypotenuſe AC eſt à ſon plus grand Segment CG, comme le même plus grand Segment CG eſt au plus petit AG.

Si vous voulez une quatriéme conſtruction, abaiſſez de l'extremité A, la ligne AG perpendiculaire au Diametre AC, & égale à la troiſiéme partie du même Diametre AC, & tirez par le point G, au Diametre AC, la parallele GH, qui ſera égale à la troiſiéme partie du petit Segment AG, &c.

## PROBLEME XIX.

*Décrire quatre Cercles égaux qui ſe touchent mutuellement, & qui touchent par le dehors la circonference d'un Cercle donné.*

22. Fig. AYant diviſé le Cercle donné ABCD en quatre parties égales par les deux Diametres AC, BD, qui ſe coupent à angles droits au centre E, prenez ſur le Diametre AC prolongé la ligne AF égale à la ligne AB, ou à la corde du quart de Cercle, & la ligne EF donnera la longueur du Rayon de chacun des quatre Cercles égaux qu'on cherche. Si donc on porte cette longueur EF ſur chacun des deux Diametres prolongez AC, BD, depuis la circonference du Cercle donné ABCD, aux points G, H, I, K, & que de ces points G, H, I, K, comme centres on décrive par les points A, B, C, D, autant de Cercles égaux, ces quatre Cercles ſe toucheront mutuellement, & auſſi la circonference du Cercle donné ABCD.

Plan-che 5. 22. Fig.

*Remarque.*

Si l'on joint deux centres quelconques, comme G, H, par la droite GH, cette ligne GH sera parallele à la corde correspondante AB, & elle passera par le point d'attouchement O : elle sera par consequent aux points G, H, des angles demi-droits, ou de 45 degrez, ce qui fait que chacun des arcs AO, BO, sera aussi de 45 degrez. D'où il est aisé de conclure, qu'en prolongeant de part & d'autre la corde AB en M & en N, chacun des arcs AM, BN, sera un quart de Cercle.

## PROBLEME XX.

*Décrire un Triangle rectangle, dont les trois côtez soient en Proportion Arithmetique.*

Plan-che 6. 23. Fig.

AYant parcouru sur la ligne indéfinie AB cinq parties égales d'une grandeur volontaires, depuis A jusqu'en B, & ayant pris la ligne terminée AB pour l'hypotenuse du Triangle rectangle qu'on cherche ; décrivez de son extremité A, à l'ouverture de trois parties un arc de Cercle, & de l'autre extremité B, à l'ouverture de quatre parties un autre arc de Cercle, qui coupera le premier en un point, comme C, duquel vous tirerez aux deux extremitez A, B, de l'hypotenuse AB, les droites AC, BC, & le Triangle ABC sera rectangle en C, & ses trois côtez AB, BC, AC, seront en Proportion Arithmetique, c'est-à-dire, qu'ils se surpasseront également, puisque le côté AB est de 5 parties, le côté BC de 4, & le côté AC de 3.

Planche 6. n. 3. Fig.

*Remarque.*

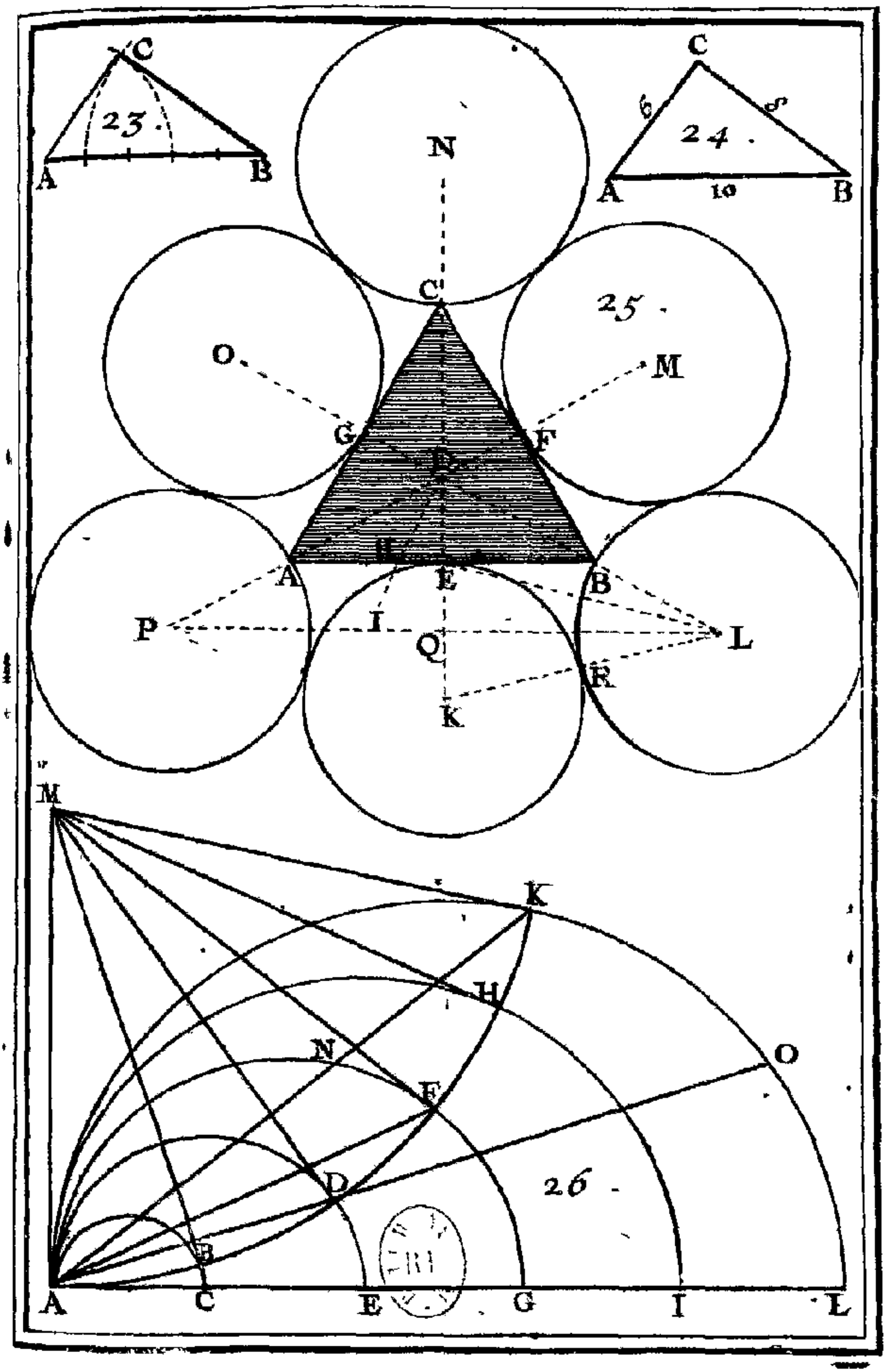
Ce Triangle rectangle est le seul dans son espece, dont les trois côtez soient Arithmetiquement proportionnels, ils sont tels, que la somme de leurs Cubes en nombres est un Cube parfait : car AB étant 5, son Cube est 125, BC étant 4, son Cube est 64, & AC étant 3, son Cube est 27, & la somme 216 de ces trois Cubes 125, 64, 27, a sa Racine cubique 6, qui dans ce Triangle rectangle se rencontre égale à son aire.

n. 4. Fig. Si l'on double tous les côtez du Triangle ABC, en sorte que le côté AB soit de 10 parties, le côté BC de 8, & le côté AC de 6, on aura un autre Triangle rectangle semblable au precedent, ce qui fait que ses trois côtez seront toûjours en Proportion Arithmetique, & que la somme de leurs Cubes sera aussi un Cube parfait, sçavoir 1728, dont le côté, ou la Racine cubique est 12. De plus l'aire & le contour de ce second Triangle rectangle ABC seront égaux entre eux, chacun étant 24. Voyez le *Probl.* 23.

## PROBLEME XXI.

*Décrire six Cercles égaux qui se touchent mutuellement, & aussi les trois côtez & les trois angles d'un Triangle donné équilateral.*

n. 5. Fig. QUe le Triangle équilateral donné soit ABC, & que son centre soit D. Tirez de ce centre D, par les trois angles A, B, C, & par les milieux E, F, G, des trois côtez autant de lignes droites, pour y marquer les centres K, L, M, N, O, P,


23.
C
A
B
N
C
O
G
25.
M
F
A
E
B
P
I
Q
L
R
K
24.
C
6
8
A
10
B
M
K
H
N
O
F
D
26.
B
A
C
E
G
I
L

des six Cercles qu'on cherche, en cette sorte. Planche 6. 25. Fig.

Ayant pris sur le côté AB, la partie EH égale à la moitié de la perpendiculaire DE, & ayant joint la droite DH, prolongez cette ligne DH en I, en sorte que la partie HI soit égale à la partie HE, & toute la ligne DI donnera la longueur du Rayon de chacun des six Cercles égaux qu'on veut décrire, dont les centres se trouveront en portant cette longueur DI, depuis E en K, depuis B en L, &c.

*Remarque.*

Si l'on joint les deux centres P, L, par la droite PL, cette ligne PL sera parallele au côté AB, & divisera par consequent à angles droits & en deux également au point Q, le Rayon EK. D'où il suit que si l'on joint la droite EL, & la droite KL, qui passera par le point d'attouchement R, le Triangle ELK sera isoscéle, chacun des deux côtez égaux EL, KL, étant double de la base EK : l'arc ER sera de 75. 31′. 20″. & l'arc BR de 44. 28′. 40″. ce qui fait que ces deux arcs font ensemble precisément 120 degrez, sçavoir autant que l'angle PDL.

## PROBLEME XXII.

*Etant donnez plusieurs Demi-cercles qui se touchent à l'angle droit de deux lignes perpendiculaires, & qui ont leurs centres sur l'une de ces deux lignes : trouver les points où ces Demi-cercles peuvent être touchez par des lignes droites tirées de ces points à un point donné sur l'autre ligne perpendiculaire.*

QUe les Demi-cercles ABC, ADE, AFG, AHI, AKL, qui ont leurs centres sur la ligne 26. Fig.

Planche 6. 26. Fig. AL perpendiculaire à la ligne AM, se touchent à l'angle droit A, & qu'il faille trouver les points où tous ces Demi-cercles seront touchez chacun par une ligne droite tirée du point M donné sur la ligne AM.

Décrivez du point donné M, comme centre, par le point d'attouchement A, l'arc de Cercle AK, qui coupera les circonferences des Demi-cercles donnez en des points, comme B, D, F, H, K, qui seront les points d'attouchement qu'on cherche.

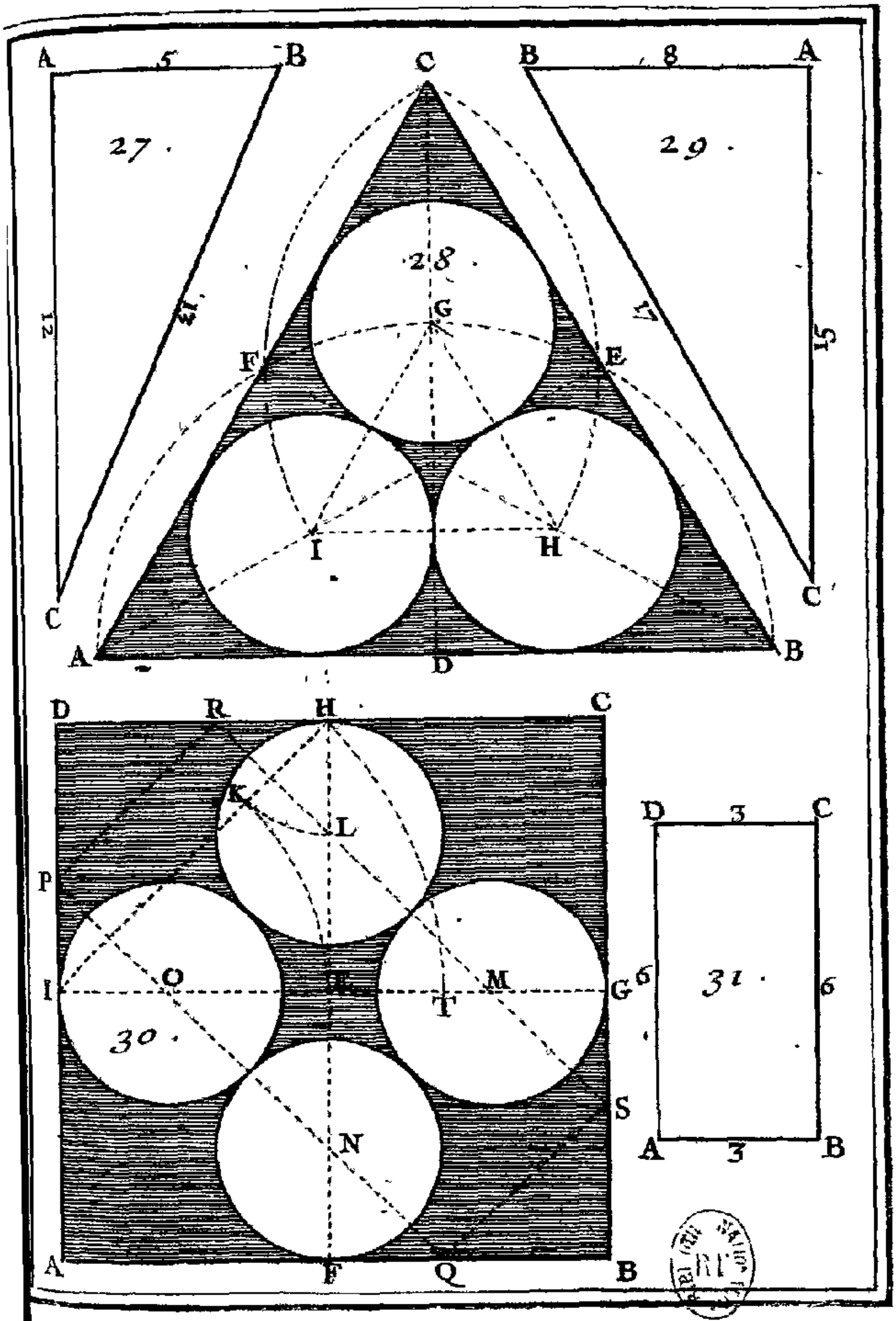
*Remarque.*

Lorsque les divisions de la ligne AL seront égales entre elles, on pourra se servir de ces Demi-cercles pour diviser une ligne donnée en parties égales, sçavoir en appliquant cette ligne, comme seroit AK, ou AO, depuis le point A sur la circonference du cinquiéme Demi-cercle, si on la veut diviser en cinq parties égales, comme elle se trouvera ainsi divisée par les circonferences des autres Demi-cercles. C'est de la même façon que l'on divisera en trois parties égales la ligne proposée, ou bien la ligne AN, &c.

## PROBLEME XXIII.

*Décrire un Triangle rectangle, dont l'aire soit en nombres égale au contour.*

Planche 7. 27. Fig. TIrez les deux lignes perpendiculaires AB, AC, d'une telle grandeur, que la premiere AB soit de 5 parties prises sur une Echelle divisée en parties égales, & que la seconde AC soit de 12 parties de la même Echelle, & joignez l'hypotenuse BC, qui se trouvera precisément de 13 parties égales;


A
5
B
C
B
8
A
27.
29.
28.
G
12
13
17
15
F
E
I
H
C
C
A
D
B
D
R
H
C
K
L
P
I
O
M
G
6
31.
6
T
30.
S
N
A
3
B
A
F
Q
B

comme l'on connoît en ajoûtant ensemble les quarrez 25, 144, des deux côtez AB, AC, & en prenant la Racine quarrée de la somme 169 : & l'aire du Triangle rectangle ABC sera égale à son contour, ou à la somme des trois côtez, chacun étant 30. Il arrive la même chose à cet autre Triangle rectangle en nombres, 6, 8, 10, dont l'aire & le contour sont chacun 24. Planche 7. 27. Fig.

*Remarque.*

Il n'y a en nombres entiers que ces deux Triangles rectangles, 6, 8, 10, & 5, 12, 13, dont l'aire dans chacun soit égale à son contour : mais en nombres rompus il y en a une infinité, que l'on peut trouver par ce Canon general qui a sa démonstration. *Formez d'un nombre quarré quelconque, & du même nombre quarré augmenté de 2, un Triangle rectangle, & le divisez par ce nombre quarré, pour avoir un second Triangle rectangle, dont l'aire sera égale à son contour.*

Comme si de 9 & de 11, on forme ce Triangle rectangle 40, 198, 202, & qu'on le divise par 9, on aura cet autre Triangle rectangle $\frac{40, 198, 202,}{9}$ dont l'aire & le contour sont égaux, chacun étant $\frac{440}{9}$. Pareillement si de 16 & de 18, on forme ce Triangle rectangle 68, 576, 580, & qu'on le divise par 16, on aura cet autre Triangle, $\frac{17, 144, 145,}{4}$ dont le contour & l'aire sont chacun $\frac{153}{2}$. Ainsi des autres.

## PROBLEME XXIV.

*Décrire au dedans d'un Triangle équilateral, trois Cercles égaux qui se touchent mutuellement, & aussi les trois côtez du Triangle équilateral.*

Planche 7. 28. Fig.

POur inscrire dans le Triangle équilateral ABC, trois Cercles égaux qui se touchant mutuellement, touchent aussi les côtez de ce Triangle, divisez chacun de ces côtez en deux également aux points D, E, F, par lesquels vous tirerez aux angles opposez autant de lignes droites, sur lesquelles on marquera les centres G, H, I, des trois Cercles qu'on cherche, en transportant sur chaque ligne perpendiculaire la moitié du côté du Triangle équilateral depuis son point de milieu, sçavoir la moitié AD, ou BD, depuis D en G, depuis E en I, & depuis F en H, &c.

*Remarque.*

Si l'on joint les trois centres G, H, I, par des lignes droites qui passeront par les points d'attouchement, on aura le Triangle équilateral GHI, dont les côtez seront paralleles à ceux du Triangle donné ABC, & trois Trapezoïdes égaux AIHB, BHGC, CGIA, dont chacun a trois côtez égaux à ceux du Triangle équilateral GHI, & dont les aires sont égales chacune à la huitiéme partie du quarré du côté AB du Triangle donné ABC.

## PROBLEME XXV.

*Décrire un Triangle rectangle, dont l'aire en nombre soit sesquialtere du contour.*

TIrez les deux lignes perpendiculaires AB, AC, d'une telle grandeur que la premiere AB soit de 8 parties prises sur une Echelle divisée en parties égales, & que la seconde AC soit de 15 parties de la même Echelle, & joignez l'hypotenuse BC, qui se trouvera precisément de 17 parties égales, comme l'on connoît en ajoûtant ensemble les quarrez 64, 225, des deux côtez AB, AC, & en prenant la Racine quarrée de la somme 289 : & l'aire 60 du Triangle rectangle ABC sera au contour 40, comme 3 est à 2. Il arrive la même chose à cet autre Triangle rectangle en nombres 7, 24, 25, dont l'aire 84 est aussi sesquialtere du contour 56, de sorte que ce contour 56 est égal aux deux tiers de l'aire 84. Planche 7. 29. Fig.

*Remarque.*

Il n'y a en nombres entiers que ces deux Triangles rectangles 8, 15, 27, & 7, 24, 25, dont l'aire dans chacun soit sesquialtere de son contour : mais en nombres rompus il y en a une infinité d'autres de la même qualité, que l'on peut trouver par ce Canon general, que nous avons tiré de l'Algebre. *Formez d'un nombre quarré quelconque, & du même nombre quarré augmenté de 3, un Triangle rectangle, & le divisez par ce nombre quarré, pour avoir un second Triangle rectangle, dont l'aire sera sesquialtere du contour.*

Comme si de 4 & de 7, on forme ce Triangle

Planche 7. 29. Fig. rectangle 33, 56, 65, & qu'on le divise par 4, on aura cet autre Triangle rectangle $\frac{33, 56, 65}{4}$, dont l'aire $\frac{231}{4}$ est à son contour $\frac{77}{2}$, comme 3 est à 2. Pareillement si de 16 & de 19, on forme ce Triangle rectangle 105, 608, 617, & qu'on le divise par 16, on aura cet autre Triangle rectangle $\frac{105, 608, 617}{16}$, dont l'aire $\frac{1995}{16}$ est à son contour $\frac{665}{8}$, comme 3 est à 2. Ainsi des autres.

## PROBLEME XXVI.

*Décrire au dedans d'un Quarré donné quatre Cercles égaux, qui se touchent mutuellement, & aussi les côtez de ce Quarré.*

30. Fig. SI le Quarré donné est ABCD, divisez chacun de ses côtez en deux également aux points F, G, H, I, & menez les droites FH, GI, qui se couperont à angles droits & en deux également au centre E du Quarré. On marquera sur ces deux lignes FH, GI, les centres L, M, N, O, des quatre Cercles qu'on cherche, en cette sorte.

Joignez la droite HI, & en retranchez la partie IK égale à la moitié IE, ou GE de la ligne IG, ou du côté du Quarré donné, & le reste HK sera le Rayon de chacun des quatre Cercles qu'on veut décrire : c'est pourquoy si l'on porte la longueur HK sur les lignes FH, GI, depuis leurs extremitez F, G, H, I, aux points N, M, L, O, le Problême sera resolu.

Ou bien plus facilement, retranchez de la ligne IG, la partie IT, égale à la ligne IH, & faites les

lignes EL, EM, EN, EO, égales chacune au reste TG, pour avoir, comme auparavant, les centres L, M, N, O, des quatre Cercles qu'on cherche, que l'on trouvera aussi en faisant les lignes FN, GM, HL, IO, égales chacune à la partie ET. Plan-che 7. 30. Fig.

Ou bien encore, faites les quatre lignes AP, AQ, CR, CS, égales chacune à la ligne IH, & joignez les droites PQ, RS, qui donneront sur les deux lignes FH, GI, les centres L, M, N, O, des quatres Cercles qu'on cherche.

*Remarque.*

Il est évident que chacune des deux lignes PQ, RS, est égale au côté AB du Quarré donné ABCD, & que chacune des deux lignes PR, QS, est égale au Diamètre de chacun des Cercles égaux qui se touchent. Il est évident aussi que chacun des deux Triangles isoscéles rectangles APQ, CRS, est égal au Quarré DIEH, ou à la quatriéme partie du Quarré proposé ABCD : & que le Triangle isoscéle rectangle OEN, est égal au Quarré du Rayon OI.

## PROBLEME XXVII.

*Décrire un Parallelogramme rectangle, dont l'aire en nombres soit égale au contour.*

TIrez les deux lignes perpendiculaires AB, AD, d'une telle grandeur, que la premiere AB soit de 3 parties prises sur une Echelle divisée en parties égales, & que la seconde AD soit de 6 parties de la même Echelle. Décrivez du point D, avec l'ouverture de la ligne AB, un arc de Cercle, & du point B, avec l'ouverture de la ligne AD, un autre arc de 31. Fig.

Planche 7. 31. Fig. Cercle, qui rencontre ici le premier au point C; par où vous tirerez les deux lignes BC, CD, qui acheveront le Rectangle ABCD, dont l'aire est égale au contour, chacun étant 18.

*Remarque.*

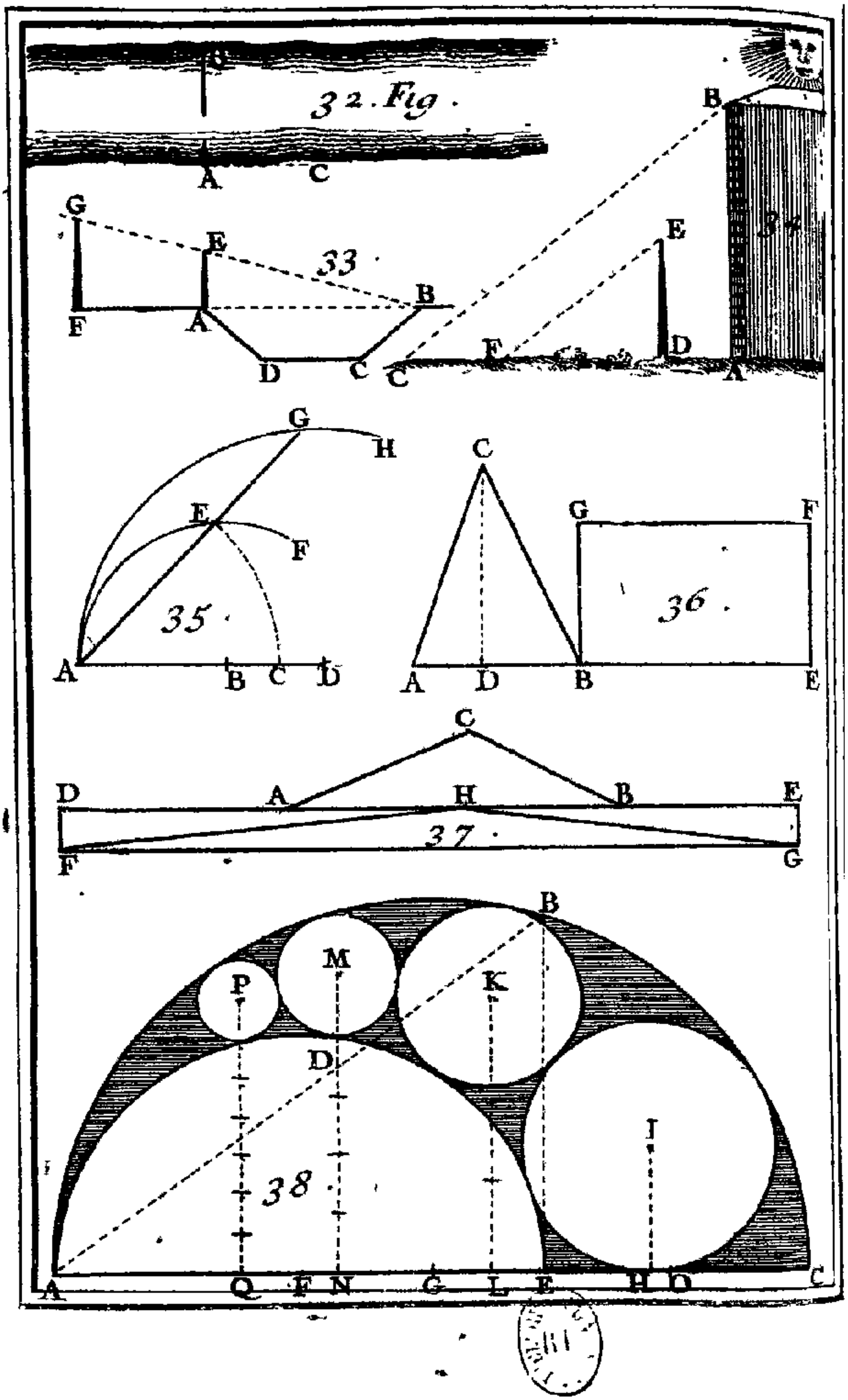
Il n'y a en nombres entiers que ce Rectangle, & le Quarré, dont le côté est 4, où dans chacun l'aire soit égale au contour : mais il y en a une infinité en nombres rompus, dont la longueur & la largeur se détermineront en cette sorte.

Ayant donné au côté AD tel nombre qu'on voudra, mais plus grand que 2, comme 8, divisez son double 16 par le même côté diminué de 2, c'est-à-dire, par 6, & le quotient $\frac{8}{3}$ sera l'autre côté AB. Ainsi on aura en nombres un Parallelogramme rectangle, ayant 8 pour longueur, & $\frac{8}{3}$ pour largeur, dont le contour & l'aire seront chacun $\frac{64}{3}$, ou $21\frac{1}{3}$.

## PROBLEME XXVIII.

*Mesurer avec le Chapeau une ligne accessible sur la terre en l'une de ses deux extremitez.*

Planche 8. 32. Fig. IL ne faut pas que la ligne à mesurer soit d'une grandeur énorme, autrement il seroit difficile de la mesurer exactement avec le Chapeau, parce que pour peu que l'on manquât à viser juste, ou à se tenir bien droit, on se manqueroit sensiblement dans la mesure d'une ligne si longue, sur tout si le terrain étoit un peu inégal.


32. Fig.
A
C
B
G
E
33.
B
F
A
D
C
E
F
D
A
G
H
E
F
35.
A
B
C
D
C
G
F
36.
A
D
B
E
C
D
A
H
B
E
37.
F
G
B
M
P
K
D
I
38.
A
Q
F
N
G
L
E
H
D
C

Pour donc mesurer avec le Chapeau la ligne AB accessible en son extremité A, comme seroit la largeur d'une petite riviere, il faut que celuy qui la veut mesurer se tienne bien droit à cette extremité A, & qu'appuyant son menton sur un petit bâton qui doit être aussi appuyé sur quelque bouton de son habit, afin que sa tête puisse demeurer en même état, il abaisse son chapeau sur le front, jusqu'à ce que le bord de son chapeau cache à sa vûë l'extremité inaccessible B de la ligne à mesurer AB; aprés quoy il doit se tourner vers un terrain égal & uniforme, & remarquer en regardant par le même bord de son chapeau le point de ce terrain, où sa vûë se terminera comme C, & alors en mesurant avec un cordeau, ou avec une chaîne la distance AC il aura la longueur de la ligne proposée AB. Planche 8. 32. Fig.

## PROBLEME XXIX.

*Mesurer une ligne horizontale accessible en l'une de ses deux extremitez par le moyen de deux Bâtons inégaux.*

Pour connoître la longueur de la ligne horizontale AB, qui represente la largeur du fossé ABCD, & qui est accessible en son extremité A, élevez à plomb en cette extremité A, le plus petit bâton AE des deux, dont vous voulez vous servir pour mesurer cette ligne AB, & plantez aussi à plomb l'autre bâton plus grand FG, en ligne droite avec la ligne à mesurer AB, & à telle distance du premier AE, que par les deux bouts E, G, de ces deux bâtons ainsi élevez vous apperceviez l'autre extremité B inaccessible. Aprés cela mesurez exactement la distance AF, que nous supposerons de 12 33. Fig.

Planche 8. 33. Fig. pieds, & la longueur des deux bâtons AE, FG, dont le plus petit AE sera supposé de 3 pieds, & le plus grand FG de 5, de sorte que dans cette supposition l'excés du grand bâton FG sur le plus petit AE sera de 2 pieds, comme l'on connoît en ôtant 3 de 5; cet excés 2 sera le premier terme d'une Regle de trois directe, dont le second sera 12, ou la distance AF; & le troisiéme sera 3, ou le plus petit bâton AE, le quatriéme étant la ligne AB qu'on cherche, qui dans cet exemple se trouvera de 18 pieds: car si l'on multiplie le second terme 12, qui est la distance AF, par le troisiéme 3, qui est le plus petit bâton AE, & qu'on divise le produit 36 par 2, qui est l'excés du grand bâton FG sur le plus petit AE, on a 18 pieds pour la longueur de la ligne proposée AB.

## PROBLEME XXX.

*Mesurer une Hauteur accessible par le moyen de son ombre.*

34. Fig. POur connoître la Hauteur accessible AB, par le moyen de son ombre AC terminée par le Rayon BC du Soleil, élevez à plomb le bâton DE d'une longueur volontaire, comme de 8 pieds, & mesurez la grandeur de son ombre DF, que nous supposerons de 12 pieds. Mesurez en même temps l'ombre AC, qui soit par exemple de 36 pieds, j'ay dit en même temps, parce qu'autrement le Soleil changeant par son mouvement, ou par celuy de la Terre, les Rayons BC, EF, ne seroient plus paralleles, ce qui empêcheroit de pouvoir trouver la hauteur AB par la Regle de Trois directe, en disant, si 12 pieds de l'ombre DF proviennent d'une

hauteur

hauteur DE de 8 pieds, de quelle hauteur proviendra l'ombre AC de 36 pieds? & l'on trouvera 24 pieds pour la Hauteur AB qu'on cherche: car en multipliant le troisiéme terme 36 par le second 8, & en divisant le produit 288 par le premier 12, le quotient est 24 pour le quatriéme terme proportionnel, ou pour la Hauteur proposée AB. Planche 8. 34. Fig.

## PROBLEME XXXI.

*Trouver à trois lignes données une quatriéme proportionnelle.*

POur trouver aux trois lignes données AB, AC, AD, une quatriéme proportionnelle, décrivez des deux extremitez B, D, de la premiere & de la troisiéme ligne donnée, par l'extremité commune A, les deux arcs de Cercle AEF, AGH, & ayant appliqué sur le premier AEF la ligne AE égale à la seconde ligne donnée AC, prolongez cette ligne AE jusqu'à ce qu'elle rencontre le second arc AGH, en quelque point, comme en G, & toute la ligne AG sera la quatriéme proportionnelle qu'on cherche. 35. Fig.

## PROBLEME XXXII.

*Décrire sur une ligne donnée un Parallelogramme rectangle, dont l'aire soit double de celle d'un Triangle donné.*

SI le Triangle donné est ABC, & que la ligne donnée soit BE, tirez-luy la perpendiculaire EF, qui soit quatriéme proportionnelle à la Base donnée BE, à la Base AB du Triangle donné ABC, & à sa hauteur CD, & achevez le Rectangle 36. Fig.

BEFG, qui sera celuy qu'on cherche. Ce Problême n'a été ici mis que pour resoudre le suivant.

## PROBLEME XXXIII.

*Changer un Triangle donné en un autre Triangle, dont chaque côté soit plus grand que chaque côté du Triangle donné.*

Planche 8. 37. Fig. SI le Triangle donné est ABC, prolongez sa base AB de part & d'autre en D & en E, en sorte que la ligne AD soit égale au côté AC, & la ligne BE au côté BC, & par le moyen du Problême precedent, décrivez sur la ligne DE le Parallelogramme rectangle DEGF, qui soit double du Triangle donné ABC. Cela étant fait, si l'on prend sur la ligne DE entre les points A, B, un point à discretion, comme H, duquel on tire aux deux extremitez F, G, les droites FH, GH, le Triangle FGH sera celuy qu'on cherche, c'est-à-dire, qu'il sera égal au proposé ABC, chacun étant la moitié du Rectangle FGED, & que chacun de ses côtez sera plus grand que chacun des côtez du Triangle donné ABC.

### *Remarque.*

On peut mêmes avoir un Triangle moindre que le proposé ABC, quoique tous ses côtez soient plus grands que tous les côtez du Triangle ABC, sçavoir en prenant le sommet H du Triangle FGH au dessous de la Base AB.

## PROBLEME XXXIV.

*Etant donnez sur une même ligne droite deux Demi-cercles qui se touchent en dedans, décrire un Cercle qui touche la ligne droite & les circonferences des deux Demi-cercles donnez.*

JE suppose que les deux Demi-cercles ABC, ADE, sont posez sur la ligne droite AC, & qu'ils se touchent au point A. Pour décrire un Cercle qui touche les deux circonferences ABC, ADE, & la partie EC de la ligne droite AC, portez la longueur du Demi-diametre AG, du grand Demi-cercle ABC, depuis le centre F du petit Demi-cercle ADE, en O, pour avoir la ligne AO égale à la somme des Demi-diametres AF, AG, des deux Demi-cercles donnez ABC, ADE. Elevez du point E, sur AC, la perpendiculaire EB, & joignez la droite AB. Cherchez aux deux lignes AO, AB, une troisiéme proportionnelle AH, pour avoir en H le point d'attouchement du Cercle qu'on veut décrire, & de la ligne droite EC. Elevez de ce point H sur EC la perpendiculaire HI quatriéme proportionnelle aux trois lignes AO, AH, FG, pour avoir en I le Centre du Cercle qu'on cherche, dont la circonference doit passer par le point H, &c. Planche 8. 38. Fig.

*Remarque.*

Si au dedans de l'espace terminé par les deux circonferences ABC, ADE, l'on décrit un second Cercle qui touche le premier décrit du centre I, & les deux circonferences ABC, ADE, & que du centre K de ce second Cercle l'on abaisse la droite KL

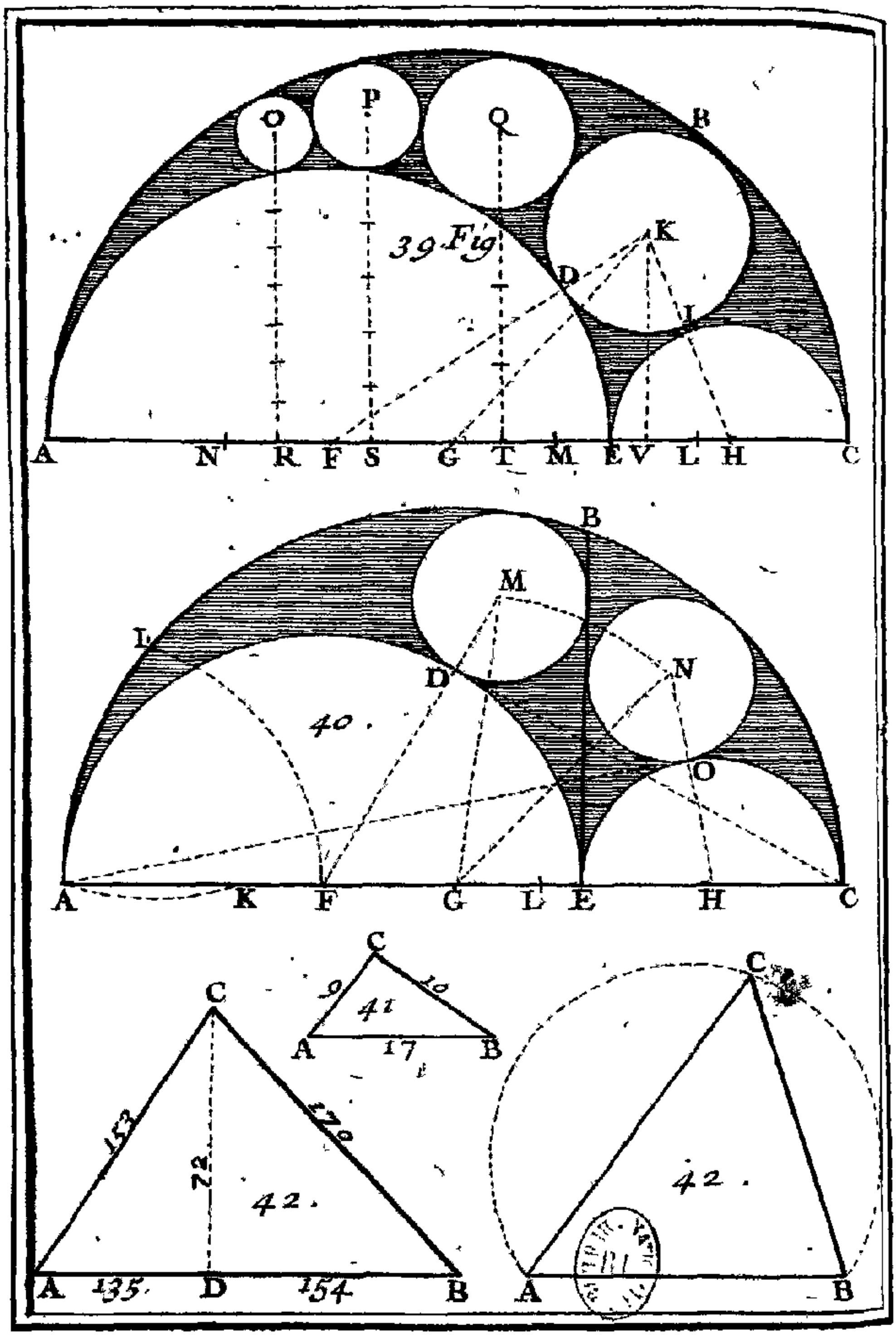
Planche 8. 58. Fig. perpendiculaire au Diametre AC, cette perpendiculaire KL sera triple du Rayon du Cercle décrit du centre K : & si au dedans du même espace l'on décrit un troisiéme Cercle qui touche le second décrit du centre K, & les circonferences ABC, ADE, la perpendiculaire tirée du centre M de ce troisiéme Cercle sur le Diametre AC, sera quintuple du Rayon du même Cercle : & pareillement si au dedans du même espace l'on décrit un quatriéme Cercle qui touche le troisiéme décrit du centre K, & les circonferences des deux Demi-cercles, la perpendiculaire tirée du centre P de ce quatriéme Cercle sur le Diametre AC, sera septuple du Rayon du même Cercle, & ainsi des autres, selon la Progression des nombres impairs 3, 5, 7, 9, &c.

Nous remarquerons ici pour les Sçavans, que tous les Cercles infinis qui peuvent toucher les deux circonferences ABC, ADE, ont leurs centres dans la circonference d'une Ellipse, dont un Axe est AO, qui a la ligne AH pour Parametre.

## PROBLEME XXXV.

*Etant donnez sur une ligne droite trois Demi-cercles qui se touchent en dedans, décrire un Cercle qui touche les circonferences des trois Demi-cercles.*

Planche 9. 39. Fig. SI les trois Demi-cercles sont ABC, ADE, EIC, dont les centres F, G, H, sont sur la ligne droite AC, ayant trouvé à la ligne FG, & au Rayon AF, une troisiéme proportionnelle AL, cherchez à la somme des deux lignes AL, AG, au Rayon AG, & au Rayon AF, une quatriéme proportionnelle qui sera la longueur du Rayon KI du Cercle qu'on cher-


O
P
Q
B
K
D
I
39 Fig
A
N
R
F
S
G
T
M
E
V
L
H
C
B
M
I
D
N
40.
O
A
K
F
G
L
E
H
C
C
9
10
41
A
17
B
C
153
120
72
42.
A
135
D
154
B
C
42.
A
B

che, dont la longueur doit être portée sur la ligne AC, depuis G en M, & depuis F en N, afin que décrivant du centre N avec l'ouverture NE un arc de Cercle, & du centre H, avec l'ouverture FM un autre arc de Cercle, que l'on pourroit aussi décrire du centre G avec l'ouverture MC, on ait en la commune intersection K de ces deux arcs, le centre du Cercle qu'on cherche, qu'il ne sera pas difficile de décrire, puisque son Rayon est connu, sçavoir GM, ou FN. Planche 9. 39. Fig.

*Remarque.*

Si l'on joint le centre K avec les centres F, G, H, des trois Demi-cercles donnez, par les lignes droites FK, GK, HK, on aura les deux Triangles FKG, GKH, de même contour, le contour de chacun étant égal au Diametre AC du grand Demi-cercle donné ABC, à cause des deux lignes égales AF, GH.

Si entre les deux circonferences ABC, ADE, l'on décrit, comme dans le Problême precedent, autant de Cercles qu'on voudra, qui se touchent mutuellement, & aussi les deux circonferences ABC, ADE, & que de leurs centres O, P, Q, K, l'on tire sur le Diametre AC, autant de perpendiculaires, la perpendiculaire KV sera égale au Diametre de son Cercle, la perpendiculaire QT sera double du Diametre de son Cercle, la perpendiculaire PS sera triple du Diametre de son Cercle, la perpendiculaire OR sera quadruple du Diametre de son Cercle, & ainsi des autres, selon la suite des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c.

## PROBLEME XXXVI.

*Etant donnez sur une ligne droite trois Demi-cercles qui se touchent en dedans, avec une autre ligne droite tirée par le point d'attouchement des deux Demi-cercles interieurs, & perpendiculaire à la premiere ligne droite; décrire deux Cercles égaux qui touchent cette perpendiculaire & les circonferences de deux Demi-cercles.*

Planche 9. 40. Fig.

SI les trois Demi-cercles donnez sont ABC, ADE, EOC, dont les centres F, G, H, sont placez sur la ligne droite AC, qui est coupée à angles droits au point E par la ligne droite BE, on trouvera le Rayon commun aux deux Cercles égaux qui doivent toucher la perpendiculaire BE, & les circonferences de deux Demi-cercles, en décrivant du point A par le centre F, l'arc de Cercle FI, du point I par le point A, l'arc de Cercle AK, & la ligne KF donnera la longueur du Rayon des deux Cercles égaux qu'on cherche, dont les centres M, N, se trouveront en cette sorte.

Ayant fait la ligne GL égale à la ligne KF, décrivez du centre G, avec l'ouverture LC, l'arc de Cercle MN, & du centre F, avec l'ouverture KE, un autre arc de Cercle qui donnera sur le premier MN, le centre M du Cercle qui doit toucher les circonferences des deux Demi-cercles ABC, ADE, & la perpendiculaire EB. Décrivez aussi du centre H avec l'ouverture FL, un autre arc de Cercle qui coupera le premier MN au centre N du Cercle qui doit toucher la perpendiculaire BE, & les deux circonferences ABC, EOC.

Planche 9. 40. Fig.

*Remarque.*

Si l'on joint les deux centres M, N, avec les trois F, G, H, par des lignes droites, on aura les deux Triangles FMG, GNH, d'un contour égal, ce contour étant dans chaque Triangle égal au Diametre AC du plus grand Demi-cercle donné ABC, à cause des deux côtez égaux GM, GN, de la base GH égale au Rayon AF, & de la base FG égale au Rayon EH. De plus le Rayon MN, ou NO, est quatriéme proportionnel aux trois lignes AG, AF, FG. Enfin si l'on joint les droites AO, CD, elles seront perpendiculaires à leurs Rayons, c'est-à-dire, que la ligne AO sera perpendiculaire au Rayon HO, ou NO, & touchera par consequent les circonferences de ces deux Rayons au point O : & que la ligne CD sera perpendiculaire à chacun des deux Rayons FD, MD, & touchera par consequent au point D, les circonferences de ces deux Rayons. D'où l'on peut tirer une autre construction pour la resolution du Problême.

## PROBLEME XXXVII.

*Décrire un Triangle, dont l'aire & le contour soient un même nombre quarré.*

AYant fait la Base AB de 17 parties prises sur une Echelle divisée en parties égales, décrivez de l'extremité A, avec l'ouverture de 9 de ces parties un arc de Cercle, & un autre arc de Cercle de l'autre extremité B, avec l'ouverture de 10 des mêmes parties, qui coupera le premier en un point, comme C, & joignez les droites AC, BC, 41. Fig.

Planche 9. 41. Fig. & le Triangle ABC sera celuy qu'on cherche, son aire & son contour étant chacun 36, dont la Racine quarrée est 6.

*Remarque.*

Ce Triangle a été trouvé en nombres par le moyen de ces deux Triangles rectangles en nombres de même hauteur 72, 135, 153, & 72, 154, 170, dont les nombres generateurs sont 12, 3, & 11, 7, sçavoir en joignant ensemble ces deux Triangles rectangles, pour avoir le Triangle obli-
42. Fig. quangle ABC, dont la hauteur CD sera 72 à l'égard de la Base AB, qui est 289, & en divisant chaque côté par la Racine quarrée 17 de cette Base 289, &c.

## PROBLEME XXXVIII.

*Faire passer une circonference de Cercle par trois points donnez, sans en connoître le centre.*

Planche 9. 43. Fig. POur décrire un arc de Cercle par trois points donnez, comme par les trois angles du Triangle ABC, sans en avoir le Centre, faites de quelque matiere solide, comme de Carton, un angle égal à l'angle C, & appliquez en diverses manieres un côté de cet angle au point A, en sorte que l'autre côté tombe sur le point B, & alors la pointe du même angle marquera un point de l'arc qu'on cherche, que l'on décrira en joignant tous ses divers points, que l'on peut trouver à l'infini, par une ligne courbe, &c.

## PROBLEME XXXIX.

*Etant données deux lignes perpendiculaires à une même ligne tirée par leurs extremitez, trouver sur cette ligne un point également éloigné de chacune des deux autres extremitez.*

SI l'on donne les deux lignes AB, CD, perpendiculaires à la ligne AC, qui passe par leurs extremitez A, C, on trouvera sur cette ligne AC le point F également éloigné des deux autres extremitez B, D, en joignant ces deux extremitez par la droite BD, & en luy tirant par son point de milieu E, la perpendiculaire EF, qui donnera sur la ligne AC le point F qu'on cherche, de sorte que les deux lignes FB, FD, seront égales entre elles. Planche 9. 44. Fig.

*Remarque.*

Ce Problême se propose ordinairement ainsi; *Etant données les hauteurs AB, CD, & leur distance AC, trouver sur le Terrain AC, le point F, en sorte que les cordes qui seront tenduës depuis les sommets B, D, jusqu'au point F, soient égales entre elles.*

Lorsque les hauteurs AB, CD, & leur distance AC seront connuës en nombres, comme si la hauteur AB étoit de 56 pieds, la hauteur CD de 63, & la distance AC de 49, on trouvera la partie AF en ôtant de la somme des deux quarrez AC, BD, le quarré AB, & en divisant le reste par le double de AC: & pareillement on trouvera la partie CF, en ôtant de la somme des quarrez AC, AB, le quarré CD, & en divisant le reste par le double de AC. Ainsi la

partie AF se trouvera de 33 pieds, & l'autre partie CF de 16 : & chacune des deux cordes égales FC, FD, se trouvera de 65 pieds, comme l'on connoîtra en ajoûtant ensemble les deux quarrez AB, AF, ou bien les deux CD, CF, & en prenant la Racine quarrée de la somme 4225, &c.

## PROBLEME XL.

*Décrire deux Triangles rectangles, dont les lignes soient telles que la difference des deux plus petites du premier soit égale à celle des deux plus grandes du second, & que reciproquement la difference des deux plus petites du second soit égale à celle des deux plus grandes du premier.*

Planche 9. 45. Fig. Tirez premierement les deux lignes perpendiculaires AB, AC, d'une telle grandeur que la premiere AB soit de 60 parties prises sur une Echelle divisée en parties égales, & la seconde AC de 11 parties, & alors l'hypotenuse BC se trouvera de 61 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant ensemble les quarrez AB, AC, & en prenant la Racine quarrée de la somme 3721.

Tirez ensuite les deux lignes perpendiculaires DE, EF, dont la premiere DE soit de 119 parties, & la seconde EF de 120, & alors l'hypotenuse DF se trouvera de 169 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant ensemble les quarrez DE, EF, & en prenant la Racine quarrée de la somme 28561 ; & les deux Triangles rectangles ABC, DEF, satisferont au Problême, car la difference 49 des deux plus petites lignes AB, AC, du premier ABC, est égale à la difference des deux plus grandes DE, EF, du second DEF : & reciproquement la difference 1, des

deux plus petites DE, EF, du second DEF, est égale à la difference des deux plus grandes AB, BC, du premier ABC. Planche 9. 45. Fig.

*Remarque.*

Ces deux differences 49, 1, se rencontrent ici des nombres quarrez, & elles seront toûjours telles dans tous les autres couples de Triangles rectangles qu'on peut trouver par ce Canon general, que j'ay tiré de l'Algebre; *Le double du produit sous le plus grand de deux nombres quelconques & leur somme, & la somme des quarrez des deux mêmes nombres, sont les deux nombres generateurs de l'un des deux Triangles rectangles qu'on cherche: & le double du produit sous le plus petit des deux mêmes nombres & leur somme, & la même somme des quarrez, sont les deux nombres generateurs de l'autre Triangle rectangle qu'on cherche.*

De ces trois nombres generateurs, celuy qui est commun aux deux Triangles rectangles, est l'hypotenuse d'un troisiéme Triangle rectangle, l'un des deux autres est le contour de ce troisiéme Triangle rectangle, & le troisiéme est le même contour, en y changeant le plus grand nombre generateur du troisiéme Triangle rectangle au plus petit.

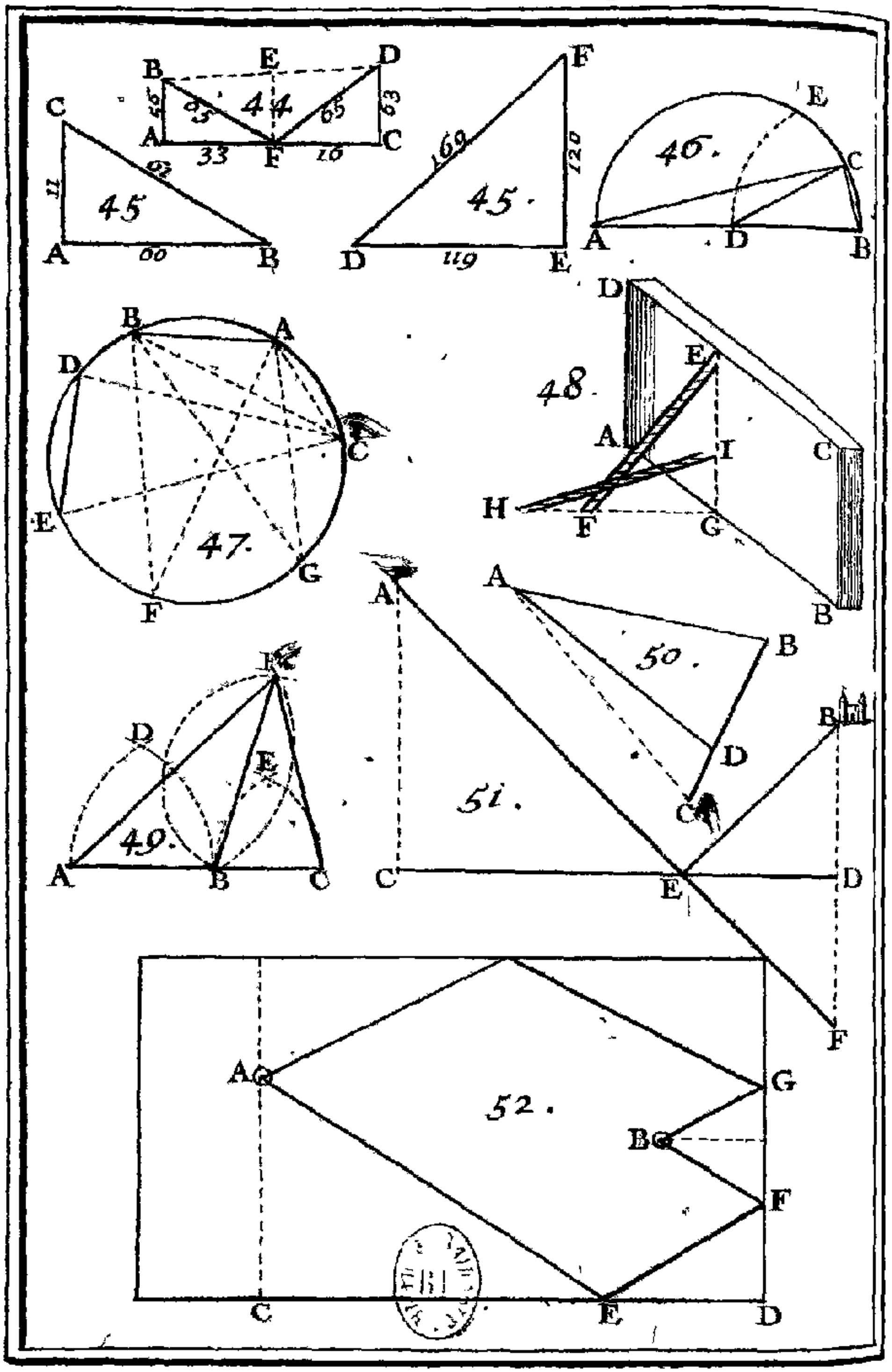
## PROBLEME XLI.

*Diviser la circonference d'un Demi-cercle donné en deux arcs inégaux, en sorte que le Demi-diametre soit moyen proportionnel entre les Cordes de ces deux arcs.*

Planche 10. 46. Fig. SI le Demi-cercle donné est ABE, dont le centre soit D, décrivez par ce centre D, de l'extremité B, du Diametre AB; l'arc de Cercle DE, & ayant divisé l'arc BE en deux également au point C, tirez les deux cordes AC, BC, entre lesquelles le Demi-diametre AD, ou CD, sera moyen proportionnel.

*Remarque.*

Il est évident que l'arc BE est de 60 degrez, & que par consequent sa moitié BC, ou CE, est de 30 degrez, & l'autre arc AEC de 150 degrez. D'où il est aisé de conclure, que parce que le Sinus d'un arc est la moitié de la corde d'un arc double, & que la moitié du Rayon ou Sinus Total est le Sinus d'un arc de 30 degrez, ce Sinus d'un arc de 30 degrez est moyen proportionnel entre le Sinus d'un arc de 15 degrez, & le Sinus de son complement, ou le Sinus d'un arc de 75 degrez.


44.
45.
45.
46.
47.
48.
49.
50.
51.
52.

## PROBLEME XLII.

*Une Echelle d'une longueur connuë étant appuyée contre une muraille d'une certaine distance, trouver combien elle décendra, lorsqu'on l'éloignera un peu davantage du pied de la même muraille.*

SUpposons que l'Echelle EF, qui est appuyée contre la muraille ABCD, soit longue de 25 pieds, & éloignée de la même muraille de 7 pieds, en sorte que la ligne FG, qui est perpendiculaire à la muraille, soit d'autant. Supposons encore qu'on éloigne cette Echelle, depuis F vers H, de 8 pieds, en sorte qu'ayant la situation HI, la partie FH soit de 8 pieds, & toute la ligne GH par consequent de 15 pieds, auquel cas l'Echelle sera décenduë de la ligne EI, qu'on trouvera en cette sorte. Planche 10. 48. Fig.

Multipliez la longueur EF de l'Echelle par elle-même, c'est-à-dire, 25 par 25, pour avoir son quarré 625. Multipliez aussi la longueur FG par elle-même, c'est-à-dire, 7 par 7, pour avoir son quarré 49, qu'il faut ôter du quarré precedent 625, & le reste 576 sera le quarré de la hauteur EG, à cause du Triangle EFG rectangle en G, c'est pourquoy si l'on prend la Racine quarrée de ce reste 576, on aura 24 pieds pour la hauteur EG.

Multipliez pareillement la longueur HI par elle-même, ou 25 par 25, pour avoir son quarré 625: & aussi la longueur HG par elle-même, ou 15 par 15, pour avoir son quarré 225, lequel étant ôté du precedent quarré 625, il restera 400 pour le quarré de la hauteur IG, c'est pourquoy si l'on prend la Racine quarrée de ce reste 400, on

aura 20 pour la hauteur IG, laquelle étant ôtée de la hauteur EG, qui a été trouvée de 24 pieds, le reste donnera 4 pieds pour la ligne EI qu'on cherche.

## PROBLEME XLIII.

*Mesurer une ligne accessible sur la Terre par le moyen de la lumiere & du bruit d'un Canon.*

FAites avec une balle de Mousquet un Pendule long de 11 pouces & 4 lignes, en prenant cette longueur depuis le centre de mouvement jusqu'au centre de la balle; & au moment que vous appercevrez la lumiere du Canon qui doit être au lieu dont vous cherchez la distance du lieu où vous étes, mettez le pendule en branle, en sorte que les arcs des Vibrations ne passent pas 30 degrez; & enfin multipliez toûjours par 100 le nombre des Vibrations qui se seront faites depuis le moment que vous avez apperçû la lumiere jusqu'à celuy où vous avez entendu le bruit du coup de Canon, pour avoir en toises de Paris la distance du lieu où vous étes au lieu où l'on a tiré ce coup de Canon.

*Remarque.*

C'est à peu prés de la même maniere qu'on pourra mesurer la hauteur d'une nuée, lorsqu'elle est proche du Zenit, & qu'il y fait des Eclairs & des Tonnerres: mais cette maniere de mesurer une telle distance est fort incertaine; & j'ay seulement voulu l'indiquer ici par recreation.

Elle sera plus certaine, lorsqu'on voudra mesurer une mediocre distance sur la terre, dont les

extremitez ne peuvent pas être vûës l'une de l'autre : mais au lieu du Canon, il sera plus commode de se servir de l'Arquebuse, dont le son se porte à la distance de 230 toises en une seconde de temps.

Ainsi pour mesurer cette distance, il faut par le moyen d'une horloge à pendule, compter les secondes de temps, qui se seront écoulées entre la lumiere de l'Arquebuse qui aura été tirée à l'une des deux extremitez de la ligne proposée, & le son qui sera parvenu aux oreilles d'une personne, qui doit être située à l'autre extremité de la même ligne ; car en multipliant le nombre des secondes par 230, on aura en toises la longueur de la ligne proposée.

Le Pere Schot dit que par plusieurs experiences on a connu qu'un boulet de gros Canon pointé horizontalement fait une lieuë d'Allemagne de 4000 Pas Geometriques en deux secondes de temps : ce qui peut servir aussi pour mesurer une distance sur la terre, s'il est vray que la vîtesse du son est égale à celle du boulet ; car ainsi l'on pourra dire que la distance en Pas Geometriques est au temps en secondes entre la lumiere & le coup entendu, comme 4000 est à 2 ; ou comme 2000 à 1. &c.

# PROBLEMES D'OPTIQUE.

L'Optique, selon son étymologie est la science de la Vision, qui se fait en trois manieres differentes, sçavoir par des Rayons directs, ou directement envoyez de l'objet à l'œil, ce qui fait la *Perspective*, qui trompe agreablement l'imagination, en representant dans le Tableau, qu'elle suppose transparent, toutes sortes d'objets au naturel, non comme ils sont en effet, mais comme ils agissent dans l'œil, & paroissent dans le Tableau. Ou bien par des Rayons reflets, c'est à-dire, par des Rayons qui se reflechissent, lorsqu'ils sont envoyez contre quelque corps qu'ils ne peuvent pas penetrer, ce qui fait la *Catoptrique*, qui suppose que l'Angle de reflexion est égal à l'Angle d'incidence. Ou bien encore par des Rayons brisez, ainsi appellez, parce qu'ils se rompent en passant par des corps transparens, ce qui fait la *Dioptrique*, qui suppose que lorsqu'un Rayon passe d'un milieu qu'il penetre facilement dans un autre plus difficile à penetrer, il se rompt en s'approchant de la perpendiculaire : & qu'au contraire lorsqu'il sort d'un milieu difficile à penetrer, pour entrer dans un facile, il se brise en s'écartant de la perpendiculaire. L'Optique suppose aussi que les Objets qui sont vûs sous de plus petits angles, paroissent plus petits, ce qui arrive

arrive ordinairement, lorsqu'ils sont plus éloignez. Sur ces suppositions nous resoudrons plusieurs Problêmes utiles & agreables, comme vous allez voir.

## PROBLÉMÉ I.

*Faire qu'un objet étant vû de loin, ou de plus proche, paroisse toûjours de la même grandeur.*

POur faire que la ligne AB paroisse à l'œil posé au point C, par tout d'une même grandeur; on la placera en tel lieu qu'on voudra de la circonference d'un Cercle qui passe par l'œil C, de sorte que si on luy donne la situation DE, auquel cas elle sera plus éloignée de l'œil, neanmoins elle paroîtra de la même grandeur, parce que l'œil arrêté en C, void ces deux lignes égales AB, DE, sous les angles égaux ACB, DCE. Planche 10. 47. Fig.

*Remarque.*

Il est évident que la ligne proposée AB sera toûjours vûë sous un même angle, & que par consequent elle paroîtra toûjours d'une même grandeur à quelque distance que soit l'œil de cette ligne, pourvû qu'il ne quitte jamais la circonference du Cercle qui passe par les deux extremitez A, B: & qu'ainsi sans changer la situation de la ligne AB, on peut changer celle de l'œil, en le plaçant en tel point qu'on voudra de la circonference d'un Cercle quelconque qui passe par les deux extremitez de la ligne, ou grandeur proposée AB, comme en F, ou en G, les angles visuels AFB, AGB, ACB, étant toûjours égaux.

Planche 10. 50. Fig. Il est aussi évident, que la même ligne AB paroîtra toûjours de la même grandeur en l'approchant de l'œil C, sans la placer dans la circonference d'un Cercle, pourvû que ses deux extremitez demeurent toûjours dans les mêmes Rayons visuels AC, BC, comme il arrive en luy donnant la situation AD, parce que dans cette situation elle est vûë sous le même angle visuel ACB, ce qui ne doit point changer sa grandeur apparente, quoiqu'elle soit plus proche de l'œil C.

C'est par cette égalité des angles visuels, que l'on peut écrire contre une muraille des caracteres, qui bien qu'inégaux paroîtront égaux, étant vûs d'un certain point: & que l'on peut placer sur un pinacle, ou sur quelque haut frontispice une statuë d'une telle longueur & d'une telle grosseur, qu'étant vûë d'en bas, elle paroisse d'une grandeur proportionnée à la hauteur du lieu, sans qu'il soit besoin de polir extrémement cette figure, & encore moins de s'arrêter aux muscles du corps, ni aux plis de la Draperie, comme l'on feroit si la figure se voyoit de plus prés.

## PROBLEME II.

*Trouver un point, duquel deux parties inégales d'une ligne droite paroissent égales.*

IL y a une infinité de points differens, d'où les deux parties inégales AB, BC, de la ligne droite AC, étant vûës, peuvent paroître égales, parce qu'ils sont dans la circonference d'un Cercle: mais sans nous arrêter à la Theorie, nous enseignerons ici une Methode tres-courte pour trouver un de ces points, comme vous allez voir.

Décrivez des deux extremitez A, B, avec l'ouverture AB deux arcs de Cercle, qui se coupent ici au point D, duquel il faudra décrire avec la même ouverture du Compas un autre arc de Cercle. Décrivez pareillement des deux extremitez B, C, avec l'ouverture BC, deux arcs de Cercle, qui se coupent ici au point E, & décrivez de ce point E, avec la même ouverture du Compas un autre arc de Cercle, qui coupe ici celuy que nous avons décrit du point D en F, qui sera le point duquel les deux lignes proposées AB, BC, étant vûës, paroîtront égales, à cause de l'égalité des deux angles visuels AFB, BFC. Planche 10. 49. Fig.

*Remarque.*

On travaillera de la même façon, lorsque les deux extremitez des deux lignes proposées AB, BC, ne se joindront pas. Nous avons enseigné dans nôtre *Dictionnaire Mathematique*, la maniere de trouver un point, duquel trois parties inégales d'une ligne droite étant vûës, paroîtront égales.

## PROBLEME III.

*Etant donné un point de quelque objet, & le lieu de l'œil, trouver le point de reflexion sur la Surface d'un Miroir plat.*

SI le point de l'Objet est B, & que le lieu de l'œil soit A, on trouvera sur la Surface d'un Miroir plat, qui est ici representé par la ligne droite CD, le point E de reflexion, en tirant des deux points A, B, les deux lignes AC, BD, perpendiculaires au Plan CD, & en cherchant à la somme des 51. Fig.

Planche 10. 51. Fig. deux perpendiculaires AC, BD, à leur distance CD, & à la perpendiculaire AC, une quatriéme proportionnelle, dont la longueur étant portée sur la ligne CD, depuis C en E, on aura en E le point de reflexion qu'on cherche, de sorte que si l'on tire les deux lignes AE, BE, l'angle d'incidence AEC sera égal à l'angle de reflexion BED, comme il est aisé à démontrer.

*Remarque.*

Dans nôtre *Dictionnaire Mathematique* on trouve ce Problême appliqué à un Miroir Spherique: mais il se peut aisément appliquer au Jeu de Billard, comme si la ligne CD representoit un bord du Billard, & qu'aux deux points A, B, du tapis ou table du même Billard, il y eut deux billes, dont l'une, comme A, ne pourroit pas être envoyée directement contre l'autre B, à cause du Fer qui seroit entre deux; en trouvant le point E, comme il vient d'être enseigné, on auroit en E le point où le Joüeur pourroit envoyer la bille A, afin que par une bricole elle pût toucher l'autre bille qui seroit en B. Mais dans la pratique cela se peut faire plus facilement en cette sorte.

Soit donc CD le bord d'un Billard, & supposons qu'avec une bille qui est en A, un Joüeur veüille fraper par reflexion la bille de son adversaire, qui est en B. Pour trouver le point E sur le bord du Billard, où il faut envoyer la bille A, pour la faire refléchir en B, il faut prolonger par la pensée la perpendiculaire BD jusqu'en F, en sorte que la ligne DF soit égale à cette perpendiculaire BD, & ayant mis en F une marque visible, le Joüeur poussera sa bille A, selon la ligne AF, & alors cette

bille A rencontrant le bord du Billard en E, se re- Plan-
fléchira, & rencontrera necessairement la bille B, che 10.
sur tout si l'on pousse fortement la bille A, pour 51. Fig.
s'opposer aux défauts du Billard.

Comme dans ce Jeu il n'est pas toûjours facile, ni même permis de mettre une marque visible en F, parce que l'adversaire a la liberté de l'ôter; il faut que le Joüeur vise du point F, la bille A, & qu'il remarque par le Rayon visuel AF, le point E sur le bord du Billard, où il doit envoyer sa bille pour la faire refléchir en B.

Si vous voulez trouver le point E de reflexion, 52. Fig.
pour faire que la bille A rencontre la bille B par deux bricoles, ayant tiré du point A, la ligne AC parallele à la ligne DG, & pareillement du point B, la ligne BG parallele à la ligne CD, cherchez à la somme des deux lignes paralleles AC, DG, à la ligne AC, & à la somme des deux lignes paralleles CD, BG, une quatriéme proportionnelle, dont la longueur étant portée en CE, on aura le point E qu'on cherche.

## PROBLEME IV.

*Tirer par derriere l'épaule un Pistolet aussi justement que si on le couchoit en joüe.*

ON se servira d'un Miroir plan qui est ici re- Plan-
presenté par la ligne droite AB, à laquelle est che 11.
perpendiculaire la ligne CD tirée du point C, qui 53. Fig.
represente le but où l'on veut tirer, & dont l'image ou l'apparence dans le Miroir est D, autant éloignée du Miroir que le point C, à l'égard de l'œil posé en E, d'où il voit par reflexion le point C, par le Rayon de Reflexion EFD, le Rayon d'inci-

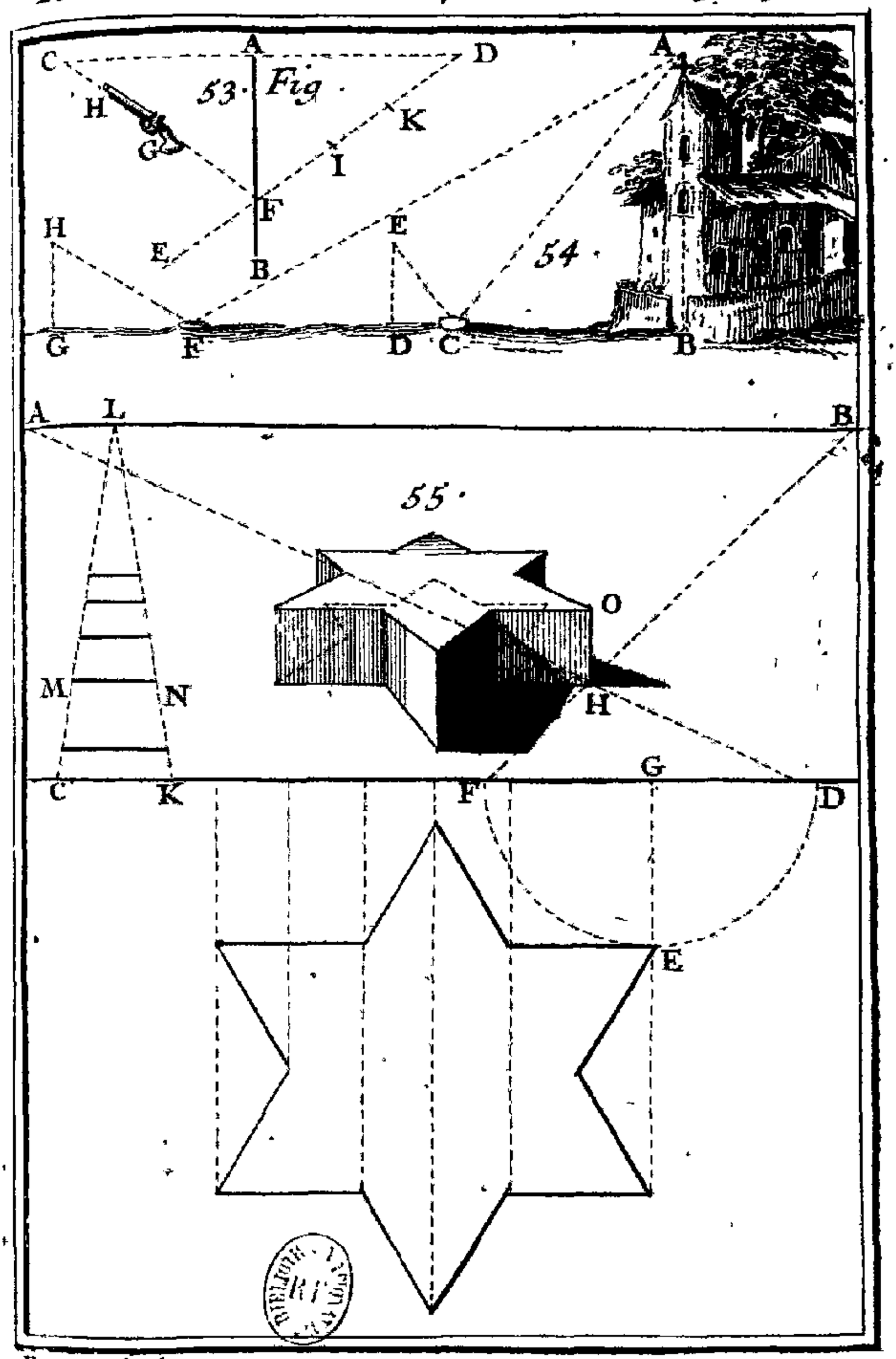
dence étant la ligne CF, selon laquelle il faudra placer le Pistolet GH, en le tournant jusqu'à ce que son apparence IK convienne avec la ligne de reflexion EFD, en cachant l'apparence D du point C, car ainsi le Pistolet GH regardant directement le but proposé C, on ne manquera pas de frapper le point C, si on lâche le coup.

## PROBLEME V.

### *Mesurer une Hauteur par Reflexion.*

Planche 11. 54. Fig. PRemierement, si la Hauteur est accessible, comme AB, en sorte qu'on puisse approcher de son extremité B, & connoître de combien on en est éloigné, lorsqu'on est dans un Plan horizontal & au niveau de cette base B, faites sur ce Plan horizontal à une distance connuë du point B, un petit creux, pour y mettre de l'eau qui le remplisse, afin que dans cette eauë vous puissiez voir par Reflexion le sommet A de la Hauteur à mesurer AB, par le Rayon de Reflexion CE, qui passe par l'œil que je suppose en E, & mesurez exactement la hauteur de l'œil ED, & sa distance CD du point C de Reflexion. Nous supposerons la hauteur ED de 4 pieds, la distance CD de 3, & la distance BC de 48; aprés quoy on dira par la Regle de Trois directe, si la distance CD de 3 pieds donne 4 pieds pour la hauteur ED, combien donnera la distance BC de 48 pieds? & l'on trouvera 64 pieds pour la hauteur AB qu'on cherche, car en multipliant ensemble les deux derniers termes 4, 48, & en divisant leur produit 192 par le premier 3, il vient 64 pour le quatriéme proportionnel.

Mais si la hauteur AB est inaccessible, en sorte




*Berey fecit*

qu'on ne puisse pas mesurer actuellement la distance BC, il faudra dans la même Plaine faire en ligne droite un autre creux à une distance connuë du premier C, comme F, pour le remplir pareillement d'eau, afin que la même personne y puisse voir par reflexion le même sommet A, par le Rayon de reflexion FH, qui passe par l'œil que je suppose en H; j'ay dit la même personne, afin que la hauteur de l'œil GH soit la même que la premiere DE, que nous avons supposée de 4 pieds : & parce que nous avons supposé la distance CD de 3, si l'on suppose la distance CF de 32, & la distance FG de 5, en multipliant ensemble les lignes ED, CF, c'est-à-dire, 4 & 32, & en divisant le produit 128 par l'excés 2 de la distance FG sur la distance CD, on aura 64 pieds pour la Hauteur AB qu'on cherche. Planche 112. 54. Fig.

*Remarque.*

Si vous voulez connoître la distance BC, sans sçavoir la Hauteur AB, multipliez ensemble les deux distances CD, CF, c'est-à-dire, 3 & 32, & divisez leur produit 96 par l'excés 2 de la distance FG, sur la distance CD, & le quotient donnera 48 pieds pour la distance BC, &c.

## PROBLEME VI.

*Representer en Perspective tout ce que l'on voudra, sans se servir du Point de vûë.*

PRemierement pour trouver dans le Tableau l'apparence de quelque point du Plan Geometral, par exemple du point E, tirez de ce point E, la ligne EG perpendiculaire à la ligne de terre CD, & 55. Fig.

Planche 11. 55. Fig.

portez la longueur de cette perpendiculaire GE; de part & d'autre depuis le point G, sur la même Ligne de terre CD, aux points F, D. Aprés cela ayant pris à volonté sur la Ligne horizontale AB, les deux Points de distance A, B, tirez de ces deux points A, B, par les points D, F, les droites AD, BF, qui donneront par leur intersection l'apparence H du point proposé E.

C'est de la même façon que l'on trouvera l'apparence de quelqu'autre point du Plan Geometral, & par consequent la representation de la base de quelque corps que ce soit, lequel par consequent se pourra aisément representer en Perspective, en tirant de tous les points de son Assiete, ou Plan perspectif des lignes perpendiculaires à la Ligne de terre CD, & égales en apparence à la hauteur du corps proposé, ce qui se fera en cette sorte.

Ayant porté la hauteur naturelle du corps proposé sur la Ligne de terre CD, par exemple depuis C en K, tirez de ces deux points C, K, au point L pris à discretion sur la Ligne horizontale AB, les droites LC, LK, qui termineront les hauteurs apparentes de tous les points du corps proposé, en tirant de ces points des lignes paralleles à la Ligne de terre CD; comme pour trouver la hauteur du point H, on en élevera la perpendiculaire HO égale à la partie MN, &c.

## PROBLEME VII.

*Representer en Perspective un Polyëdre équilateral, terminé par six Quarrez égaux, & par huit Exagones reguliers & égaux entre eux.*

CEux qui entendent la Perspective representeront facilement ce corps dans le Tableau, dont le Point de vûë est V, & un des deux points de distance est D, marqué sur la Ligne horizontale DV, qui est parallele à la Ligne de terre AB, pourvû qu'ils en sçachent décrire le Plan & le Profil, ce qui se fera en cette sorte. Planche 12. 56. Fig.

Premierement, si l'on veut que ce Corps s'appuye sur l'un de ses huit Exagones, comme 1, 2, 3, 4, 5, 6, on décrira de son centre C un Cercle, dont le Rayon ou Demi-diametre C8, ou C9, soit tel, que son quarré soit au quarré de celuy de l'Exagone, comme 7 est à 3, de sorte que si le Rayon ou le côté 1, 2, de l'Exagone est de 65465 parties égales, le Rayon C8, ou C9 du grand Cercle en contiendra 100000.

Ayant donc ainsi décrit ce grand Cercle, on le divisera inégalement, comme vous voyez dans la figure, en sorte que le plus petit côté 8, 9, & les autres cinq, soient égaux chacun au côté de l'Exagone, & que le plus grand 7, 10, & les autres cinq soient doubles chacun du plus petit, auquel cas, le plus petit soûtiendra un arc de 38. 12'. & le plus grand, ou son double un arc de 81. 48'. Mais sans cela il sera aisé de décrire ce Plan par la seule inspection de la Figure.

Pour le Profil, décrivez autour du plus petit côté 21, 15, le Demi-cercle 21, 0, 15, & ayant

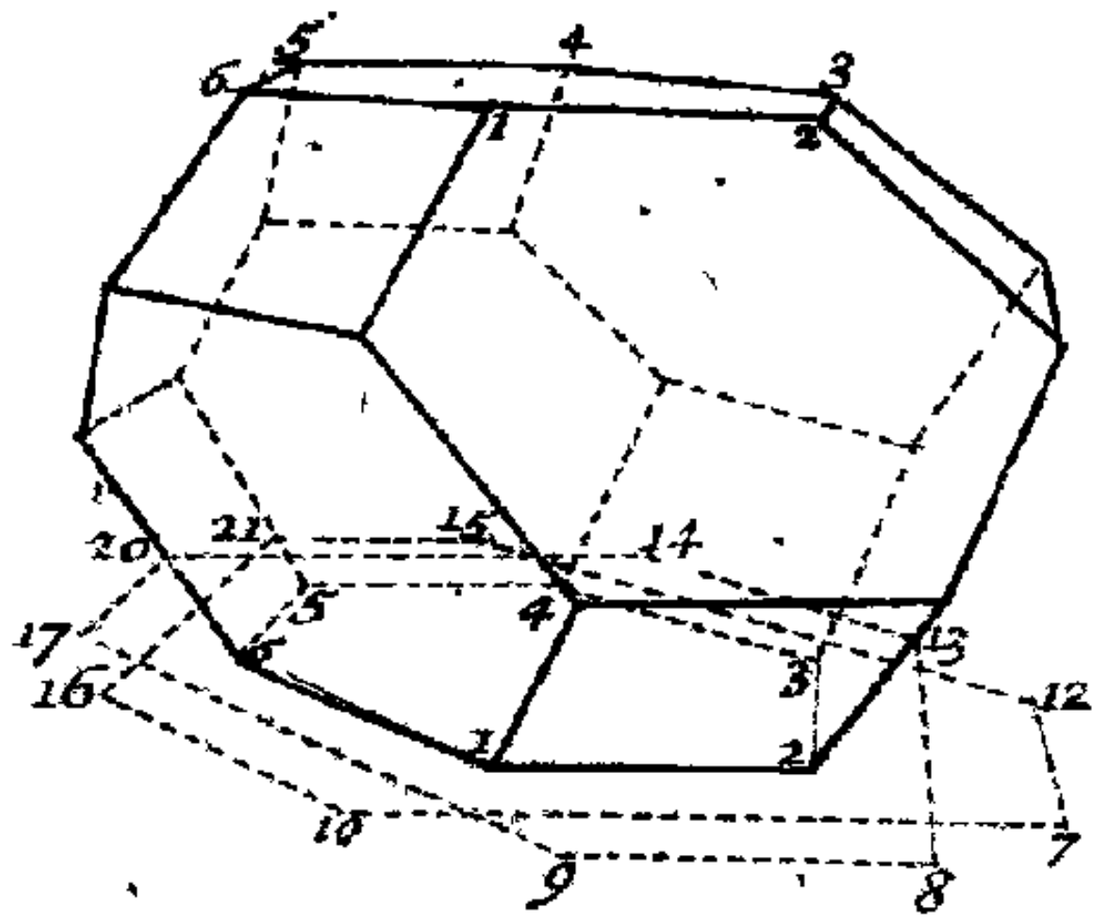
Planche 12. 56. Fig. décrit du point 4 par le point 15, l'arc de Cercle 15, 0, joignez la droite 21, 0, qui sera la hauteur des points 9, 8, 14, 13, 20, 17, la hauteur des points 7, 12, 15, 21, 16, 10, étant égale au double de la ligne 21, 0, & la hauteur des points 1, 2, 3, 4, 5, 6, étant égale au triple de la même ligne 21, 0.

Si l'on met en Perspective ce Plan ainsi décrit, & que de tous ses angles on éleve des perpendiculaires à la Ligne de terre, pour y mettre les hauteurs convenables à celles du Profil, il n'y aura plus qu'à joindre les côtez, comme vous voyez dans la Figure, & encore mieux dans la 57. *Fig.* que nous avons representée en plus grand volume, pour vous mieux faire distinguer les côtez qu'il faut joindre, dont ceux qui sont marquez par des lignes noires, sont ceux qui paroissent à l'œil, & les autres qui sont marquez par des lignes ponctuées, sont ceux qu'on ne void pas.

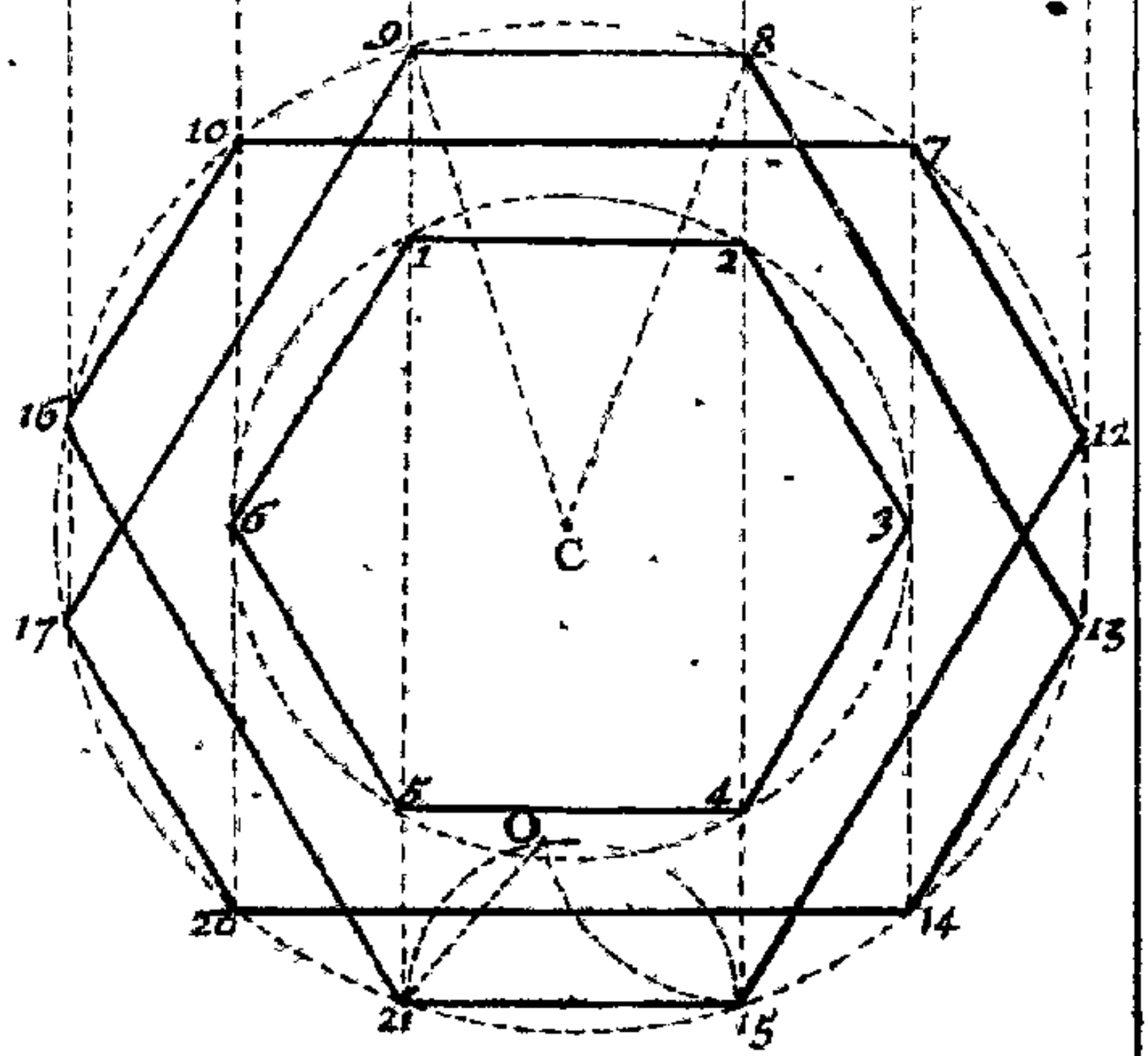
Planche 13. 57. Fig.

Secondement, si l'on veut que le Corps s'appuye sur l'une de ses six Surfaces quarrées, comme sur le Quarré *a*, *b*, 15, 21, le Plan, ou l'Assiete de ce Polyëdre changera, & elle sera telle que vous la voyez dans la Figure, qu'il ne faut que regarder pour la comprendre, pour le moins quand on sçaura, que le grand côté de l'Octogone irregulier, comme *d*12 est égal à la Diagonale *a*15, ou *b*21 du Quarré interieur qui sert de base au Polyëdre. 58. Fig.

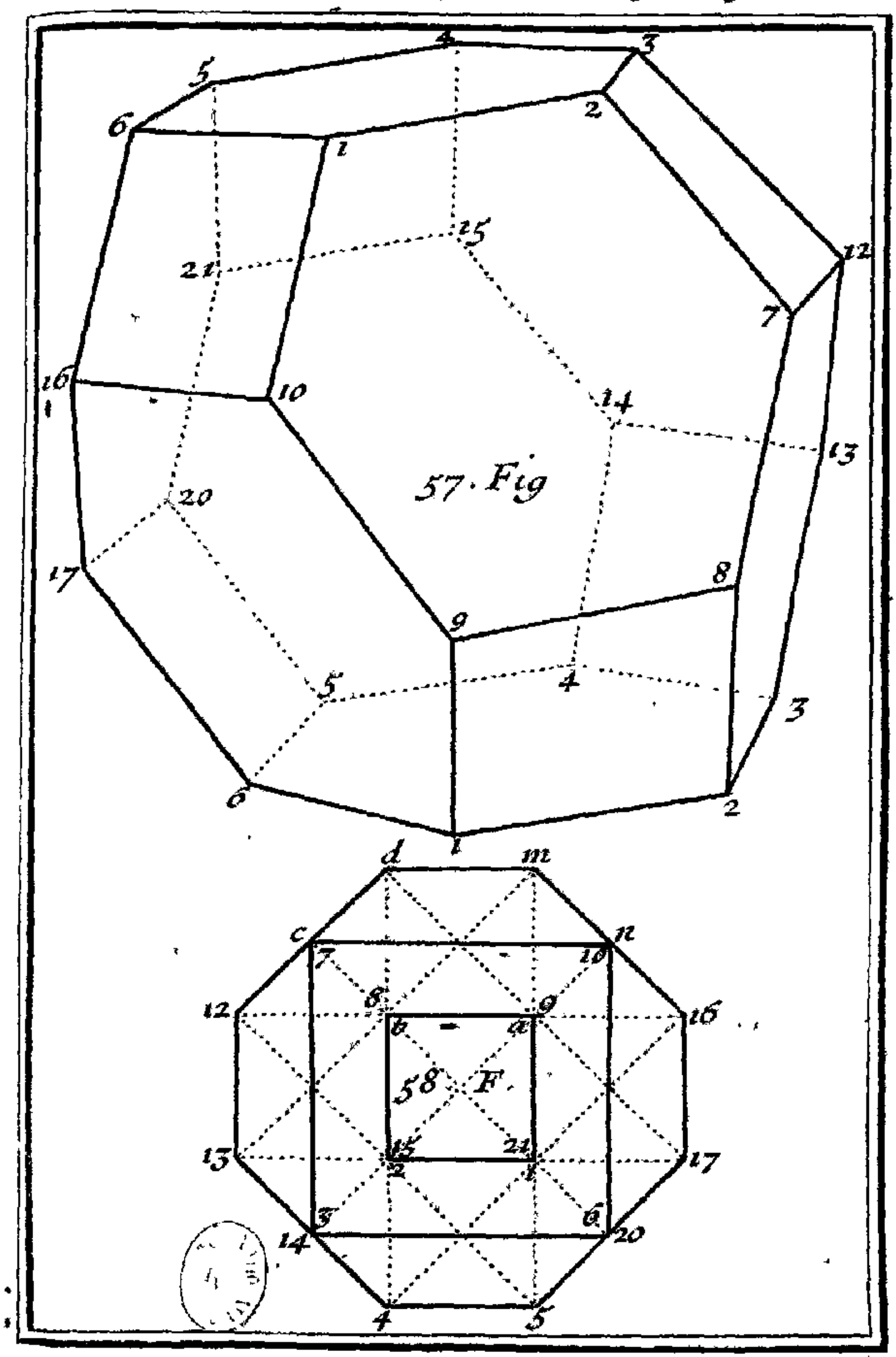
Le Profil change aussi, car la hauteur des points 3, 7, 6, 10, est égale à la moitié *cd* du grand côté *d*12 de l'Octogone irregulier, la hauteur des points 4, 5, 17, 6, *m*, *d*, est égale au côté entier *d*12, la hauteur des points 14, 20, *n*, *c*, est égale au même côté *d*12, & à sa moitié *cd*, & enfin la hauteur des points *a*, *b*, 15, 21, est


6
5
4
3
1
2
20
21
15
14
17
5
4
13
16
6
3
12
1
2
18
7
9
8

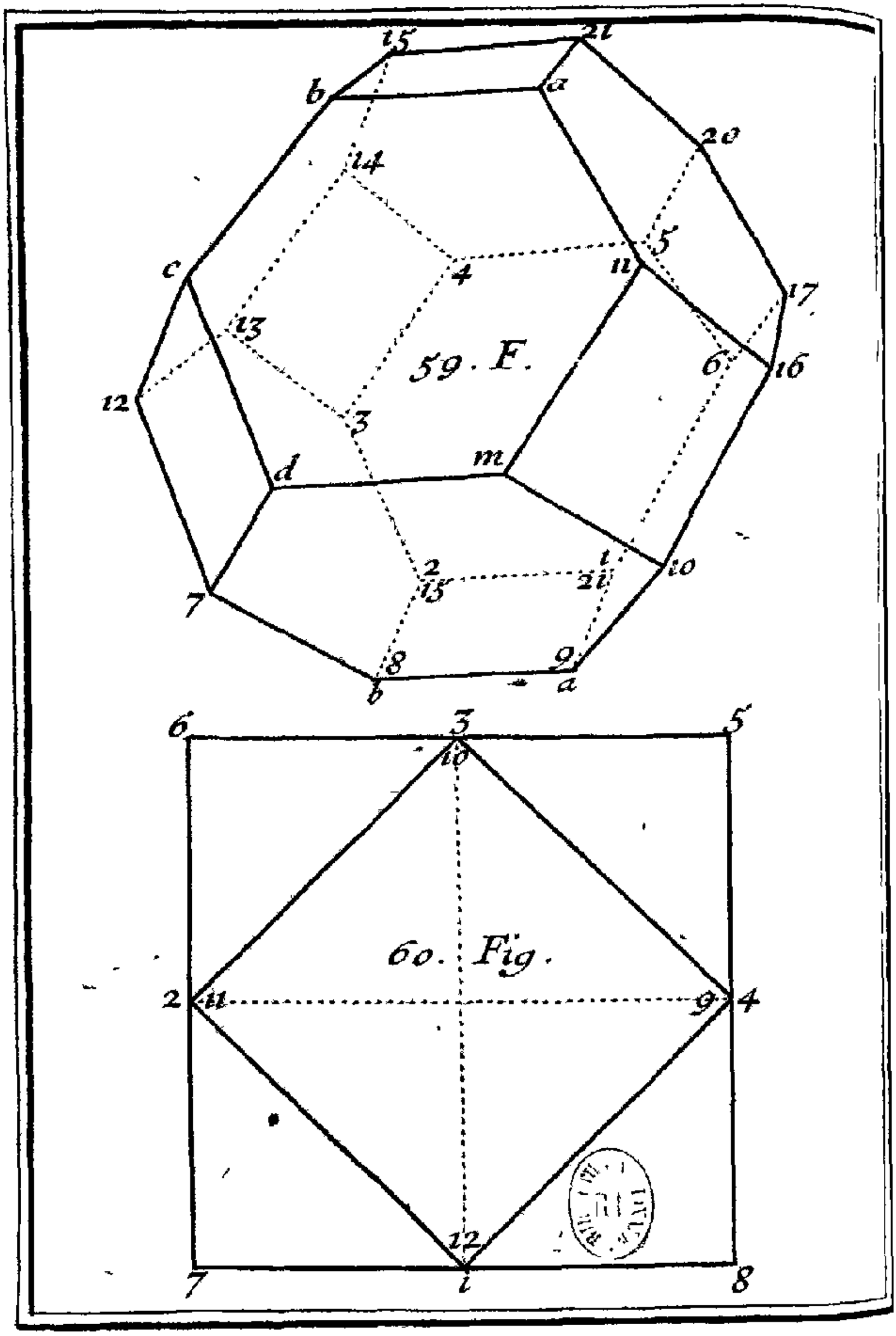
56. Fig.


9
8
10
7
1
2
16
12
6
3
C
17
13
5
4
O
20
14
21
15

56.




Pl. 4.


15
21
b
a
20
14
5
c
4
11
17
13
59. F.
6
16
12
3
d
m
2
1
10
15
21
7
8
9
b
a
6
3
5
10
60. Fig.
2
11
9
4
12
7
1
8

double du même côté *d*12, dont le quarré est au Quarré du Rayon de l'Octogone irregulier, comme 4 est à 5, ce qui fait que si ce Rayon est de 100000 parties égales, le grand côté *d*12 en contient 89442, & soûtient un arc de 53. 8′. & que le petit côté *dm* en comprend 63245, & soûtient un arc de 36. 52′ Par le moyen de ce Plan & de ce Profil, nous avons mis le Polyëdre en Perspective, comme vous voyez dans la 59. *Fig.* Planche 14. 59. Fig.

## PROBLEME VIII.

*Representer en Perspective un Polyèdre équilateral, terminé par six Quarrez égaux, & par huit Triangles équilateraux, & égaux entre eux.*

SI vous voulez que le Polyëdre s'appuye sur l'un de ses six Quarrez égaux, comme 9, 10, 11, 12, il n'y aura qu'à luy circonscrire un autre quarré, & le Plan sera achevé, dont le Profil est tel. 60. Fig.

La hauteur des points 5, 6, 7, 8, est égale à la moitié 3, 5, du côté 6, 5, du quarré circonscrit, & la hauteur des points 1, 2, 3, 4, est égale au côté entier 6, 5, ou à la Diagonale 11, 9, ou 10, 12, du quarré inscrit, qui sert de base au Polyëdre.

Par le moyen de ce Plan & de ce Profil, nous avons mis ce Polyëdre en Perspective, comme vous voyez dans la 61. *Fig.* qui vous fait voir distinctement les côtez qu'il faut joindre, quand on a trouvé dans le Tableau l'apparence des points qui bornent leurs extremitez. Planche 15. 61. Fig.

## PROBLEME IX.

*Representer en Perspective un Polyëdre équilateral, terminé par six Quarrez égaux, & par douze Triangles isoscéles & égaux entre eux, dont la hauteur est égale à la base.*

Planche 15. 62. Fig. PRemierement, si vous voulez que le Polyëdre s'appuye sur l'un de ses six Quarrez égaux, comme 3, 6, 9, 12, son Assiete sera telle que vous la voyez dans la Figure, où les Demi-cercles qui sont décrits des quatre angles droits de la base 3, 6, 9, 12; & des milieux A, B, des deux côtez opposez 5, 2, & 12, 9, font assez connoître la description de ce Plan, sans qu'il soit besoin d'en parler davantage.

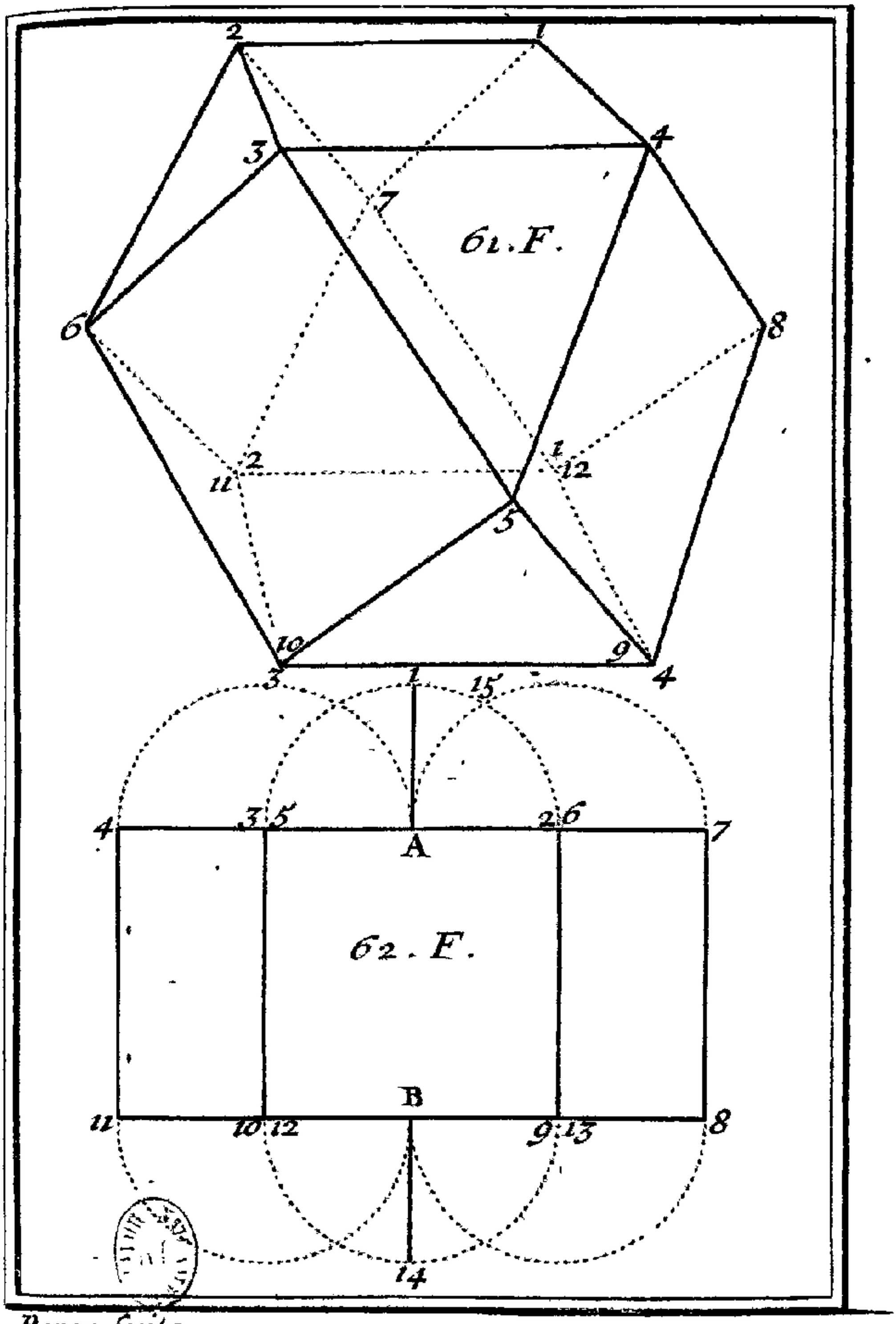
Pour le Profil, nous dirons que la hauteur des points 4, 11, 7, 8, 1, 14, est égale à la touchante 7, 15, & que la hauteur des points 5, 6, 13, 12, est double de la precedente, c'est-à-dire, double de la même touchante 7, 15. Aprés quoy il n'y a plus qu'à regarder la 63. *Fig.* pour comprendre la maniere de representer ce Polyëdre en Perspective, que je vous represente encore tout ombré, & vû d'une autre façon dans la 64. *Fig.*

Planche 16. 63. Fig. Planche 17. 64. Fig.

Secondement, si vous voulez que le Polyëdre soit élevé droit sur l'un de ses angles solides, comme 1, auquel cas son Assiete sera le simple Exagone regulier 2, 3, 4, 5, 6, 7, dont le centre sera le point 1, & le Profil sera tel.

65. Fig.

La hauteur des points 8, 9, 10, 11, 12, 13, est égale à la moitié du côté de l'Exagone: la hauteur des points 2, 3, 4, 5, 6, 7, est égale au triple de la precedente, c'est-à-dire à trois moitiez du côté de l'Exagone: & la hauteur du point 1




*Berey fecit*

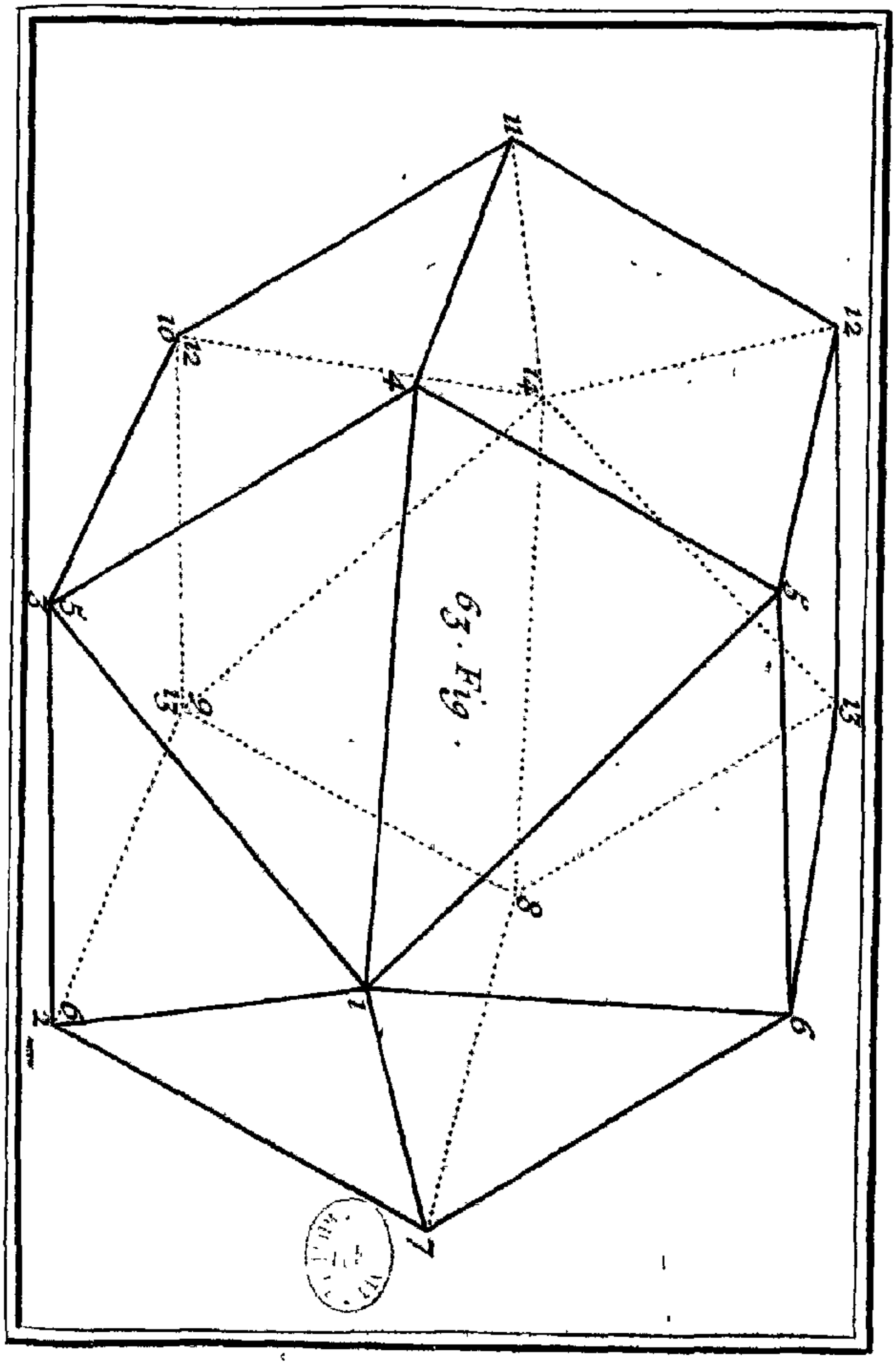
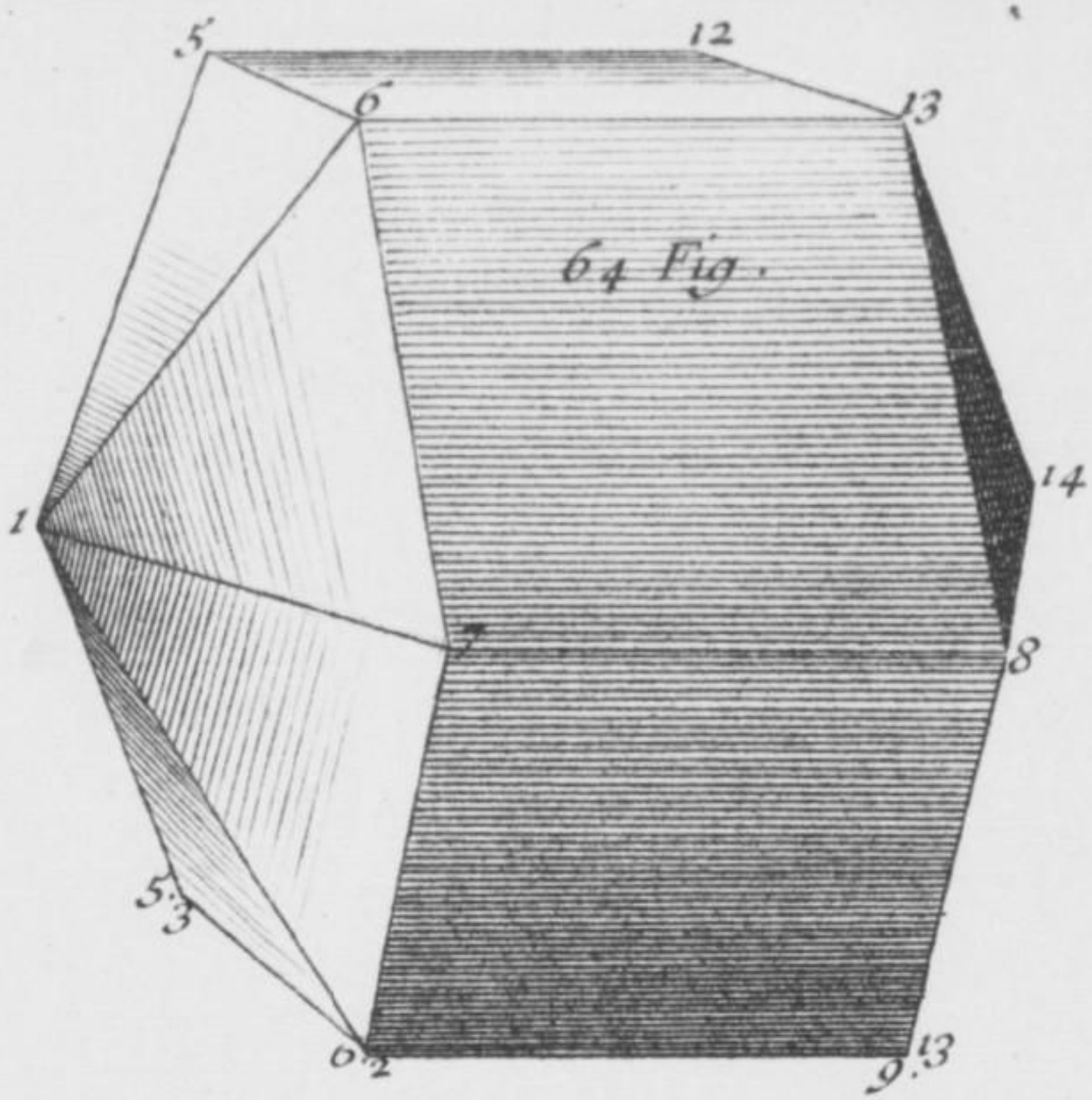
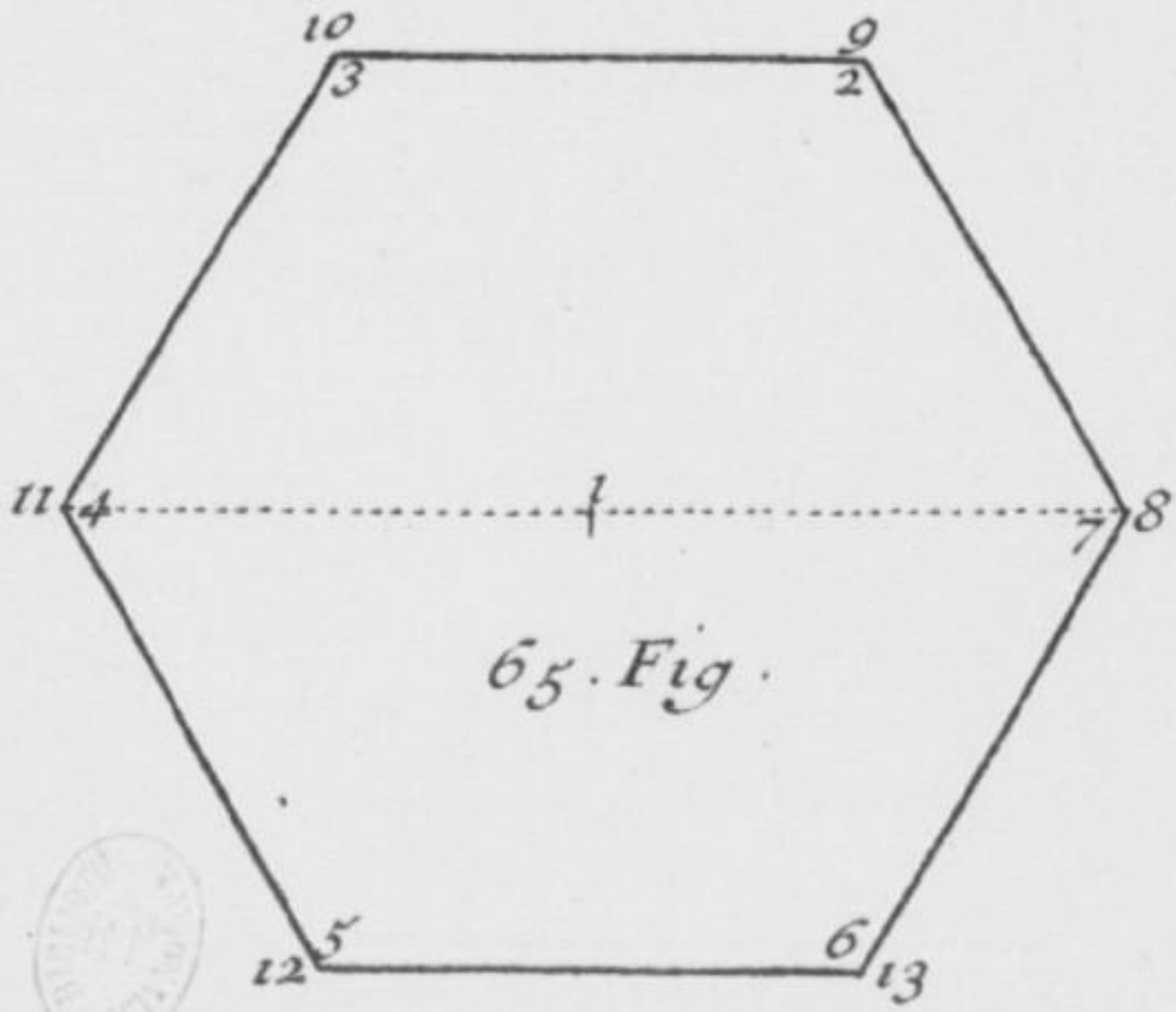



Fig. 63.

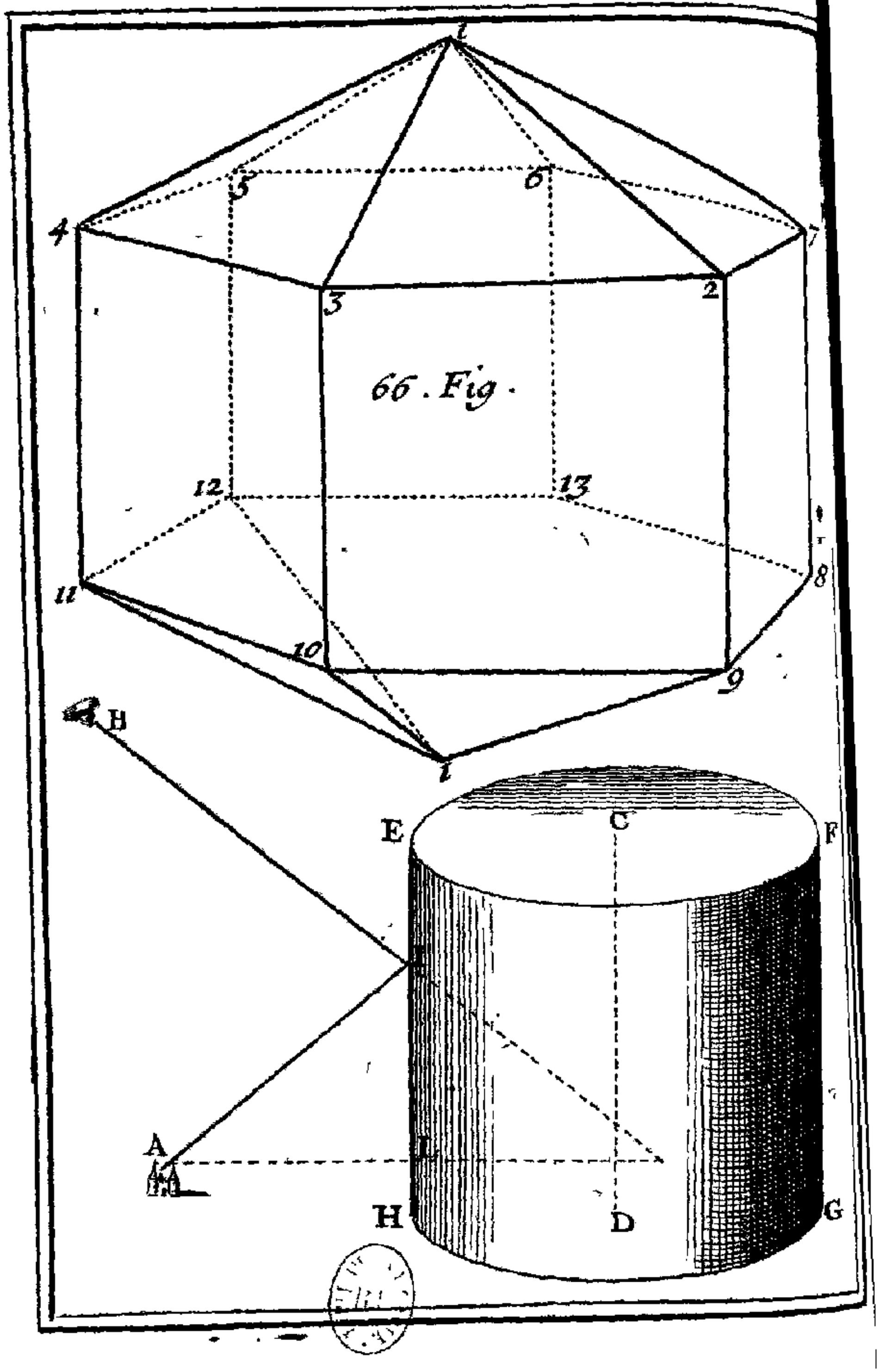



64 Fig.




65. Fig.

Berey fecit




66. Fig.

est double du côté de l'Exagone : ou égale au Diametre 4, 7.

Je n'enseigneray pas ici la maniere de representer en Perspective ce Polyëdre selon son Plan & son Profil, parce que nous en avons suffisamment parlé dans nôtre *Traité de Perspective*, c'est pourquoy je me contenteray de vous en donner simplement ici la Figure. Planche 18. 66. Fig.

## PROBLEME X.

*Representer en Perspective un Polyëdre équilateral, terminé par douze Quarrez égaux, par huit Exagones reguliers & égaux, & par six Octogones reguliers & égaux.*

SI vous voulez que la base de ce corps soit l'un de ses six Octogones, comme 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dont le centre est O, joignez les extremitez de deux côtez opposez & paralleles par des lignes droites paralleles entre elles, qui par leurs mutuelles intersections, formeront un Quarré, comme ABCD. Prolongez les deux côtez opposez & paralleles 1, 2, & 5, 6, & pareillement les deux côtez opposez & paralleles 3, 4, & 7, 8, qui en rencontrant les deux premiers, formeront un autre Quarré plus grand EFGH. Aprés quoy il sera facile d'achever le Plan, sçavoir en faisant la ligne E20 égale à la partie E7, &c. Planche 19. 68. Fig.

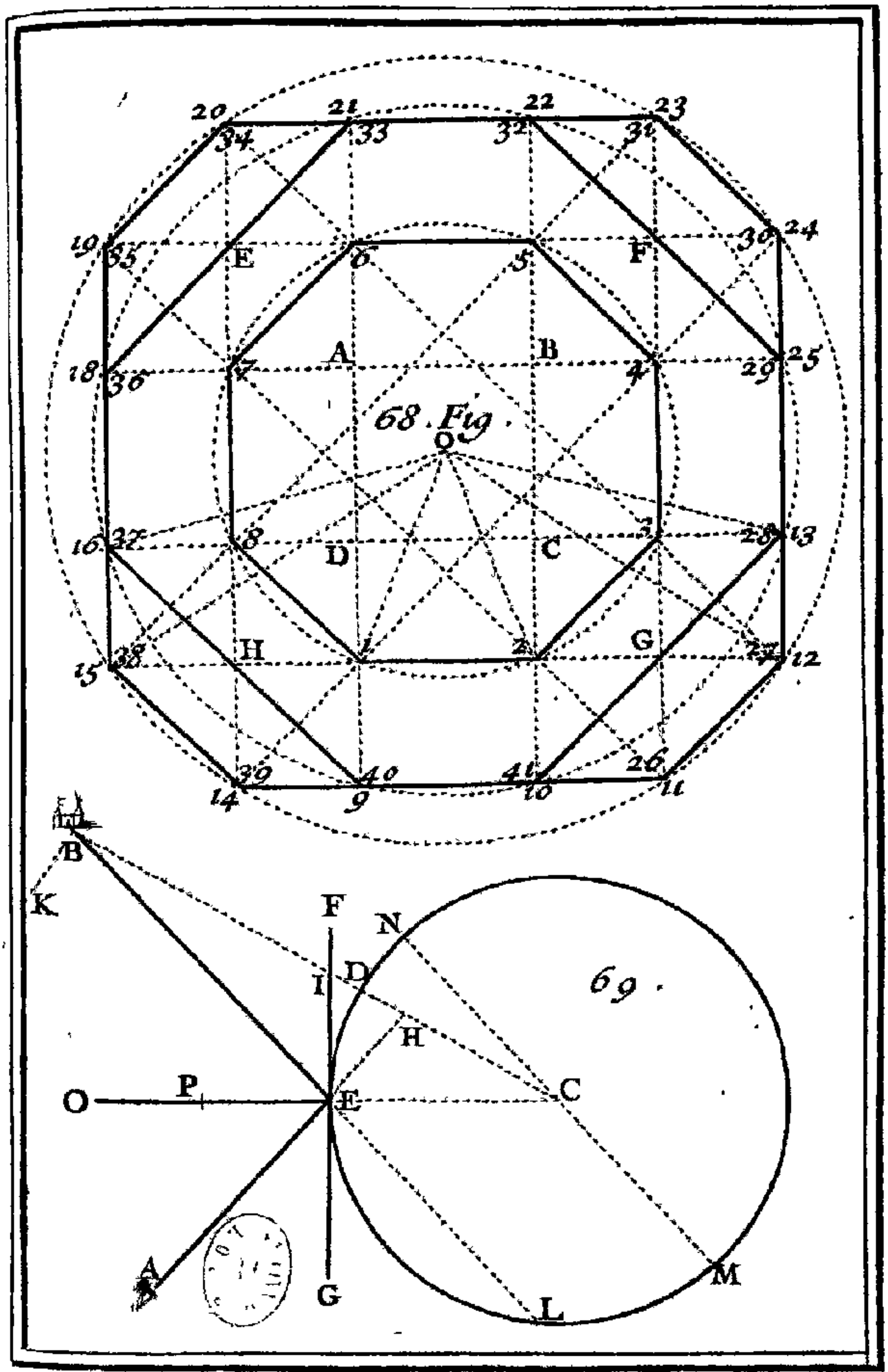
Pour une description plus exacte de ce Plan, on considerera qu'en supposant le Rayon O1, ou O2, de 1000 parties égales, le Rayon O13, ou O16, du Cercle moyen comprend 1514 de ces parties, & que le Rayon O12, ou O15, du plus grand Cercle en contient 1731. Que le plus petit côté soûtient dans le plus grand Cercle un arc 11, 12,

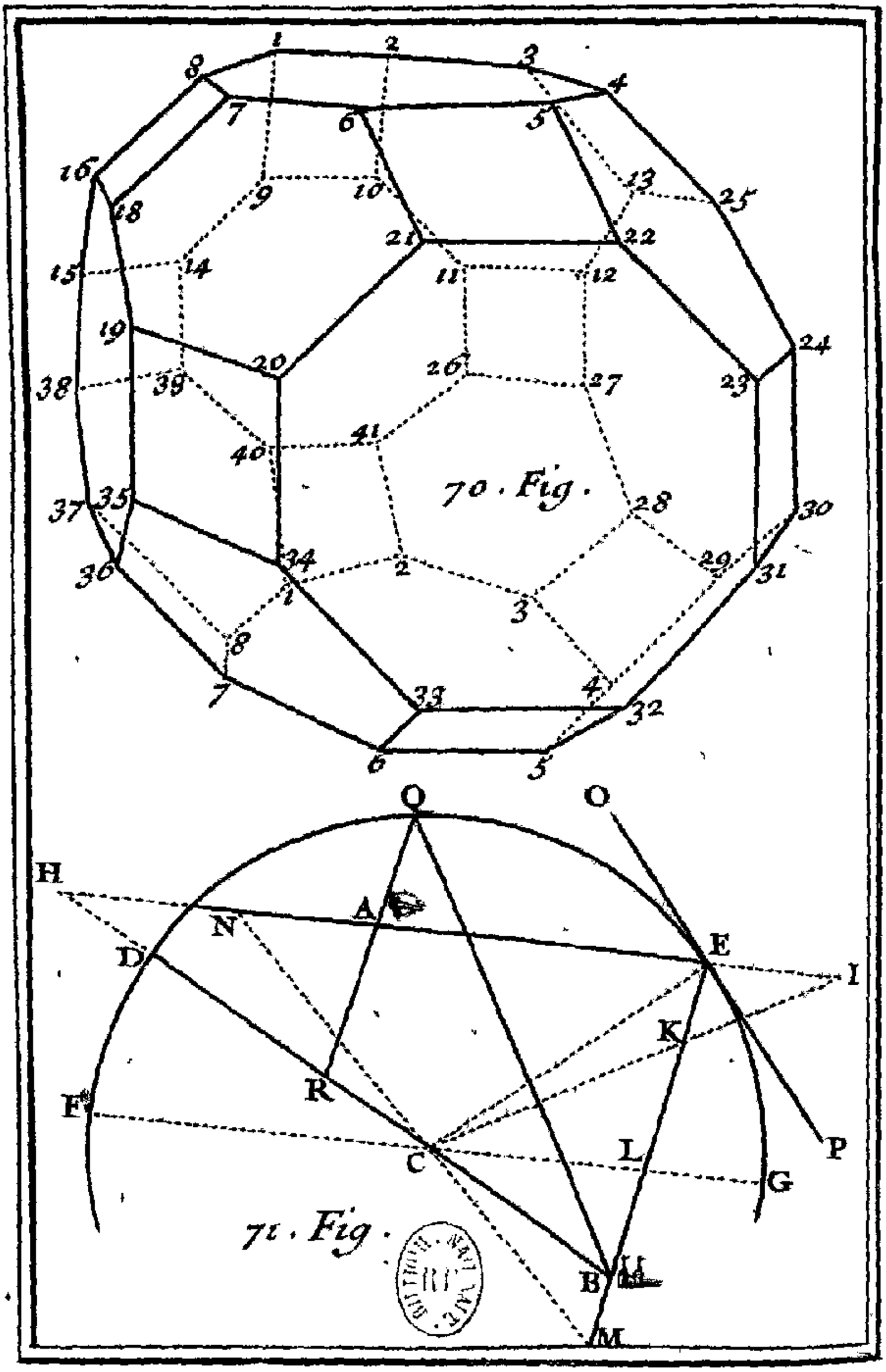
Planche 19. 68. Fig. ou 14, 15, de 25, 32'. dans le moyen un arc 1, 2, de 29. 16'. & dans le plus petit un arc 1, 2, de 45 degrez. Et que le plus grand côté soûtient dans le plus grand Cercle un arc 14, 11, de 64. 28'. & dans le Cercle moyen un arc 10, 13, ou 9, 16, de 60. 44'. dont la corde est double du plus petit côté 9, 10.

Pour le Profil, on donnera toute la ligne 15, 12, à la hauteur des points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dont l'Assiete est l'Octogone interieur, ou le plus petit Octogone regulier 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. On donnera la partie 15, G, à la hauteur des points 9, 10, 13, 25, 22, 21, 18, 16, dont l'Assiete est l'Octogone moyen. On donnera la partie 15, 2, à la hauteur des points 14, 11, 12, 24, 23, 20, 19, 15, dont l'Assiete est le plus grand Octogone. On donnera la partie 15, 1, à la hauteur des points 26, 27, 30, 31, 34, 35, 38, 39, dont l'Assiete est le plus grand Octogone. Enfin l'on donnera la partie 15, H, à la hauteur des points 40, 41 28, 29, 32, 33, 36, 37, dont l'Assiete est l'Octogone moyen.

La hauteur 15, 12, se trouvera de 2930 parties, dont le Rayon O1 du plus petit Octogone en contient 1000, la hauteur 15, G, est de 2389 semblables parties : la hauteur 15, 2, en contient 1848 : la hauteur 15, 1, en comprend 1082 : & enfin la hauteur 15, H, en contient 541.

Planche 20. 70. Fig. Quand on aura mis en Perspective le Plan de ce Polyëdre terminé par 26 faces, & qu'on aura déterminé la position de ses angles solides suivant leurs hauteurs differentes, que le Profil precedent vous donne, on joindra ces angles solides par des lignes droites qui feront les côtez égaux du Polyëdre, comme vous voyez dans la Figure, qu'il suffit de regarder pour la comprendre.


68. Fig.
69.
Berey fecit


70. Fig.
71. Fig.
O
H
A
N
D
E
I
K
R
F
C
L
G
P
B
M

## PROBLEME XI.

*tant donnez les points de l'œil & de quelque objet, avec le point de reflexion sur la Surface d'un Miroir plan, déterminer dans ce Miroir le lieu de l'image de l'objet proposé.*

SI l'œil est A, l'Objet B, & que le point de reflexion soit E sur la Surface CD d'un Miroir plan, tirez de l'Objet B, la ligne BF perpendiculaire à cette Surface, & prolongez le Rayon de reflexion AE jusqu'à ce qu'il rencontre cette perpendiculaire en un point, comme F, ou, ce qui est la même chose, faites DF égale à DB, & le point F sera le lieu de l'image de l'Objet B, c'est-à dire, le point ou l'objet B sera vû par l'œil A dans le Miroir plan CD, selon ce principe d'Optique, qui nous apprend que l'image d'un Objet se fait au concours du Rayon de reflexion, & d'une ligne droite tirée de l'Objet perpendiculairement à la Surface du Miroir, soit que cette Surface soit plane, ou Spherique. D'où il est aisé de conclure par l'égalité des Angles de reflexion & d'incidence; que quand le Miroir est plan, comme nous le supposons ici, l'Objet doit être vû autant enfoncé dans le Miroir qu'il en est éloigné, & c'est à cause de cela que nous avons fait la ligne DF égale à la perpendiculaire DB. Planche 10. Fig. 51.

Il s'ensuit aussi que la distance AF de l'image F de l'Objet B, à l'œil A, est égale au Rayon d'incidence BE; & au Rayon de reflexion AE, parce que le Rayon d'incidence BE est égal à la ligne EF, à cause de l'égalité des deux Triangles rectangles EDB, EDF.

Il s'ensuit encore que si l'œil A s'approche ou

Planche 10. 51. Fig. s'éloigne dans le même Rayon de reflexion AE du point de reflexion E, d'une certaine quantité, l'image F de l'Objet B s'approchera ou s'éloignera de l'œil A de la même quantité, parce que la distance EF demeurant toûjours la même, la distance AF croîtra ou décroîtra comme la distance AE.

Il s'ensuit de plus que lorsque le Miroir plan est parallele à l'Horizon, comme CD, une grandeur perpendiculaire à l'Horizon, comme BD, doit paroître renversée: & que lorsque le Miroir plan est perpendiculaire à l'Horizon, la main droite d'une personne luy doit paroître à la gauche de son image, & la gauche à la droite.

Enfin il s'ensuit que la distance de l'œil à l'image de quelque Objet vû dans le dernier Miroir par plusieurs reflexions à l'aide de plusieurs Miroirs plans, est égale à la somme de tous les Rayons d'incidence & de reflexion: & qu'un Objet se peut quelquefois multiplier dans un Miroir plan, lorsqu'il est de verre.

C'est ainsi que l'on void quelquefois qu'un flambeau allumé paroît double dans un Miroir plan de verre un peu épais, à cause de la double reflexion qui s'y fait, sçavoir une qui se fait sur la Surface exterieure du Miroir, & une autre qui se fait dans le fonds du même Miroir; car la lumiere ne peut pas toute se refléchir sur la Surface exterieure du Miroir, mais elle penetre la glace du Miroir, quand elle est de verre, jusqu'à ce qu'elle rencontre cette feüille d'étain qu'on met derriere, pour empêcher les Rayons de passer outre, où par consequent il se fait une seconde reflexion, & l'œil se rencontrant dans le concours des deux Rayons de reflexion qui ne peuvent pas être paralleles, il ne faut pas s'étonner s'il void l'Objet double, on en

deu

deux endroits differens du Miroir. Il est évident que la diverse irregularité du verre, & les diverses reflexions, peuvent faire multiplier davantage l'Objet, sur tout lorsqu'il sera vû un peu de côté.

## PROBLEME XII.

*Etant donnez les points de l'œil & de quelque objet, avec le point de reflexion sur la Surface convexe d'un Miroir Spherique, déterminer dedans ou hors de ce Miroir l'image de l'objet proposé.*

SI l'œil est A, l'Objet B, & que le point de reflexion soit E sur la Surface convexe DEL d'un Miroir Spherique, dont le centre est C, tirez de ce centre C, à l'Objet B; la droite BC, qui sera perpendiculaire à la Surface du Miroir Spherique; & dans laquelle par consequent sera l'image de l'Objet B, sçavoir H, qu'on trouvera en prolongeant le Rayon de reflexion AE, qui rencontre ici au dedans du Miroir la cathete d'incidence BC au point H, car il la peut rencontrer au point D de la Surface du Miroir, & aussi au dehors, sçavoir lorsque l'angle d'incidence BEF, ou l'angle de reflexion AEG sera bien petit, ce qui fait que l'Objet B peut être vû au dedans du Miroir Spherique, comme ici, & quelquefois en sa Surface; ou bien au dehors. Planche 19. Fig. 69.

### SCOLIE.

La touchante FG qui passe par le point E de reflexion, détermine, comme vous voyez, les angles d'incidence & de reflexion, & coupe la cathete d'incidence BC en I, en telle sorte que les quatre lignes BC, CD, BI, DI, sont proportionnelles, &

Planche 19. 69. Fig. que par conſequent la ligne BC ſe trouve coupée aux points I, D, dans la moyenne & extréme raiſon proportionnelle, c'eſt-à-dire, que le Rectangle ſous toute la ligne BC & ſa partie du milieu DI, eſt égal au Rectangle ſous les deux autres parties extrémes BI, CD; comme l'on démontrera aiſément en tirant par le point B, la ligne BK parallele au Rayon de reflexion AE.

Il eſt évident par la proprieté des Foyers d'une Ellipſe, que les deux points A, B, ſont les Foyers d'une Ellipſe, qui touche le Miroir Spherique au point E de reflexion, & qui a pour grand Axe la ſomme des deux Rayons AE, BE, de reflexion & d'incidence : & qu'ainſi pour trouver le point de reflexion E, il n'y a qu'à décrire une Ellipſe qui touche la circonference DEL, & dont les Foyers ſoient les deux points A, B, ce qui ſe peut aiſément faire par l'interſection de la circonference DEL, & d'une Hyperbole entre ſes Aſymptotes, dont l'oppoſée paſſe par le centre C de la même circonference DEL, comme nous avons démontré dans nôtre *Dictionnaire Mathematique*.

Il eſt évident auſſi, que l'apparence H de l'Objet B, eſt plus proche du point E de reflexion, que du centre C, c'eſt-à-dire, que la ligne CH eſt toûjours plus grande que la ligne EH, parce que l'angle CEH eſt toûjours plus grand que l'angle ECH, comme l'on connoîtra en prolongeant vers L le Rayon d'incidence BE, & en luy tirant du centre C, la parallele MN.

Il eſt encore évident, que la même apparence H de l'Objet B eſt auſſi plus proche du point de reflexion E, ou du point D de la Surface du Miroir, que l'Objet B, c'eſt-à-dire, que la ligne EH eſt moindre que le Rayon d'incidence BE, & que la

ligne DH est moindre que la cathete d'incidence BD. Planche 19. 69. Fig.

Enfin il est évident, que si la grandeur OE est perpendiculaire à la Surface du Miroir Spherique DEL, en sorte qu'étant prolongée elle passe par son centre C, le point P le plus proche du Miroir, doit paroître moins enfoncé que le point O plus éloigné : & que cette grandeur OE doit paroître renversée & plus petite.

D'où il suit qu'une grandeur doit paroître dans un Miroir Spherique convexe toûjours plus grande à mesure qu'elle s'approche du Miroir parallelement à soy-même, parce qu'alors elle paroît moins enfoncée, & par consequent plus proche de l'œil, & qu'elle se trouve renfermée dans un plus grand angle. Il arrivera la même chose si l'Objet demeure immobile, & que l'œil s'approche du Miroir, parce que pour lors il verra aussi cet Objet moins enfoncé dans le Miroir, & consequemment plus grand, puisqu'il le verra de plus proche.

## PROBLEME XIII.

*Déterminer le lieu de quelque Objet, vû par réflexion sur la Surface d'un Miroir Cylindrique.*

CE Problême est assez difficile, parce qu'un Miroir Cylindrique étant pris selon sa longueur, peut être consideré comme un Miroir plan, & étant pris exactement selon sa rondeur, il peut être consideré comme un Miroir Spherique, & enfin étant pris en tout autre sens, il participe des proprietez d'un Miroir plan & d'un Spherique. Planche 18. 67. Fig.

C'est pourquoy si le point de quelque Objet & l'œil sont dans un Plan qui passe par l'Axe du Mi-

Planche 18. 67. Fig.

roir Cylindrique, ce point sera vû par reflexion dans le Miroir Cylindrique comme dans un Miroir plan, sçavoir autant enfoncé dans le Miroir qu'il en sera éloigné.

Comme si l'on suppose un point A de quelque Objet, & l'œil B, dans un Plan qui passe par l'Axe CD du Miroir Cylindrique EFGH, ce point A sera vû en H par le Rayon de reflexion BIH, sçavoir au concours de ce Rayon de reflexion, & de la ligne ALH perpendiculaire à la commune Section EH du Miroir & du Plan qui passe par l'œil & par le point de l'Objet A : & dans ce cas, il est évident que l'Objet A paroît autant enfoncé dans le Miroir qu'il en est éloigné, c'est-à-dire, que les lignes AL, LH, sont égales entre elles, à cause des deux Triangles rectangles égaux ALI, HLI.

Mais si l'œil & le point de l'Objet sont dans un Plan parallele à la base du Miroir Cylindrique, comme la Section de ce Plan & du Miroir est un Cercle, l'Objet paroîtra dans ce Miroir Cylindrique, comme nous avons vû qu'il devoit paroître dans un Miroir Spherique. D'où il suit que les grandeurs paralleles à la base d'un Miroir Cylindrique y paroissent beaucoup racourcies, & que celles qui sont paralleles à l'Axe du même Miroir, y paroissent presque de la même grandeur, comme dans un Miroir Plan. Cela est encore vray dans un Miroir Conique, comme il est aisé à démontrer.

## PROBLEME XIV.

*Etant donnez les points de l'œil, & de quelque objet, avec le point de reflexion sur la Surface concave d'un Miroir Spherique, déterminer dedans ou hors de ce Miroir l'image de l'objet proposé.*

SI l'œil est A, l'Objet B, & que le point de reflexion soit E sur la Surface concave FEG d'un Miroir Spherique, dont le centre est C, tirez de ce centre C, à l'Objet B, la droite BC, qui étant prolongée rencontre ici le Rayon de reflexion AE, aussi prolongé au point H, qui sera l'image ou la representation de l'Objet proposé B, parce que ce point H est le concours du Rayon de reflexion AE, & de la cathete d'incidence CD, tirée du centre C par l'Objet B. Planche 20. 71. Fig.

*Remarque.*

Si l'Objet avoit été plus proche du Miroir, comme en K, son apparence I se seroit trouvée de l'autre côté, sçavoir au concours du Rayon de reflexion AE, & de la cathete d'incidence CI, tirée du centre C par l'Objet K : & si l'Objet étoit en L, il ne se verroit point du tout dans le Miroir, parce que dans le cas la cathete d'incidence FG, tirée du centre C par l'Objet L, ne rencontreroit point le Rayon de reflexion AE, luy étant parallele : & enfin si l'Objet étoit en M, son apparence N se trouveroit en dehors, sçavoir au concours du Rayon de reflexion AE, & de la cathete d'incidence CN, tirée du centre C par l'Objet M.

Planche 20. 71. Fig.

Par là on void la raison de ce que l'experience nous enseigne tous les jours, sçavoir qu'un Objet peut être vû par reflexion dans un Miroir concave, comme dans un convexe, hors de la Surface du Miroir, comme est ici le point N, qui est l'image de l'Objet M : & en dedans, comme H, qui est l'image de l'Objet B, ou I, qui est l'image de l'Objet K, ces deux images H, I, paroissant enfoncées dans le Miroir, mais jamais tant enfoncées, comme si le Miroir étoit plan ; cela venant des differens concours des Rayons de reflexion, & des cathetes d'incidence, qui peuvent faire voir les Objets quelquefois en la Surface du Miroir, quelquefois en dedans, & d'autrefois en dehors & pardevant, plus ou moins loin du Miroir : de sorte qu'on les voit tantôt entre l'Objet & le Miroir : tantôt au lieu même où est l'Objet, ce qui fait que l'on peut manier l'image de sa main, ou de sa face hors du Miroir : tantôt plus loin du Miroir que l'Objet n'en est éloigné : & tantôt au lieu même où l'œil est placé, ce qui fait que ceux qui en ignorent la raison, ont peur, & se retirent, quand ils voyent sortir hors du Miroir l'image d'une Epée, ou d'une Dague, que quelqu'un tient derriere eux.

Il est évident que la touchante OP, qui passe par le point E de reflexion, détermine l'angle d'incidence BEP, & son égal, ou l'angle de reflexion AEO : & que la ligne CE qui est perpendiculaire à la touchante OP, divise en deux également l'angle AEB fait par les Rayons d'incidence & de reflexion. D'où il suit, que si l'on divise en deux également cet angle par une ligne droite, cette ligne droite passera par le centre C du Miroir Spherique, parce qu'elle sera perpendiculaire à la touchante OP.

Il est aisé de juger, que l'Objet B peut être vû

par reflexion en deux endroits differens, lorsque l'œil est placé en un certain point ; car si l'on mene un Rayon d'incidence quelconque BE, avec son Rayon de reflexion AE, & un autre Rayon d'incidence BQ, avec son Rayon de reflexion QR, qui rencontrera le premier en un point, comme A, où l'œil étant mis, il verra l'Objet B par les deux Rayons de reflexion AE, AQ, & par consequent en deux endroits differens, sçavoir aux points H, R, au dedans & au dehors du Miroir. Planche 20. 71. Fig.

Il est aussi facile de juger que si l'Objet est placé au centre C du Miroir, son image se reflechit contre luy-même, parce que dans ce cas l'Angle d'incidence est droit. C'est pourquoy celuy qui aura l'œil au centre C du Miroir, ne pourra voir autre chose que soy-même.

## PROBLEME XV.

### *Des Miroirs ardans.*

NOus avons vû au Problême precedent, que deux Rayons de reflexion, qui appartiennent à un même Objet, comme AE, AQ, qui appartiennent à l'Objet B, s'unissent & se rencontrent au point A, au devant du Miroir, ce qui n'arrive pas aux Miroirs plans, où les Rayons de reflexion s'écartent, & encore moins aux Miroirs convexes, où les Rayons de reflexion s'écartent encore davantage, & s'unissent au derriere du Miroir. D'où il suit que par leur moyen on ne peut pas produire du feu, comme l'on fait à l'aide d'un Miroir concave, lequel alors on appelle *Miroir ardant*, qui peut être Parabolique & Spherique. Il est facile d'en faire de Spheriques, parce que le Tour peut

aisément servir à faire un modelle pour cela, & qu'on les peut aisément polir : mais quand ils sont Paraboliques, ou de quelqu'autre figure, le Tour ne peut pas être si facilement mis en usage, pour faire un modelle qui puisse servir pour les construire, ce qui fait qu'on en void tres-rarement de semblables, & que mêmes ils ne se rencontrent pas si bons que les Spheriques, quoique selon la Theorie ils devroient être meilleurs. C'est pourquoy nous parlerons seulement ici des Miroirs Spheriques.

Planche 21. 72. Fig. Soit donc la Surface concave d'un Miroir Spherique bien poli ABC, dont le centre soit D, & un Demi-diametre BD. Soit un Rayon de lumiere EF parallele au Demi-diametre BD, qui se reflé-chissant par le Rayon de reflexion FG, coupera le Demi-diametre BD en un point, comme G, plus proche de la Surface du Miroir Spherique, que de son centre, c'est-à-dire, que la ligne BG sera toûjours plus petite que la ligne DG, comme l'on connoîtra en tirant le Demi-diametre DF, qui fera le Triangle isoscele FGD, &c.

Il est aisé de juger, que si de l'autre côté il y a un Rayon de lumiere parallele au même Demi-diametre BD, & autant éloigné de ce Demi-diametre BD, que le Rayon EF, comme HI, en sorte que les arcs BF, BI, soient égaux, ce Rayon HI se reflé-chira par le Rayon IG, qui passera par le même point G : & que si ce Rayon de lumiere étoit plus ou moins éloigné du Demi-diametre BD, son Rayon de reflexion ne couperoit pas ce Demi-diametre BD au même point G ; mais en quelque lieu qu'il le coupe, ce point de rencontre sera toûjours plus éloigné du centre que de la Surface du Miroir. Or comme l'on peut concevoir une infinité de Rayons differens paralleles entre eux & au Demi-

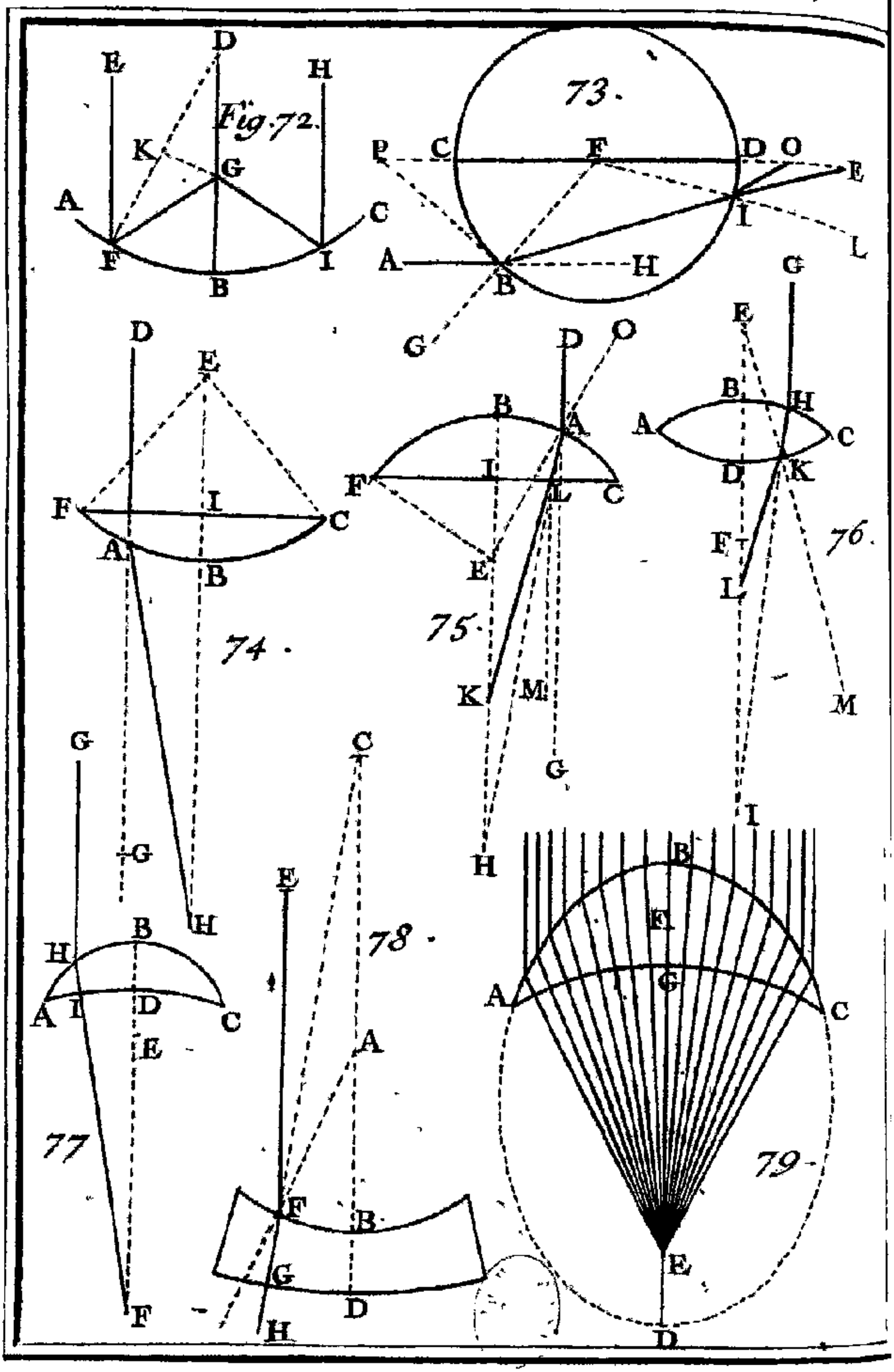


Fig. 72.
73.
74.
75.
76.
77
78.
79.

diametre BD, & également éloignez du même Demi-diametre BD, il est évident que tous ces Rayons doivent se refléchir en un même point, comme G, qu'on appelle *Foyer*, où l'on peut aux Rayons du Soleil allumer une bougie, ou un flambeau, fondre en peu de temps quelque métal que ce soit, & vitrifier la pierre, quand le Miroir est un peu grand. Planche 2 E. 72. Fig.

On peut aisément connoître par la Trigonometrie la distance de ce Foyer G à la Surface du Miroir, la distance du Rayon d'incidence, ou de lumiere étant connuë en degrez, & le Demi-diametre du Miroir en pieds ou en pouces. Comme si le Rayon d'incidence EF est éloigné du Demi-diametre BD, par exemple de 5 degrez, en sorte que l'arc BF, ou l'angle BDF soit de 5 degrez, & si l'on suppose le Demi-diametre DB, ou DF de 100000 parties, on pourra trouver en ces mêmes parties premierement la distance DG, en tirant du Foyer G, la ligne GK perpendiculaire au Demi-diametre DF, qui sera divisé en deux également au point K, ce qui fait que sa moitié DK sera de 50000 parties, & en faisant dans le Triangle DKG cette Analogie,

| | |
|---|---|
| *Comme le Sinus Total* | 100000 |
| *A la Secante de l'angle D* | 100382 |
| *Ainsi la ligne DK* | 50000 |
| *A la ligne DG* | 50191 |

laquelle étant ôtée du Demi-diametre DB, ou de 100000, il restera 49809 pour la ligne GB, ou pour la distance du Foyer à la Surface concave du Miroir.

C'est par cette maniere que nous avons supputé la Table suivante, où l'on void que le Foyer G s'approche toûjours de la Surface concave d'un Miroir

Planche 21. 72. Fig.

Spherique, à mesure que les Rayons d'incidence s'éloignent du centre du Miroir, de sorte que

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 49992 | 16 | 47985 | 31 | 41668 | 46 | 28022 |
| 2 | 49970 | 17 | 47715 | 32 | 41041 | 47 | 26686 |
| 3 | 49932 | 18 | 47427 | 33 | 40382 | 48 | 25276 |
| 4 | 49878 | 19 | 47269 | 34 | 39689 | 49 | 23787 |
| 5 | 49809 | 20 | 46791 | 35 | 38961 | 50 | 22214 |
| 6 | 49725 | 21 | 46443 | 36 | 38197 | 51 | 20549 |
| 7 | 49625 | 22 | 46073 | 37 | 37393 | 52 | 18787 |
| 8 | 49509 | 23 | 45682 | 38 | 36549 | 53 | 16918 |
| 9 | 49377 | 24 | 45268 | 39 | 35662 | 54 | 14935 |
| 10 | 49229 | 25 | 44831 | 40 | 34730 | 55 | 12828 |
| 11 | 49064 | 26 | 44370 | 41 | 33749 | 56 | 10586 |
| 12 | 48883 | 27 | 43884 | 42 | 32798 | 57 | 8196 |
| 13 | 48685 | 28 | 43372 | 43 | 31634 | 58 | 5646 |
| 14 | 48468 | 29 | 42832 | 44 | 30492 | 59 | 2920 |
| 15 | 48236 | 30 | 42265 | 45 | 29289 | 60 | 0000 |

quand ils en sont éloignez de 60 degrez, le Foyer G se trouve precisément au point B de la Surface concave du Miroir.

On void aussi dans cette Table, que les Rayons d'incidence, depuis 1 degré jusqu'environ à 15 degrez de distance, s'unissent par reflexion presque en un même point, parce que la distance du Foyer G ne décroît pas sensiblement. Ce qui fait qu'une telle quantité de Rayons envoyez du Soleil sur la Surface concave d'un Miroir Spherique, qui peuvent passer pour paralleles, à cause de la grande distance du Soleil à la Terre, se reflechit presque en un même point, & que par consequent tous les Rayons de reflexion, qui se trouvent compris dans une portion concave de Sphere d'environ 30 degrez, peuvent par leur union produire du feu, comme l'experience le montre.

On void encore dans la Table precedente, que le Foyer G est éloigné de la Surface concave du Miroir d'environ la quatriéme partie du Diametre, ou de la moitié du Demi-diametre DB, & que par consequent un Miroir concave Spherique doit brûler d'autant plus loin que plus son Diametre sera grand. Il ne faut pas croire pourtant qu'il puisse brûler à une distance énorme, parce qu'outre la difficulté qu'il y auroit à en construire un bien grand, ces Rayons de reflexion qui s'unissent insensiblement en un même point dans un petit Miroir, depuis 1 jusqu'à 15 degrez de distance, font que la distance du Foyer G ne change pas sensiblement, & que ces Rayons ne s'uniront pas si parfaitement dans un grand Miroir, ce qui fera changer sensiblement la distance du même Miroir, & diminuera la force des Rayons. Ainsi ce que l'on dit d'Archimede n'est pas croyable, sçavoir qu'aux Rayons du Soleil il avoit par le moyen d'un Miroir concave brûlé l'Armée Navale des Romains à une distance de 375 Pas Geometriques, qui reviennent à 1875 pieds.

## COROLLAIRE.

Il suit de ce qui a été dit dans ce Problême, & dans le precedent, que si l'on met un corps lumineux, comme une chandelle au Foyer G, ses Rayons se refléchiront par des lignes environ paralleles entre elles & au Demi-diametre DB : & que si on la met au centre D, ses Rayons se refléchiront contre eux-mêmes, parce qu'alors ils seront perpendiculaires à la Surface du Miroir.

On peut par le moyen d'un semblable Miroir, se presenter à la faveur des Rayons du Soleil, tels

caracteres qu'on voudra sur une muraille obscure, dont le Miroir ne soit pas beaucoup éloigné, sçavoir en écrivant sur la Surface concave du Miroir avec de la cire, ou autrement, les lettres à l'envers d'un caractere un peu gros, & en opposant directement le Miroir au Soleil, car alors les lettres paroîtront par reflexion dans leur situation ordinaire sur la muraille proposée.

On peut aussi par le moyen du même Miroir augmenter la lumiere dans une grande Chambre, en appliquant une chandelle allumée au Foyer de ce Miroir, car alors les Rayons de cette chandelle se refléchiront par toute la chambre, & y feront une telle clarté, qu'on pourra aisément lire contre les murailles.

Enfin l'on peut se servir de la même façon de ce Miroir pour s'éclairer la nuit, & voir de loin ce qui se passe : & il peut être utile à ceux qui veulent conserver leur vûë, en se servant de la lumiere d'une lampe mise au Foyer du Miroir, qui doit être placé un peu haut, & à côté, afin qu'il puisse envoyer commodément la lumiere de la lampe sur la Table où l'on veut lire, ou écrire.

*Remarque.*

Les Miroirs ardans se font ordinairement de métal, afin que la reflexion s'y fasse plus facilement, & que l'effet en soit plus prompt & plus vigoureux, quoy qu'on les puisse aussi faire de Verre, où la reflexion se fera presque aussi-bien, pourvû que le Verre soit bien net, & un peu mince, & que l'enduit en soit bon, pour empêcher les Rayons d'incidence de traverser & de se briser.

Pour trouver facilement le Foyer d'un Miroir

concave, quand il est exposé aux Rayons du Soleil il faut éloigner ou approcher du Miroir une petite piece de bois, ou de quelqu'autre matiere solide, en telle sorte que le disque de lumiere qui paroîtra par reflexion contre cette piece, paroisse le plus petit qu'il sera possible, car alors la piece se trouvera au Foyer. Ou bien l'on mettra de l'eau chaude auprés du Miroir du côté de la concavité qui regarde directement le Soleil, car la fumée qui sortira de cette eau chaude, vous fera voir avec plaisir le Cone de reflexion, dont la pointe sera le Foyer. Ou bien encore l'on jettera de la poussiere au devant de la concavité du Miroir qui regarde directement le Soleil, car on connoîtra dans cette poussiere comme dans la fumée, le Cone de la lumiere reflechie, & par consequent sa pointe qui sera le Foyer qu'on cherche. On peut mêmes en Hyver remarquer ce Foyer & tout le Cone de reflexion sans poussiere, ni sans fumée, lorsque l'air sera grossier & condensé par le froid.

Quoy qu'il semble que pour produire du feu par le moyen d'un Miroir concave, il doive être éclairée des Rayons du Soleil, afin que la reflexion s'y puisse faire, on en peut neanmoins produire dans un lieu obscur, sçavoir en renvoyant les Rayons du Soleil contre la concavité de ce Miroir par le moyen d'un Miroir plan qui doit être un peu grand, afin qu'un plus grand nombre des Rayons s'unissant au Foyer, puisse brûler avec plus de force.

## PROBLEME XVI.

### *Des Spheres de Verre, propres à produire du feu aux Rayons du Soleil.*

ON peut aussi produire du feu aux Rayons du Soleil avec une Sphere de Verre ou de Cristal, ou de quelqu'autre matiere qui se puisse facilement penetrer par la lumiere, comme avec de l'eau renfermée dans une bouteille bien ronde, ou avec une Sphere de glace : non pas par reflexion, mais par refraction qui peut aussi assembler en un point plusieurs Rayons de lumiere paralleles entre eux, parce qu'en entrant dans la Sphere, ils se brisent en s'approchant de la perpendiculaire, & qu'en sortant de la Sphere ils se brisent de nouveau en s'écartant de la perpendiculaire, ce qui les fait approcher du Diametre de la Sphere, auquel les Rayons d'incidence sont paralleles, & le rencontrer en dehors en un point qui est le Foyer, dont l'effet n'est pas si prompt, ni si vigoureux que dans un Miroir ardant.

Planche 21. 73. Fig. Soit une Sphere ou Boule de Verre BCD, dont le centre soit F, & un Diametre soit CD. Soit un Rayon de lumiere ou d'incidence AB, qui rencontrant la Surface de la boule de Verre en B, la penetre & entre au dedans, mais au lieu de se continuer selon la ligne droite ABH, comme il feroit s'il ne rencontroit aucune resistance, il se brise en ce point B, lequel à cause de cela est appellé *Point de refraction*, & en s'approchant de la perpendiculaire GBF vers le centre F, se continuë selon la ligne BI, qui étant prolongée rencontre le Diametre CD aussi prolongé au point E, qui feroit le Foyer si le Rayon

briſé BI ne ſe briſoit de nouveau au point I, par la ligne IO, qui en s'écartant de la perpendiculaire IL, rencontre le Diametre CD au point O, qui eſt le Foyer. Planche 12. 73. Fig.

Auparavant que de vous enſeigner à trouver ce Foyer O, ou ſa diſtance DO à la Surface de la boule de Verre, nous expliquerons ici quelques termes, & quelques proprietez des Angles briſez & des Angles de refraction dans le Verre, qui ne ſont pas les mêmes dans les autres corps Diaphanes, comme l'experience le fait connoître.

Si donc la ligne AB eſt un *Rayon d'incidence*, la droite BI s'appelle *Rayon de refraction*, & l'Angle HBI ſe nomme *Angle de refraction*. La droite BG, qui eſt perpendiculaire à la Surface de la boule, & qui par conſequent paſſe par ſon centre F, s'appelle *Axe d'incidence*, & étant prolongée au dedans de la boule, ſe nomme *Axe de refraction*.

Le Plan qu'on imagine par le Rayon d'incidence AB, & par le Rayon de refraction BF, s'appelle *Plan de refraction*, qui eſt toûjours perpendiculaire à la Surface de la boule, qu'on nomme *Surface rompante*, parce que le Rayon d'incidence ſe briſe là où il rencontre cette Surface. Il eſt évident que le Plan de refraction paſſe par les Axes d'incidence & de refraction, & qu'il contient l'Angle de refraction HBI, & l'Angle IBF, qu'on appelle *Angle briſé*, & encore l'Angle ABG, qui ſe nomme *Angle d'inclinaiſon*, lequel eſt toûjours égal au complement de l'*Angle d'incidence* ABP.

L'Angle briſé croît ou décroît à meſure que l'Angle d'inclinaiſon eſt plus grand, ou plus petit, de ſorte que quand l'un de ces deux angles eſt nul, l'autre Angle eſt auſſi nul. Comme ſi la perpendiculaire BG eſt un Rayon d'incidence, auquel cas

Planche 21. 73. Fig. l'angle d'inclinaison sera nul, ce Rayon d'incidence GB en penetrant le Verre, ne se brisera point, se continuant en droite ligne vers le centre F, ce qui fait que l'Angle brisé est aussi nul. Ainsi vous voyez que lorsque le Rayon d'incidence est perpendiculaire à la Surface rompante, il ne se fait aucune refraction, parce qu'il n'y a aucune raison par laquelle cette refraction se doive faire plûtôt d'un côté que d'un autre.

Quoique l'Angle brisé croisse à mesure que l'Angle d'inclinaison, neanmoins il ne croît pas de la même façon, c'est-à-dire, que si l'Angle d'inclinaison s'augmente par exemple d'un degré, l'Angle brisé ne s'augmentera pas aussi d'un degré, mais cette augmentation est telle, que les Sinus des Angles d'inclinaison dans un même Milieu sont proportionnels aux Sinus de leurs Angles brisez dans un autre Milieu plus facile ou plus difficile à penetrer; de sorte que le Sinus d'un Angle d'inclinaison est au Sinus de son Angle brisé, comme le Sinus d'un autre Angle d'inclinaison est au Sinus de son Angle brisé. C'est pourquoy si l'on a une fois connu par experience un Angle brisé pour quelque Angle d'inclinaison que ce soit, il sera facile de connoître par supputation les Angles brisez pour tous les autres Angles d'inclinaison.

Parce que les deux lignes AH, CD, sont paralleles, l'Angle E est égal à l'Angle de refraction HBE; & parce que dans tout Triangle rectiligne les Sinus des Angles sont proportionnels à leurs côtez opposez, on connoît que le Sinus de l'Angle brisé EBF, est à son côté opposé EF, comme le Sinus de l'Angle BFC, ou de l'Angle d'inclinaison ABG, au Rayon de refraction BE; & comme l'on a reconnu par experience, que lorsque la boule BCD

est

est de Verre, le Sinus de l'Angle brisé EBF est au Sinus de l'Angle d'inclinaison ABG, ou BFC, comme 2 est à 3, il s'ensuit que si la ligne EF est de 200 parties, le Rayon de refraction BE en doit contenir 300, & qu'ainsi l'on peut facilement trouver par la Trigonometrie l'Angle E, ou l'Angle de refraction HBE, l'Angle brisé EBF, & le Demi-diametre BF, lorsque l'on connoît l'Angle d'inclinaison ABG, ou son égal BFC, dans le Triangle obliquangle BFE, où trois choses sont connuës, le côté BE de 300 parties, & le côté EF de 200, avec l'Angle BFE, qui est le reste à 180 degrez de l'Angle BFC, qui est égal à l'Angle d'inclinaison ABG, que l'on suppose connu. Planche 21. 73. Fig.

Supposons que l'Angle d'inclinaison ABG soit de 10 degrez, auquel cas l'Angle BFE sera de 170 degrez, & qu'on veüille trouver l'Angle brisé EBF; faites cette Analogie,

| | |
|---|---|
| *Comme le côté BE* | 300 |
| *Au Sinus de l'Angle opposé BFE* | 17365 |
| *Ainsi le côté EF* | 200 |
| *Au Sinus de l'Angle brisé EBF* | 11577 |

qui se trouvera d'environ 6. 39'. & qui étant ôté de l'Angle BFC, ou de l'Angle d'inclinaison ABG, que nous avons supposé de 10 degrez, il reste 3. 21'. pour l'Angle de refraction HBE, ou pour l'Angle E, qui servira pour trouver le Demi-diametre BF; par cette Analogie;

| | |
|---|---|
| *Comme le Sinus de l'Angle BFE* | 17365 |
| *A son côté opposé BE* | 300 |
| *Ainsi le Sinus de l'Angle E* | 5843 |
| *A son côté opposé BE* | 101 |

Planche 21. 73. Fig. Mais si le Demi-diametre BF est déja connu, comme de 100 parties, on trouvera dans les mêmes parties la ligne EF, en faisant dans le même Triangle BEF, cette Analogie,

| | |
|---|---|
| *Comme le Demi-diametre BF* | 101 |
| *A la ligne EF* | 200 |
| *Ainsi le même Demi-diametre BF* | 100 |
| *A la même ligne EF* | 198 |

à laquelle ajoûtant le Demi-diametre FC, ou 100, on aura 298 pour la ligne CE.

C'est par cette maniere qu'on a supputé la Table suivante, où l'on trouve vis-à-vis de l'Angle

| ABG | EBF | HBE | CE | ABG | EBF | HBE | CE |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0. 40 | 0. 20 | 300 | 11 | 7.18 | 3. 42 | 297 |
| 2 | 1. 20 | 0. 40 | 300 | 12 | 7.58 | 4. 2 | 297 |
| 3 | 2. 0 | 1. 0 | 300 | 13 | 8.38 | 4. 22 | 297 |
| 4 | 2. 40 | 1. 20 | 300 | 14 | 9.16 | 4. 44 | 296 |
| 5 | 3. 20 | 1. 40 | 300 | 15 | 9.56 | 5. 4 | 295 |
| 6 | 4. 0 | 2 0 | 299 | 16 | 10.35 | 5. 25 | 295 |
| 7 | 4. 40 | 2. 20 | 299 | 17 | 11 14 | 5. 46 | 294 |
| 8 | 5. 19 | 2. 41 | 298 | 18 | 11.53 | 6. 7 | 293 |
| 9 | 5. 59 | 3. 1 | 298 | 19 | 12.32 | 6. 28 | 292 |
| 10 | 6. 39 | 3. 21 | 298 | 20 | 13.11 | 6. 49 | 292 |

d'inclinaison ABG, la quantité de l'Angle brisé EBF, & de l'Angle de refraction HBE, avec celle de la ligne CE, le Diametre CD de la Sphere de Verre étant supposé de 200 parties.

Nous n'avons pas prolongé cette Table au delà du 20. degré d'inclinaison, parce qu'elle suffit pour vous faire voir à quelle proportion la ligne CE décroît, qui est qu'elle décroît fort lentement,

étant environ égale par tout à trois Demi-diametres, puisque la plus grande difference n'est d'environ que de la 25. partie du Diametre, ce qui fait que la ligne DE est presque égale au Demi-diametre de la même Sphere, c'est-à-dire, à la ligne DF. Planche 21. 73. Fig.

Cette ligne DE, qui se trouve de 98 parties pour un Angle d'inclinaison de 20 degrez, comme l'on connoît en ôtant CD de CE, ou 200 de 292, nous servira pour trouver le Foyer O, comme vous allez voir, aprés avoir remarqué que l'Angle brisé EBF est environ double de l'Angle de refraction HBE, & que par consequent cet Angle de refraction HBE est presque égal à la troisiéme partie de l'Angle d'inclinaison ABG, comme l'on voit sans peine dans la Table precedente.

Pour donc trouver le Foyer O, on considerera que puisque les lignes DE, DF, sont presque égales, les Angles IEF, IFE, sont à peu prés égaux, ce qui fait que l'Angle EIL, qui leur est égal, est environ double de chacun, & par consequent de l'Angle E. Cela étant supposé, si l'on considere la ligne OI comme un Rayon d'incidence, en sorte que l'Angle OIL soit un Angle d'inclinaison, auquel cas, la ligne IB sera un Rayon de refraction; l'Angle OIE sera un Angle de refraction, & l'Angle EIL un Angle brisé, l'on connoîtra que cet Angle brisé EIL est aussi double de l'Angle de refraction EIO, comme nous avons remarqué auparavant. D'où il suit que les deux Angles E, EIO, sont égaux entre eux, & que par consequent les lignes OE, OI, sont aussi égales entre elles: & parce que la ligne OI est presque égale à la ligne OD, la ligne OE sera aussi presque égale à la ligne OD, & ainsi le Foyer O est environ au milieu de

Planche 21. 73. Fig. la ligne DE, & par conſequent la ligne DO eſt égale à la moitié de la ligne DE, ou du Demi-diametre DF. Si donc on prend ſur le Diametre prolongé la ligne DO égale à la moitié du Demi-diametre DF, ou au quart du Diametre CD, on aura en O le Foyer qu'on cherche.

*Remarque.*

L'Angle EBF, qui eſt un Angle briſé à l'égard du Rayon d'incidence AB, qui ſortant de l'air pour entrer dans le verre, ſe briſe par la ligne BE, qui eſt un Rayon de refraction, devient un Angle d'inclinaiſon à l'égard du Rayon d'incidence IB, qui ſortant du Verre pour entrer dans l'air, ſe briſe reciproquement par la ligne AB, qui ſera un Rayon de Refraction : & comme cet Angle EBF eſt double de l'Angle de refraction HBE, l'on void que lorſqu'un Rayon d'incidence ſort du Verre pour entrer dans l'air, l'Angle d'inclinaiſon eſt double de l'Angle de refraction, ce qu'il eſt bon de remarquer, parce que cela nous ſervira pour le Probléme ſuivant.

## PROBLEME XVII.

*Des Lentilles de Verre, propres à produire du feu aux Rayons du Soleil.*

LEs Lentilles de Verre, qui peuvent ſervir à produire du feu, étant expoſées directement aux Rayons du Soleil, peuvent être plates d'un côté & convexes de l'autre, comme un Segment de Sphere : ou bien convexe des deux côtez, comme les Lunettes des Vieillards, & les Microſcopes qui

grossissent extraordinairement les Objets, & servent à découvrir les moindres parties & plus petits corps de la Nature ; ou bien encore convexes d'un côté & concaves de l'autre, qui ne sont pas si utiles que les autres, parce qu'elles ne peuvent servir à produire du feu, que quand leur convexité est tournée droit au Soleil, car lorsque leur concavité regarde le Soleil, les Rayons de refraction au lieu de *convergens* deviennent *divergens*, c'est-à-dire, qu'ils s'écartent les uns des autres, ce qui les empêche de s'unir & de pouvoir produire du feu, comme nous ferons voir dans la suite.

### *Des Lentilles de Verre, faites en forme de Segment de Sphere.*

EXposons premierement au Soleil la Surface plane FC de la Lentille de Verre FBC, dont la convexité FBC a son centre E dans l'Axe d'incidence EBH, qui divise l'arc FBC en deux également au point B, & sa corde FC aussi en deux également au point I, & dans lequel est le Foyer H de tous les Rayons d'incidence, qui sont paralleles à l'Axe d'incidence EH, & par consequent perpendiculaires à la Surface rompante FC. Ce Foyer H, ou sa distance BH depuis la convexité du Miroir, se déterminera en cette sorte. Planche 21. 74. Fig.

Soit un Rayon d'incidence DA, lequel étant parallele à l'Axe d'incidence EH coupera la Surface rompante FC à Angles droits, & la traversera par consequent sans se briser, jusqu'à ce qu'étant parvenu au point A de la Surface convexe, il se brisera en sortant du Verre, & au lieu d'aller droit en G, il se détournera par le Rayon de refraction AH, qui coupera l'Axe d'incidence EH au point H, où

Planche 21. 74. Fig. tous les autres Rayons d'incidence parallcles au Rayon DA, s'uniront par refraction, pour le moins quand l'Arc BC, ou BF ne sera pas plus grand que de 20 degrez, parce que, comme vous avez vû au Problême precedent, les Rayons de refraction ne s'uniroient pas au même point H, mais plus proche du point B, si ces arcs étoient de beaucoup plus grands que de 20 degrez. Ainsi le point H sera le Foyer, parce que c'est le lieu où les Rayons du Soleil s'unissans par refraction peuvent produire du feu.

Cela étant supposé, l'on considerera que l'Angle d'inclinaison DAE, ou son égal AEH étant double de l'Angle de refraction GAH, ou AHE son égal, comme nous avons reconnu au Problême precedent, le Sinus de l'Angle AEH sera presque double du Sinus de l'Angle AHE, à cause de la petitesse de ces Angles: & parce que dans un Triangle rectiligne les côtez sont proportionnels aux Sinus de leurs Angles opposez, le côté AH sera aussi presque double du côté AE: & comme le côté AH approche d'être égal à la ligne BH, il s'ensuit que la distance BH du Foyer H à la Surface convexe FBC est presque double du Demi-diametre AE, ou BE, & que par consequent toute la distance EH est environ triple de ce Demi-diametre.

75. Fig. Mais si l'on tourne la partie convexe FBC vers le Soleil, le Rayon DA, & tous les autres paralleles à l'Axe d'incidence EB, se briseront deux fois auparavant que de s'unir au point K, qui sera le Foyer une fois en entrant dans le Verre par la ligne AH, qui s'approche de la perpendiculaire EAO, & une seconde fois en sortant du Verre par la ligne LK, qui s'écarte de la perpendiculaire LM.

Il est évident par ce qui a été dit au Problême

precedent, que dans la premiere refraction l'Angle d'inclinaison DAO, ou AEB, est triple de l'Angle de refraction GAH, ou AHE, & que par consequent la ligne AH est triple du Demi-diametre EA: & parce que la ligne AH est presque égale à la ligne BH, cette ligne BH sera aussi presque triple du même Demi-diametre AE, ou BE, comme auparavant, ce qui fait connoître que le Foyer seroit en H, s'il n'y avoit qu'une refraction, mais comme il y en a deux, Planche 21. 75. Fig.

Il est évident aussi par la remarque du Problême precedent, que dans la seconde refraction HLM, ou KHL est double de l'Angle de refraction KLH, & que par consequent la ligne KL est double de la ligne KH: & parce que la ligne KL est presque égale à la ligne KB, lorsque l'épaisseur BI de la Lentille n'est pas beaucoup grande, comme nous le Supposons ici, cette ligne KB est aussi presque double de la ligne KH, & que par consequent toute la ligne BH est environ triple de la ligne KH: & comme nous avons reconnu que la même ligne BH est aussi triple du Demi-diametre BE, il s'ensuit que ce Demi-diametre BE est égal à la ligne KH, & que par consequent la ligne KB est double du Demi-diametre BE, ou égale à tout le Diametre. Si donc on porte le Demi-diametre EB depuis le centre E en K, ce point K sera le Foyer qu'on cherche.

*Des Lentilles de Verre, convexes des deux côtez.*

POur trouver le Foyer de la Lentille de Verre ABCD, dont l'Axe EI contient le centre E de la convexité ADC, & le centre F de la convexité ABC, tirez un Rayon quelconque d'incidence GH 76. Fig.

Planche 21. 76. Fig. parallele à l'Axe EI, & ayant pris sur cet Axe la ligne BI triple du Demi-diametre BF, menez la droite HI, qui donnera le point K de la seconde refraction, par où vous tirerez du centre E, la droite EKM, qui sera perpendiculaire à la Surface rompante ADC, ce qui fait que la ligne IK étant considerée comme un Rayon d'incidence, l'Angle IKM sera un Angle d'inclinaison, lequel étant double de l'Angle de refraction, comme il a été remarqué au Problême precedent, si l'on fait en K, l'Angle IKL égal à la moitié de l'Angle IKM, on aura en L le Foyer qu'on cherche, à l'égard de la convexité ABC exposée au Soleil.

*Remarque.*

Lorsque les Demi-diametres ED, BF, seront égaux entre eux, c'est-à-dire, lorsque les convexitez ABC, ADC, seront des portions égales de la superficie d'une même Sphere, le Foyer se trouvera environ au Centre F de la convexité ABC exposée au Soleil, ou au centre E de la convexité ADC tournée contre le Soleil. Mais soit que les Demi-diametres ED, BF, soient égaux, ou inégaux, la distance du Foyer L sera toûjours la même, en tournant vers le Soleil celle qu'on voudra des deux convexitez ABC, ADC.

## *Des Lentilles de Verre, convexes d'un côté, & concaves de l'autre.*

77. Fig. LE Foyer d'une semblable Lentille se trouve comme dans la precedente, lorsque sa convexité regarde le Soleil, mais il y a un abregé pour le trouver, quand le Diametre de la concavité est

triple de celuy de la convexité, car pour lors le Foyer se trouve éloigné d'un Diametre & demi, ou de trois Demi-diametres de la convexité, que nous supposons tournée vers le Soleil, c'est-à-dire, qu'il est au centre de la concavité, en considerant l'épaisseur de la Lentille comme tres-petite. Planche 2 X. 77. Fig.

Proposons la Lentille de Verre ABCD, telle que le Demi-diametre EB de la convexité ABC, qui regarde le Soleil, soit la troisiéme partie du Demi-diametre FD de la concavité ADC. Cela étant, je dis que tous les Rayons d'incidence paralleles à l'Axe BF, comme GH, s'uniront par refraction au centre F de la concavité, parce que ce Rayon GH en traversant le Verre se brisera par la droite HI, qui étant continuée passeroit par le point F, éloigné de la convexité ABC de trois Demi-diametres, comme vous avez vû auparavant, ce qui fait que le Rayon de refraction HF se trouvant perpendiculaire à la Surface concave ADC, ne se brisera point en I, lorsqu'il sortira du Verre, & qu'il se continuera directement vers le point F, lequel par consequent sera le Foyer qu'on cherche.

Mais si l'on tourne la concavité vers le Soleil, le Foyer se trouvera comme auparavant, & il se pourra aussi trouver par abregé, lorsque le Demi-diametre AB de la concavité sera la troisiéme partie du Demi-diametre CD de la convexité, parce que dans ce cas, le Foyer se trouvera au centre C de la convexité, lorsque l'épaisseur BD de la Lentille ne sera pas considerable, ce qu'il faut toûjours supposer ainsi, comme l'on connoîtra par un raisonnement semblable au precedent. Mais on ne peut tirer aucune utilité d'une Lentille ainsi exposée au Soleil, puisque ses rayons de refraction s'écartent, au lieu de s'unir. Ainsi le point C n'est appellé Foyer qu'im- 78. Fig.

Planche 21. 78. Fig. proprement, parce que les Rayons de refraction ne peuvent pas s'assembler à ce point qui regarde le Soleil, mais ils s'écartent par des lignes qui tendent seulement à ce point.

*Remarque.*

Ce Foyer C, qui ne peut pas servir pour produire du feu, est appellé *Foyer Virtuel*, pour le distinguer du *Foyer veritable*; où les Rayons du Soleil s'unissant par refraction, peuvent produire du feu. Ce Foyer veritable se peut trouver par cette Analogie, qui suppose que l'épaisseur de la Lentille, dont la convexité regarde le Soleil, est tres-petite, & comme insensible;

*Comme la difference des Demi-diametres de la concavité & de la convexité,*
*Au Demi-diametre de la convexité;*
*Ainsi le Diametre de la concavité,*
*A la distance du Foyer.*

Dans une Lentille convexe des deux côtez, le Foyer qui est toûjours veritable, se peut trouver par cette Analogie, qui comme la precedente, suppose que l'épaisseur de la Lentille est tres-petite.

*Comme la somme des Demi-diametres des deux convexitez,*
*Au Demi-diametre de la convexité qui regarde le Soleil;*
*Ainsi le Diametre de l'autre convexité,*
*A la distance du Foyer.*

Cette Analogie servira aussi pour trouver le

foyer d'une Lentille concave des deux côtez, mais comme ce Foyer n'est que Virtuel dans cette espece de Lentilles, aussi-bien que dans celles qui sont plates d'un côté & concaves de l'autre, nous n'en parlerons pas davantage. Planche 21. 79. Fig.

Si l'on fait une Lentille de Verre ABCG, concave d'un côté, & convexe de l'autre, en sorte que la convexité ABC soit la Surface d'une portion de Spheroïde produit par la circonvolution de l'Ellipse ABCD, autour de son grand Axe BD, qui soit à la distance EF des deux Foyers E, F, de l'Ellipse, comme 3 est à 2, & dont la concavité AGC ait pour centre le Foyer E; en exposant cette Lentille aux Rayons du Soleil, en sorte que sa convexité ABC regarde directement le Soleil, tous les Rayons d'incidence qui seront paralleles au grand Axe BD, s'uniront par refraction au Foyer E, lequel par consequent sera le Foyer veritable de cette Lentille Spherico-Elliptique. Sa convexité se peut aussi faire hyperbolique, mais cela est trop speculatif pour des Recreations Mathematiques. Voyez la Dioptrique du P. Dechales.

## PROBLEME XVIII.

*Representer dans une Chambre close les Objets de dehors avec leurs couleurs naturelles, par le moyen d'une Lentille de Verre convexe des deux costez.*

AYant fermé la porte & les fenêtres de la chambre, en sorte que toutes les avenuës soient bouchées à la lumiere, excepté un petit trou que l'on fera à une fenêtre qui réponde sur quelque Place frequentée, ou sur quelque beau Jardin, si

cela se peut ; appliquez à ce trou une Lentille de Verre convexe des deux côtez, qui ne soit pas beaucoup épaisse, afin que son Foyer soit plus éloigné, comme un Verre des Lunettes, dont se servent les Vieillards : & alors les images des Objets de dehors, qui passeront au travers de ce Verre, étant reçûës sur un linge tendu à plomb, ou sur un Carton bien blanc placé environ au Foyer du même Verre, y paroîtront avec leurs couleurs naturelles, & mêmes plus vives que le naturel, sur tout lorsque le Soleil les éclairera, sans neanmoins éclairer le Verre, parce que la trop grande lumiere en frappant contre le Verre empêcheroit de pouvoir discerner avec plaisir les images des Objets exterieurs, qui sans cela s'y distingueront d'une telle maniere avec leurs mouvemens, que l'on pourra sans peine discerner les hommes d'avec les animaux qui passeront, & mêmes un homme d'avec une femme, remarquer les Oiseaux qui voleront en l'air, & connoître quand il fera un peu de vent, par le tremblement des herbes, ou des feüilles des arbres, qui se rendra sensible sur le linge, ou sur le carton, pourvû que le Vent les agite.

*Remarque.*

On peut bien sans Verre distinguer aussi sur une muraille de la chambre, ou sur le plancher, les images des Objets exterieurs, & principalement de ceux qui sont en mouvement ; mais ces images ne paroissent pas avec tant d'agréement & de distinction, parce que leurs couleurs ne sont que sombres & mortes. Or de quelque maniere qu'on les voye, elles paroîtront toûjours renversées, mais on les peut redresser en plusieurs manieres, ce qui

ne sert de rien, parce que cela n'augmente pas le plaisir qu'il y a de les voir avec un Verre dans leurs couleurs naturelles, & ne diminuë en rien l'usage qu'on en tire, qui est que l'on peut representer en racourci sur le carton les païsages, & tout ce qui pourra envoyer son image sur ce carton : sçavoir en passant un crayon sur tous les traits de cette representation qui paroîtra comme en Perspective, dont les parties seront d'autant mieux proportionnées que moins la Lentille de Verre sera épaisse par le milieu, & que le trou par où les especes passent pour entrer dans le Verre, sera bien petit. Ce trou ne doit pas avoir une épaisseur considerable, c'est pourquoy il doit être fait sur une platine de métal bien mince, qu'on appliquera contre le trou de la fenêtre, qu'il est bon de faire un peu grand, afin de donner un passage libre aux especes ou images des Objets de dehors, qui seront de côté.

On peut aussi voir dans une chambre, dont les fenêtres seront fermées, pourvû que la porte soit ouverte, ce qui se passe au dehors par le moyen de plusieurs Miroirs plans, qui pourront se communiquer par reflexion les especes l'un à l'autre, &c.

J'ay oublié de dire, que par cette maniere de representer sur une Surface les images des Objets avec une Lentille de Verre, les Physiciens expliquent comment se fait la vûë, en prenant le creux de l'œil pour la chambre close, le fond de l'œil, ou la Retine pour la Surface qui reçoit les especes, l'humeur cristallin pour la Lentille de Verre, & le trou de la Prunelle pour le trou de la fenêtre, par où passent les especes, ou images des Objets.

## PROBLEME XIX.

*Décrire sur un Plan une figure difforme qui paroisse au naturel, étant regardée d'un point déterminé.*

ON peut déguiser, c'est-à-dire, rendre difforme une figure, par exemple, une Tête, en sorte qu'elle n'aura aucune proportion étant regardée de front sur le Plan où on l'aura tracée, mais étant vûë d'un certain point, elle paroîtra belle, c'est-à-dire, dans ses justes proportions. Cela se pratiquera de la sorte.

Planche 22. 80. Fig. Ayant fait sur du papier la figure que vous voulez déguiser avec ses justes mesures, décrivez un Quarré autour de cette figure, comme ABCD, & le réduisez en plusieurs autres petits quarrez, en divisant les côtez en plusieurs parties égales, par exemple, en sept, & en tirant des lignes droites en long & en travers par les points opposez des divisions, comme font les Peintres, quand ils veulent contretirer un Tableau, & le reduire au petit pied, c'est-à-dire, de grand en petit.

Cette preparation étant faite, décrivez à discretion sur le Plan proposé le Quarré-long EBFG, & divisez l'un des deux plus petits côtez EG, BF, comme EG, en autant de parties égales que les côtez du Quarré ABCD, comme ici en sept, & l'autre côté BF en deux également au point H; duquel vous tirerez par les points de division du côté opposé EG, autant de lignes droites, dont les deux dernieres seront EH, GH.

Aprés cela ayant pris à discretion sur le côté BF, le point I, au dessus du point H, pour la hauteur de l'œil au dessus du Plan du Tableau, tirez

de ce point I, au point E, la ligne droite EI, qui coupe ici celles qui partent du point H, aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, par où vous tirerez autant de lignes droites paralleles entre elles & à la base EG du Triangle EHG, qui se trouvera ainsi divisé en autant de Trapezes que le Quarré ABCD est divisé en de Quarrez. C'est pourquoy si l'on rapporte dans ce Triangle EGH, la figure qui est dans le Quarré ABCD, en faisant passer chaque trait par les mêmes Trapezes ou Quarrez perspectifs qui sont representez par les quarrez naturels du grand ABCD, la figure difforme se trouvera décrite, qu'on verra conforme à son prototype, c'est-à-dire, comme dans le Quarré ABCD, en la regardant par un trou qui soit petit du côté de l'œil, & bien évasé du côté de la figure, comme K, que je suppose perpendiculairement élevé sur le point H, en sorte que sa hauteur LK soit égale à la hauteur HI, qui ne doit pas être bien grande, afin que la figure soit plus difforme dans le Tableau. Voyez le *Probl.* 21. Planche 22. 80. Fig.

## PROBLEME XX.

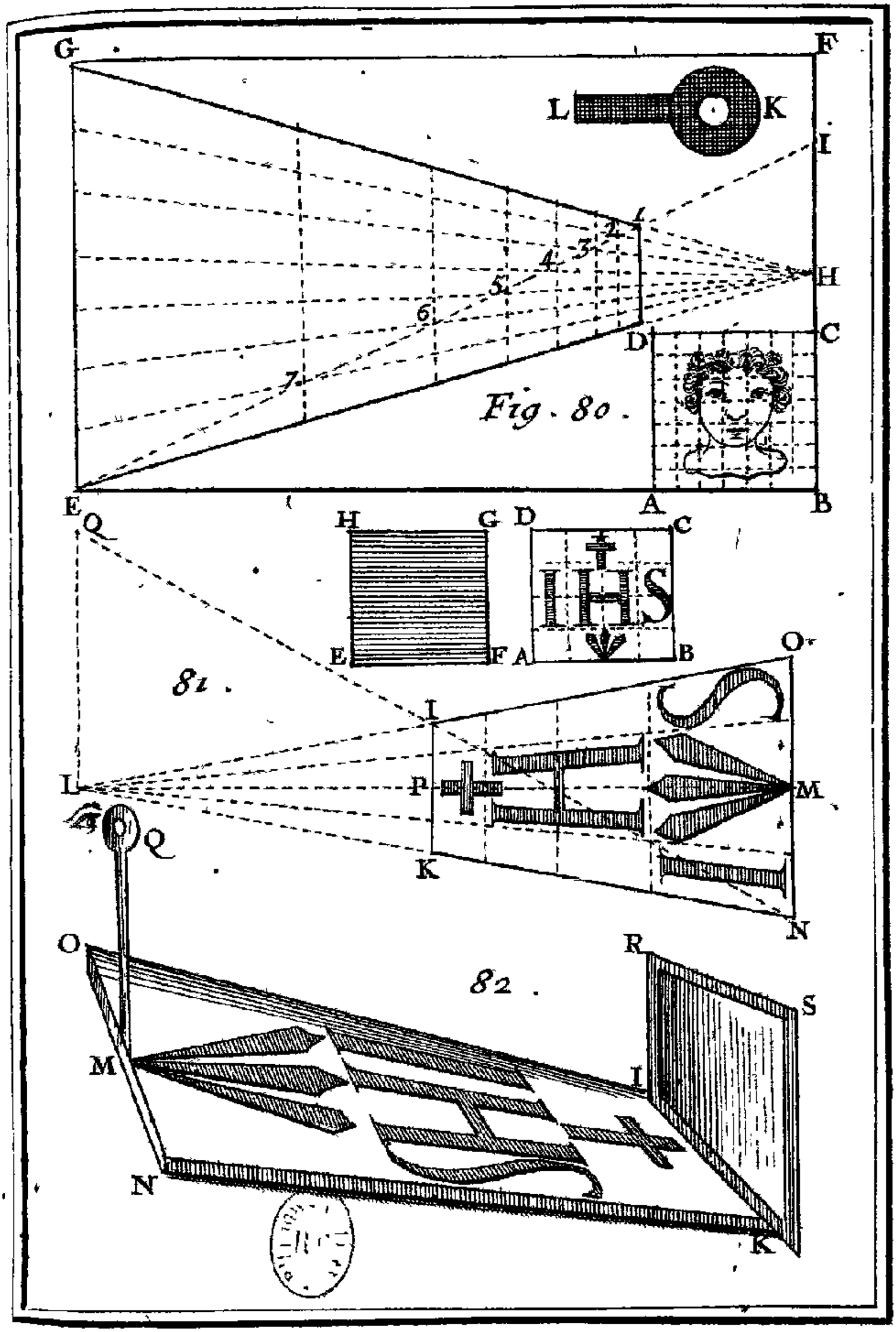
*Décrire sur un Plan une figure difforme qui paroisse dans sa perfection, étant vûë par reflexion dans un Miroir plan.*

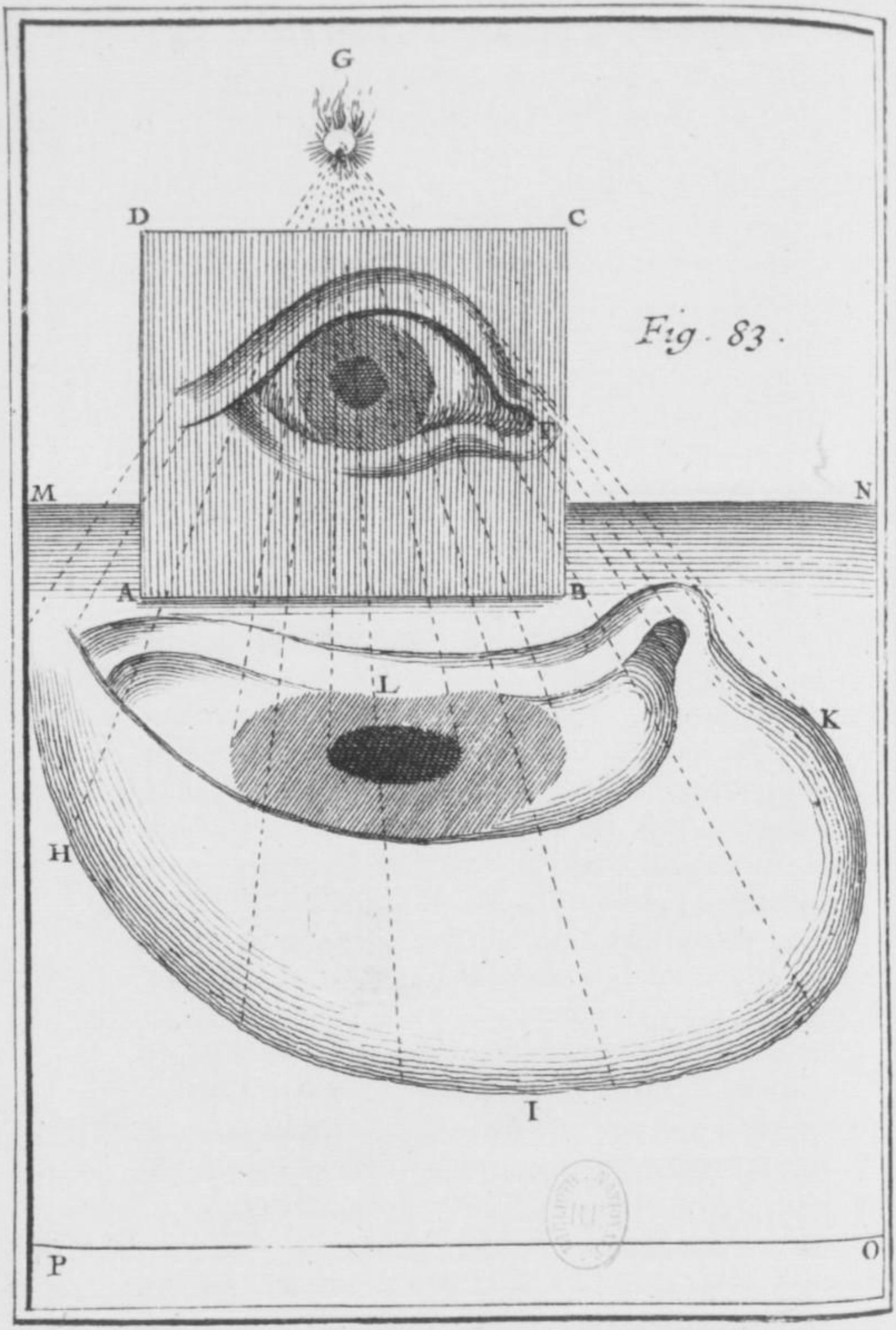
AYant comme auparavant, compris la figure qu'on veut déguiser dans un Quarré, comme ABCD, divisé en plusieurs autres petits Quarrez, qui sont ici au nombre de seize, & supposant que le Miroir est une glace parfaitement quarrée, toute nuë & sans quadre, comme EFGH, tirez sur le Plan du Tableau la ligne droite IK égale au côté 81. Fig.

Planche 22. 81. Fig. EF du Miroir, afin que la figure occupe entierement le Miroir EFGH, & ayant divisé en deux également au point P cette ligne IK, tirez-luy par son point de milieu P, la perpendiculaire indéfinie LM, en sorte que les deux parties PL, PM, soient égales entre elles, & d'une longueur volontaire.

Aprés cela élevez du point L, la ligne LQ perpendiculaire à la ligne LM, & égale au double de la ligne IK, ou du côté du Miroir EF, & du point M, la ligne NO perpendiculaire à la même ligne LM, & aussi double de la ligne IK, en sorte que chacune des deux parties MN, MO, soit égale à la ligne IK, & joignez les droites LN, LO, qui passeront par les points I, K, & feront le Triangle LNO, que l'on divisera comme au Problême precedent, en autant de quarrez perspectifs que le Quarré ABCD en contient de naturels, pour y transporter de la même façon la figure du Quarré ABCD, qui se trouvera difforme sur le Plan du Tableau, & qui paroîtra belle & semblable à son prototype, étant vûë du point Q élevé perpendiculairement sur le point L, comme nous avons dit au Problême precedent, ou bien on la verra en son naturel par reflexion dans le Miroir EFGH placé sur la ligne IK, en regardant le Miroir par un petit trou élevé perpendiculairement sur le point M, à la hauteur de LQ, comme vous voyez dans la 82. Fig. 82. *Fig.* ou IRSK represente le Miroir, & Q le point de l'œil, &c.

PROBLEME


G
F
L
K
I
H
C
D
A
B
E
1
2
3
4
5
6
7
Fig. 80.
Q
H
G
D
C
E
F
A
B
IHS
81.
O
I
L
P
M
Q
K
N
O
R
82.
S
M
I
N
K


G
D
C
Fig. 83.
M
N
A
B
L
K
H
I
P
O

## PROBLEME XXI.

*Décrire sur un Plan Horizontal une figure difforme qui paroisse au naturel sur un Plan Vertical transparant, posé entre l'œil & la figure difforme.*

IL est évident que si l'on met en Perspective quelque figure que ce soit sur du papier considéré comme un Plan horizontal, & que sur la Ligne de terre on éleve à angles droits un Plan transparant, qui soit par exemple de verre; l'œil étant placé vis-à-vis du point de vûë, à une hauteur égale à la distance de la Ligne de terre à la Ligne horizontale, & éloigné du Plan transparant qui represente le Tableau d'une distance égale à celle qu'on a supposée dans la Perspective, verra dans le Verre la figure difforme dans son naturel. Ceux qui entendent la Perspective comprennent facilement ce que je viens de dire, & ceux qui ne l'entendent pas pourront resoudre ce Problême mécaniquement en cette sorte. Planche 23. 83. Fig.

Ayant décrit sur une piece de carton ABCD, la figure que vous voulez déguiser, avec ses justes proportions, par exemple, l'œil EF, picquez cette figure EF, comme si vous vouliez faire un Poncis: & ayant élevé à angles droits ce Carton ainsi picqué sur le Plan MNOP, où vous voulez décrire la figure difforme, mettez derriere le Carton ABCD, une bougie allumée à telle hauteur & à telle distance qu'il vous plaira, comme en G, & alors la lumiere en passant par les trous du Carton ABCD, portera la figure sur le Plan MNOP, & l'y representera toute defigurée, comme HIKL,

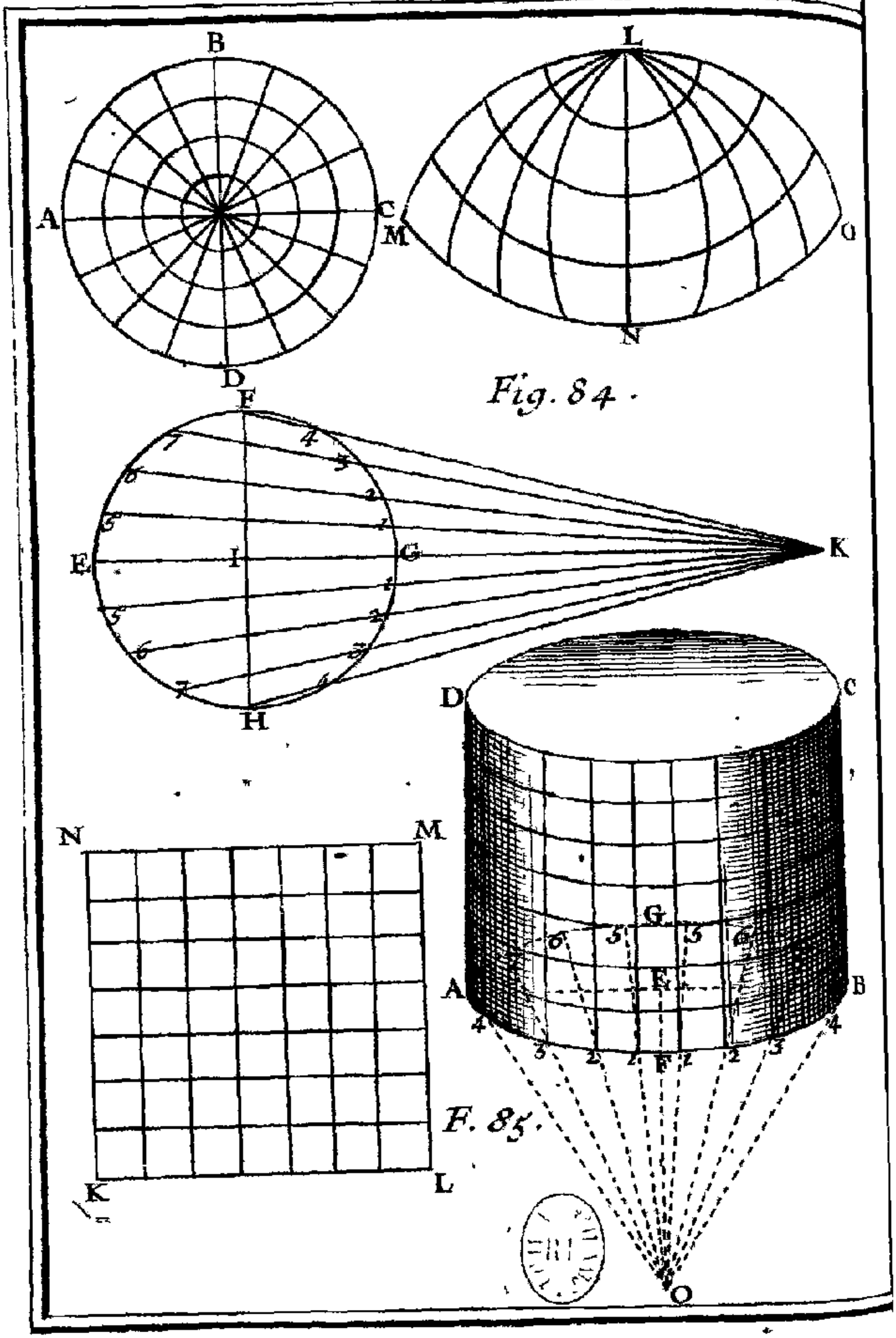
que l'on marquera avec un crayon, ou autrement, & qui paroîtra en son naturel sur un Verre mis à la place du Carton ABCD, étant regardée par l'œil placé au point G. Elle paroîtra aussi semblable à son prototype EF, étant vûë simplement par un petit trou mis au point G, comme au *Probl.* 19.

## PROBLEME XXII.

*Décrire sur la Surface convexe d'une Sphere une figure difforme, qui paroisse au naturel, étant regardée d'un point déterminé.*

Planche 24. 84. Fig. AYant fait sur du papier la figure que vous voulez déguiser avec ses justes proportions, enfermez-la dans un Cercle ABCD, dont le Diametre AC, ou BD, soit égal au Diametre de la Sphere proposée, & divisez sa circonference en un nombre de parties égales, tel qu'il vous plaira, par exemple, en seize parties égales, pour tirer du centre de ce Cercle par les points de division autant de lignes droites. Divisez aussi le Diametre AC, ou BD de ce Cercle en un certain nombre de parties égales, comme en huit parties égales, & décrivez du même Centre par les points de division des circonferences de Cercle, lesquelles avec les lignes droites tirées du centre, diviseront le Cercle ABCD, en 64 petits espaces.

Décrivez encore un autre Cercle EFGH égal au precedent ABCD, & tirez de son centre I la ligne droite IK égale à la distance de l'œil au centre de la Sphere proposée, en sorte que la partie GK soit égale à la hauteur de l'œil sur la Surface de la même Sphere: & ayant tiré par le même centre I, le Diametre FH perpendiculaire à la ligne IK, divisez ce Diametre FH en autant de parties égales que


B
A
C
M
D
L
N
O
Fig. 84.
F
E
I
G
H
K
D
C
G
A
E
B
F
N
M
K
L
O
F. 85.

le Diametre du premier Cercle ABCD, sçavoir en huit parties égales, pour tirer du point K, par les points de division autant de lignes droites, qui donneront sur le Demi-cercle FGH, les points 1, 2, 3, 4, & sur l'autre Demi-cercle FEH, les points 5, 6, 7. Planche 24. 84. Fig.

Cette preparation étant faite, décrivez du point L, comme Pole, sur la Surface convexe du Globe proposé des Cercles paralleles entre eux avec les ouvertures G1, G2, G3, G4, & GF, dont le plus grand sera MNO, duquel on ne void ici que la moitié qu'il faut diviser en autant de parties égales que la moitié du Cercle ABCD, comme ici en huit parties égales, pour décrire par les points de division & par le Pole L, autant de grands Cercles, qui avec les precedens diviseront l'Hemisphere LMNO en autant de petits espaces que le Cercle ABCD, dans lesquels on transportera l'image du Cercle ABCD, & cette image ou figure se trouvera défigurée dans l'Hemisphere LMNO, & paroîtra neanmoins semblable à son prototype, qui se trouve dans le Cercle ABCD, étant regardée d'un point élevé perpendiculairement sur le point L, & éloigné de ce point L d'une distance égale à la ligne GK.

*Remarque.*

Ce que nous avons fait sur la Surface convexe d'une Sphere, se peut faire de la même façon sur la Surface concave de la même Sphere, excepté que les Cercles paralleles qui ont été décrits du Pole L, avec les ouvertures G1, G2, G3, &c. doivent être décrits avec les ouvertures E5, E6, E7, & EF, c'est-à-dire, qu'au lieu de se servir du Demi-cercle FGH, que l'œil placé au point K void par sa

convexité, on doit se servir de l'autre Demi-cercle FEH, que l'œil placé au même point K void par sa concavité.

## PROBLÈME XXIII.

*Décrire sur la Surface convexe d'un Cylindre une figure difforme, qui paroisse belle quand elle sera vûë d'un point déterminé.*

Planche 24. 85. Fig.

AYant comme à l'ordinaire, renfermé la figure qu'on veut déguiser en un Quarré KLMN divisé en plusieurs autres petits quarrez, & ayant déterminé le point de l'œil en O, à une distance raisonnable du Cylindre proposé ABCD, dont la base est le Cercle AFBG, tirez du centre E de cette base par le point déterminé O, la ligne droite EO, pour luy tirer par le même centre E, le Diametre perpendiculaire AB, que vous diviserez en autant de parties égales que le côté KL du Quarré KLMN, pour tirer du point O, par les points de division autant de lignes droites, qui donneront sur la circonference du Demi-cercle AFB, que l'œil void, les points 1, 2, 3, 4, & sur la circonference de l'autre Demi-cercle AGB, que l'œil ne void pas, les points 5, 6, 7.

Aprés cela tirez par les points 1, 2, 3, 4, sur la Surface du Cylindre des lignes paralleles entre elles, & à l'axe du même Cylindre, ou au côté AD, ou BC : & ayant divisé une de ces paralleles en autant de parties égales que le Diametre AB, décrivez sur la Surface du même Cylindre par les points de division des circonferences de Cercle paralleles à la circonference AFBG, lesquelles avec les lignes droites paralleles precedentes formeront de petits

espaces, dans lesquels on transportera la figure du Quarré KLMN, laquelle ainsi se trouvera défigurée sur la Surface du Cylindre ABCD, & qui neanmoins paroîtra conforme à son prototype, étant regardée par un petit trou placé au point O, où l'œil a été supposé dans la construction. Planche 24. 85. Fig.

*Remarque.*

Ce que nous venons de faire sur la Surface convexe du Cylindre ABCD, se peut faire de la même façon dans sa Surface concave, en se servant du Demi-cercle AGB, comme nous avons fait du Demi-cercle AFB, c'est-à-dire, en élevant des perpendiculaires des points 5, 6, 7, dans la Surface concave, comme nous avons fait des points 1, 2, 3, 4, dans la Surface convexe, &c.

## PROBLEME XXIV.

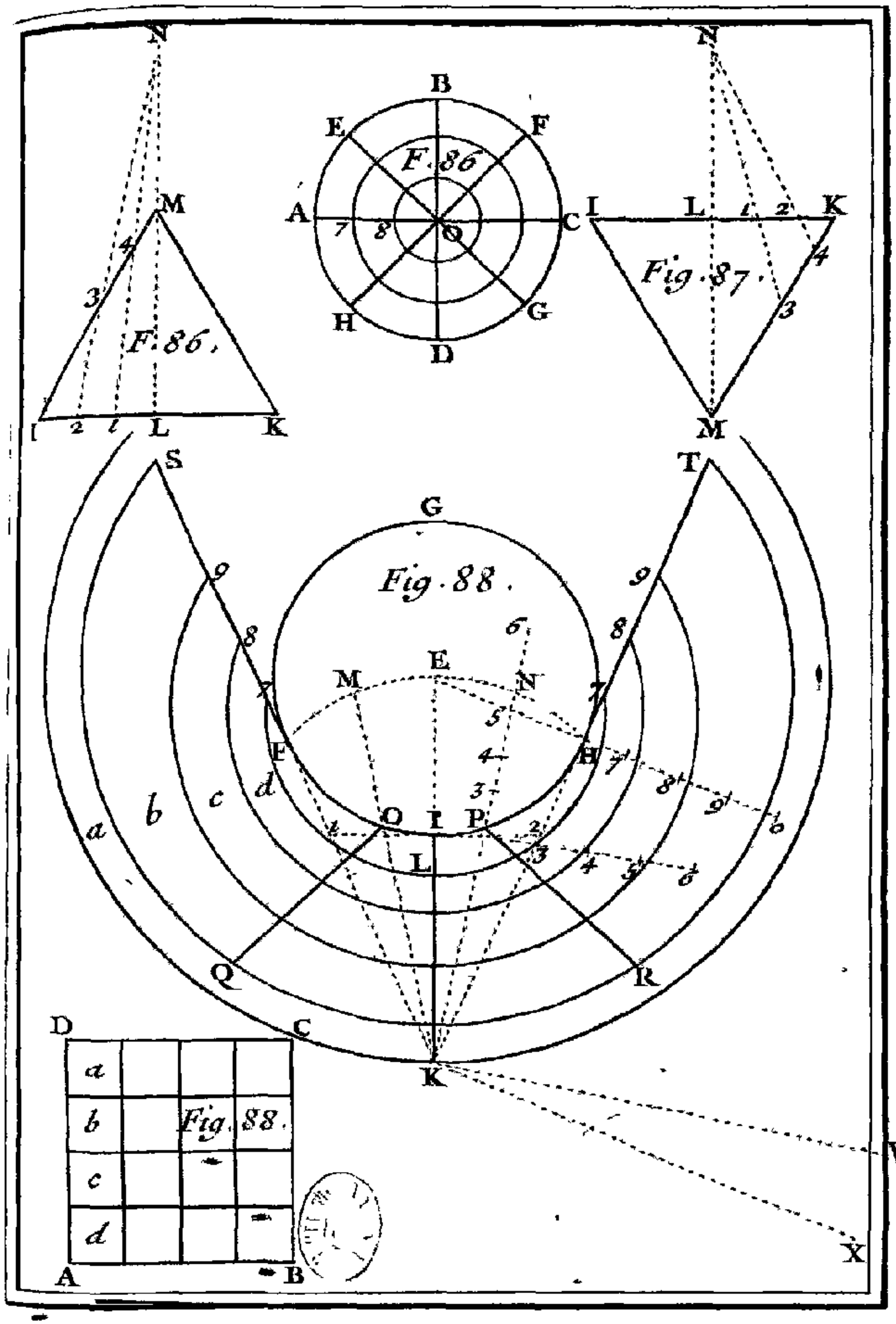
*Décrire sur la Surface convexe d'un Cone une figure difforme, qui paroisse en son naturel, étant regardée d'un point déterminé.*

DEcrivez autour de la figure que vous voulez déguiser, un Cercle à volonté, comme ABCD, & divisez sa circonference en autant de parties égales qu'il vous plaira, comme en huit parties égales, pour tirer par les points de division A, E, B, F, &c. au centre O, autant de Demi-diametres, dont l'un, comme AO, étant divisé par exemple, en trois parties égales aux points 7, 8, vous décrirez du centre O, par ces points de division 7, 8, autant de circonferences de Cercle, lesquelles avec les Demi-diametres precedens diviseront l'espace Planche 25. 86. Fig.

Planche 25. 86. Fig. terminé par la premiere & plus grande circonference ABCD en 24 petits espaces, qui serviront à contretirer l'image qui y sera comprise, & à la défigurer sur la Surface convexe du Cone, quand cette Surface aura été divisée en autant de semblables petits espaces, en cette sorte.

Ayant tiré à part la ligne IK égale au Diametre de la base du Cone proposé, & l'ayant divisé en deux également au point L, tirez-luy par ce point L, la perpendiculaire LM égale à la hauteur du Cone, & joignez les droites MI, MK qui representeront les côtez de ce Cone, que je suppose droit, comme si ce Cone avoit été coupé par un Plan tiré par son Axe, de sorte que le Triangle isoscéle IKM representera le Triangle de l'axe.

Cela étant fait, prolongez la perpendiculaire LM en N, au dessus du point M, qui represente la pointe du Cone, autant que vous voudrez que l'œil soit élevé au dessus de cette pointe, en sorte que la ligne MN soit égale à la distance de l'œil au sommet du Cone : & ayant divisé la moitié IL de la base IK en autant de parties égales que le Demi-diametre AO du prototype, tirez du point N, par les points de division 1, 2, les droites N1, N2, qui donneront sur le côté IM les points 4, 3. Enfin décrivez de la pointe du Cone avec les ouvertures M3, M4, des circonferences de Cercle sur la convexité du Cone, qui representeront les circonferences du prototype ABCD : & ayant divisé la circonference de la base du Cone en autant de parties égales que la circonference ABCD, tirez de la pointe du Cone par les points de division autant de lignes droites, qui avec les circonferences precedentes diviseront la Surface convexe du Cone en 24 espaces difformes qui representeront ceux du


N
M
4
3
F. 86.
I
2
l
L
K
B
E
F
F. 86
A
7
8
O
C
H
G
D
N
I
L
l
2
K
Fig. 87.
4
3
M
S
T
G
Fig. 88.
9
8
6
E
M
N
7
5
F
H
4
3
a
b
c
d
O
I
P
L
Q
R
K
V
X
D
C
a
b
c
d
A
B

Pl. 7.

prototype ABCD, & dans lesquels par consequent on transportera la figure de ce prototype, qui se trouvera difforme sur la Surface du Cone, & qui étant regardée de l'œil mis directement au dessus de la pointe du Cone à la distance MN, paroîtra comme sur une Surface plane, & conforme à son prototype. Planche 25. 86. Fig.

*Remarque.*

Ce que nous venons de faire sur la Surface convexe d'un Cone posé sur sa base, se peut pratiquer de la même façon dans la Surface concave d'un Cone creux posé sur sa pointe, excepté qu'il faut prolonger la perpendiculaire LM au delà du point L en N, en sorte que la ligne MN soit égale à la distance de l'œil à la pointe du Cone, qui dans ce cas luy doit servir de base, afin que l'œil placé en N, le puisse voir par le dedans, &c. 87. Fig.

## PROBLEME XXV.

*Décrire sur un Plan horizontal une figure difforme qui paroisse belle sur la Surface convexe d'un Miroir Cylindrique droit, étant vûë par reflexion d'un point donné.*

IL faut premierement enfermer dans un Quarré, comme ABCD, la figure qu'on veut déguiser, & diviser ce Quarré ABCD en seize autres petits quarrez, qui serviront pour transporter la figure du prototype sur les quarrez semblables difformes qu'on aura décrits sur la Surface convexe du Miroir Cylindrique, dont la base est le Cercle FGHI, qui a le point E pour centre. Ce qui se fera en cette sorte. 88. Fig.

Planche 25. 88. Fig. Si K est l'assiete de l'œil, c'est-à-dire, le point qui répond sur le Plan horizontal perpendiculairement à l'œil, qui peut être éloigné du Cylindre d'un ou de deux pieds, & un peu plus haut que le Cylindre, afin qu'il y puisse voir par reflexion plus de parties du Plan horizontal; tirez par ce point K & par le centre E, la droite KE, & de son point de milieu L, décrivez par le même centre E, l'arc de Cercle FEH, qui donnera sur la circonference FGHI, les deux points F, H, par où vous tirerez du point K, les droites KFS, KHT, qui toucheront cette circonference aux mêmes points F, H.

Aprés cela divisez chacun des deux arcs égaux EF, EH, en deux également aux points M, N, & tirez du point K par les points M, N, les droites KM, KN, qui donneront sur la circonference FIH, les deux points O, P, par où vous tirerez les deux lignes OQ, PR, en sorte que l'Angle de reflexion FOQ soit égal à l'Angle d'incidence POK, en prenant la ligne KO pour un Rayon d'incidence, & que pareillement l'Angle de reflexion HPR soit égal à l'Angle d'incidence OPK, en prenant la ligne KP pour un Rayon d'incidence; & alors les cinq lignes IK, OQ, PR, FS, HT, representeront les lignes du prototype, qui sont paralleles aux deux côtez AD, BC, que les deux touchantes FS, HT, representent. Il ne reste plus qu'à diviser ces lignes en quatre parties égales en representation, ce que je feray ainsi pour avoir plûtôt fait, sans que l'erreur puisse être considerable.

Ayant tiré par le point I, où la ligne KE coupe la circonference FIH, la ligne 1, 2, perpendiculaire à la même ligne KE, qui sera terminée aux points 1, 2, par les deux touchantes KF, KH, tirez du centre E par le point H la droite Ho égale

à la ligne 1, 2, & la divisez en quatre parties égales aux points 7, 8, 9. Tirez ensuite par le point K, la droite KX égale à la hauteur de l'œil, & parallele à la ligne HO, ou perpendiculaire à la touchante KH, & ayant appliqué une regle bien droite au point X & aux points de division 7, 8, 9, O, marquez des points sur la ligne HΓ, là où elle se trouvera coupée successivement par la regle : & la ligne HT se trouvera divisée aux points 7, 8, 9, T, en parties égales en apparence à celles de la ligne 1, 2, qui est divisée par les lignes tirées du point K, en quatre parties qui sont presque égales entre elles : Enfin portez les divisions de la touchante HT sur l'autre touchante FS. Planche 25. 88. Fig.

Pour diviser la ligne PR en quatre parties égales en representation à celles de la ligne 1, 2, tirez par le point P la ligne P6 perpendiculaire à la ligne KP, & égale à la ligne 1, 2, & divisez cette perpendiculaire P6 en quatre parties égales aux points 3, 4, 5. Tirez pareillement par le point K, la ligne KV égale à la hauteur de l'œil, & parallele à la ligne P6, ou perpendiculaire à KP, & ayant comme auparavant appliqué une regle au point V, & aux points de division 3, 4, 5, 6, marquez sur la ligne KP prolongée les points 3, 4, 5, 6, là où elle sera coupée par la regle. Enfin portez les divisions de la ligne PN sur chacune des deux lignes PR, OQ, & faites passer par les points également éloignez de la circonference FGHI, qui ont été marquez sur les quatre lignes FS, OQ, PR, HT, quatre circonferences de Cercle, qui avec les lignes droites FS, OQ, IK, PR, HT, formeront seize quarrez difformes, dans lesquels on transportera la figure du prototype ABCD, qui se trouvera défigurée sur le Plan horizontal, & qui paroîtra dans

sa perfection sur la Surface convexe du Miroir Cylindrique posé droit sur la base FGHI, quand elle sera vûë par reflexion de l'œil élevé perpendiculairement sur le point K à une hauteur égale à la ligne KV, ou KX.

## PROBLEME XXVI.

*Décrire sur un Plan horizontal une figure difforme qui paroisse belle sur la Surface convexe d'un Miroir Conique élevé à angles droits sur ce Plan, étant vûë par reflexion d'un point donné dans l'Axe prolongé de ce Cone speculaire.*

Planche 26. 89. Fig. DEcrivez premierement autour de la figure que vous voulez déguiser, le Cercle ABCD d'une grandeur volontaire, & divisez sa circonference en tel nombre de parties égales qu'il vous plaira, pour tirer du centre E par les points de division autant de Demi-diametres, dont l'un, comme AE, ou DE, doit aussi être divisé en un certain nombre de parties égales, pour décrire du centre E, par les points de division autant de circonferences de Cercle, qui avec les Demi-diametres precedens diviseront l'espace terminé par la premiere & plus grande circonference ABCD, en plusieurs petits espaces, qui serviront pour contretirer la figure qui y sera comprise, & à la défigurer sur le Plan horizontal autour de la Base FGHI du Miroir Conique en cette sorte.

Ayant donc pris le Cercle FGHI, dont le centre est O, pour la base du Cone, décrivez à part le Triangle rectangle KLM, dont la base KL soit égale au Demi-diametre OG de la base du Cone, & la hauteur KM, égale à la hauteur du même Co-

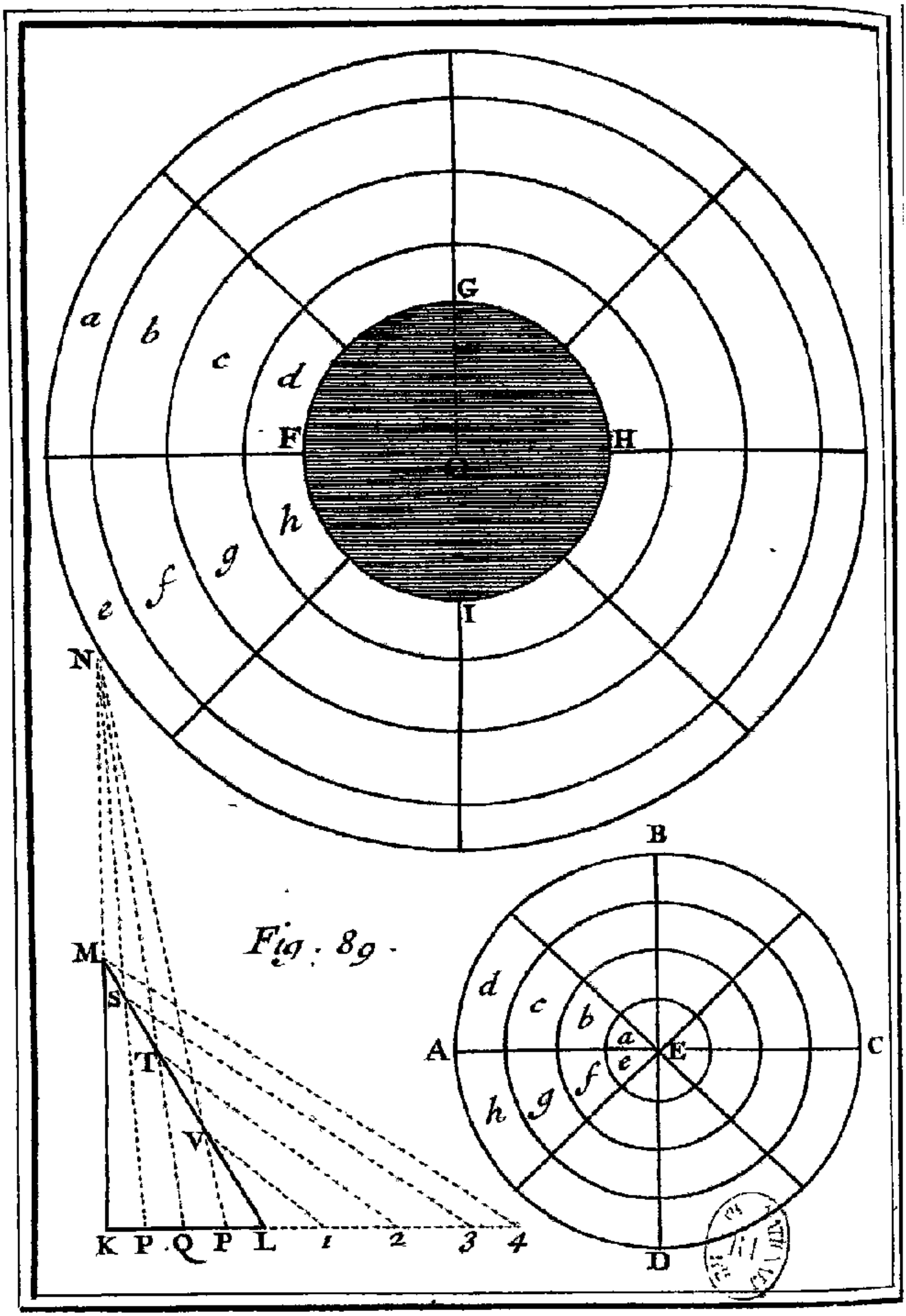



*Fig. 89.*

ne. Prolongez cette hauteur KM en N, en sorte que la partie MN soit égale à la distance de l'œil à la pointe du Cone, ou toute la ligne KN égale à la hauteur de l'œil au dessus de la base du Cone : & ayant divisé la base KL en autant de parties égales que le Demi-diametre AE, ou DE, du prototype, tirez du point N, par les points de division P, Q, R, autant de lignes droites, qui donneront sur l'hypotenuse LM, qui represente le côté du Cone, les points S, T, V. Faites au point V l'angle LV1 égal à l'angle LVR, au point T l'angle LT2 égal à l'angle LTQ, au point S l'angle LS3 égal à l'angle LSP, & au point M, qui represente le sommet du Cone, l'angle LM4 égal à l'angle LMK, pour avoir sur la base KL prolongée les points 1, 2, 3, 4. Planche 26. 89. Fig.

Enfin décrivez du centre O de la base FGHI du Miroir Conique, avec les ouvertures K1, K2, K3, K4, des circonferences de Cercle, qui representeront celles du prototype ABCD, & dont la plus grande doit être divisée de la même façon en autant de parties égales que la circonference ABCD, pour tirer du centre O, par les points de division des Demi-diametres, qui donneront sur le Plan horizontal autant de petits espaces difformes que dans le prototype ABCD, dans lesquels par consequent on pourra transporter la figure du prototype, qui se trouvera ainsi extrémement défigurée sur le Plan horizontal, & qui neanmoins paroîtra par reflexion dans ses justes proportions sur la Surface du Miroir Conique posée sur le Cercle FGHI, quand l'œil sera mis perpendiculairement au dessus du centre O, & éloigné de ce centre O d'une distance égale à la ligne KN.

Pour ne pas vous tromper en transportant ce qui est dans le prototype ABCD, sur le Plan horizontal,

on prendra garde que ce qui est le plus éloigné du centre E, doit être le plus proche de la base FGHI du Miroir Conique, comme vous voyez par les mêmes lettres *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, du Plan horizontal & du prototype. On observera la même chose à l'égard d'un Miroir Cylindrique, comme vous voyez aussi par les quatre lettres semblables *a*, *b*, *c*, *d*, du Plan horizontal & du prototype.

Planche 25. 88. Fig.

## PROBLEME XXVII.

*Décrire une Lanterne artificielle, par le moyen de laquelle on puisse lire la nuit de fort loin.*

FAites une Lanterne qui ait la forme d'un Cylindre, ou d'un petit tonneau situé selon sa longueur, comme un tonneau de Vin posé dans une Cave, en sorte que la fumée passe par le bondon : & mettez à l'un de ses deux fonds un Miroir concave Parabolique, pour appliquer à son Foyer la flamme d'une bougie, dont la lumiere se refléchira fort loin en passant par l'autre fond qui doit être ouvert, & elle paroîtra si éclatante, que de nuit on pourra lire de fort loin des lettres tres-petites, lorsqu'on les regardera avec des Lunettes à Longue-vûë ; & ceux qui verront de loin la lumiere de cette bougie, croiront voir un grand feu qui paroîtra encore plus éclatant, si la Lanterne est étamée par le dedans, & qu'on luy donne la figure d'une Ellipse.

*Remarque.*

On se sert aussi d'un semblable Miroir pour la *Lanterne magique*, ainsi appellée, parce que par

son moyen l'on fait voir sur une muraille blanche de quelque chambre obscure tout ce que l'on veut; de sorte que l'on y peut faire paroître des monstres & des spectres si affreux, que celuy qui les void sans en connoître le secret, croit que cela se fait par Magie. La lumiere qui se refléchit par le moyen de ce Miroir, passe par un trou de la Lanterne, où il y a un verre de Lunette, & entre deux on y fait passer une piece de bois plate & déliée, contenant plusieurs petits verres peints de diverses figures extraordinaires & affreuses, que l'on fait couler successivement par une fente qui est dans le corps de la Lanterne, & qui se representent sur la muraille opposée avec leurs mêmes couleurs & proportions en plus grand volume, ce qui donne de la terreur, & cause de l'admiration aux spectateurs qui n'en connoissent pas l'artifice.

## PROBLEME XXVIII.

*Par le moyen de deux Miroirs plans faire paroître un visage sous des formes differentes.*

AYant placé horizontalement l'un des deux Miroirs plans, élevez l'autre environ à angles droits au dessus du premier, & les deux Miroirs demeurant en cette situation, si vous vous approchez du Miroir perpendiculaire, vous y verrez vôtre visage tout-à-fait difforme & imparfait, car il paroîtra sans front, sans yeux, sans nez, & sans oreilles, ne voyant que la bouche & le menton fort élevez. Si vous inclinez tant soit peu le Miroir perpendiculaire, vôtre visage y paroîtra avec toutes ses parties, excepté les yeux & le front qui ne paroîtront point. Que si vous l'inclinez un

peu davantage, vous y verrez deux nez & quatre yeux, & en l'inclinant encore un peu davantage, vous y verrez trois nez & six yeux. Si vous continuez à l'incliner un peu davantage, vous ne verrez plus que deux nez, deux bouches, & deux mentons, & en l'inclinant encore un peu plus, vous verrez seulement un nez, & une bouche : & vôtre visage cessera de paroître entierement dans ce Miroir, si vous l'inclinez encore un peu plus, ce qui arrivera lorsque l'angle d'inclinaison sera d'environ 45 degrez.

Si vous inclinez les deux Miroirs l'un à l'autre, vous y pourrez voir vôtre visage tout entier, & par les differentes inclinaisons, vous verrez dans le même Miroir l'image de vôtre visage alternativement droite & renversée, &c.

## PROBLEME XXIX.

*Par le moyen de l'eau faire voir un Jetton qui seroit caché à l'œil dans le fond d'un vase vuide.*

SI dans un Vase vuide il y a un Jetton, que l'œil ne puisse appercevoir à cause de la hauteur de son bord, on luy pourra faire voir ce Jetton sans que l'œil, ni le Jetton changent de place, lorsqu'il s'en manquera peu qu'il ne voye le Jetton, sçavoir en versant de l'eau dans ce vase : car comme la vûë qui se fait par une ligne droite, qui partant de l'œil rencontre un milieu plus dense, fait dans ce milieu une Refraction vers la perpendiculaire, l'eau qui sera jettée dans le Vase, fera briser au dedans de ce Vase les rayons qui partent de l'œil, & les fera approcher de la perpendiculaire, c'est-à-dire, de la ligne qui est perpendiculaire à

la Surface de l'eau qui eſt plus épaiſſe que l'air, ce qui fera que l'œil verra au fond du Vaſe ainſi rempli d'eau claire, le Jetton qu'il ne pouvoit pas voir auparavant.

## PROBLEME XXX.

*Repreſenter en perfection une Iris ſur le plancher d'une Chambre obſcure.*

IL faut ſe ſervir d'un Priſme triangulaire, que les Artiſans appellent ſimplement *Triangle*, qui comme preſque tout le monde ſçait, fait voir diverſes couleurs, étant appliqué ſur le nez, & fait paroître les Objets renverſez avec des couleurs ſemblables à celles de l'Iris, ou Arc-en-Ciel. Si donc on met un ſemblable Priſme à une fenêtre de la Chambre où le Soleil donne, les Rayons du Soleil en paſſant au travers de ce Verre triangulaire, formeront ſur le plancher de la Chambre une Iris, qui ſera tres-agreable à voir, principalement ſi le plancher eſt fait en voûte, parce que cela donnera à l'Iris une figure ronde & ſemblable à celle de l'Iris naturelle, que nous voyons dans les nuées.

# PROBLEMES DE GNOMONIQUE.

LA Gnomonique est la partie la plus agreable des Mathematiques, & comme j'en ay assez amplement traité dans mon Cours de Mathematique, & qu'elle dépend d'une Theorie profonde, quand on la veut posseder à fonds, ce qui ne convient pas à des Recreations Mathematiques, je me suis proposé de mettre seulement ici les Problêmes qui me sembleront les plus divertissans & les plus faciles à pratiquer & à comprendre.

## PROBLEME I.

*Décrire dans un Parterre un Cadran Horizontal avec des herbes.*

ON peut décrire par les methodes ordinaires un Cadran Horizontal dans un Parterre, en y marquant les lignes des heures avec du buis, ou autrement, & en faisant servir de stile quelque Arbre planté bien droit sur la Ligne Meridienne, qui par l'extremité de son ombre marquera les heures au Soleil, comme dans les Cadrans ordinaires qui se font sur les Murailles. Mais au lieu d'un Arbre, une personne pourra se servir de sa propre hauteur pour stile, en se plaçant bien droit au pied du stile, qui doit avoir été marqué sur la Meridienne convenablement

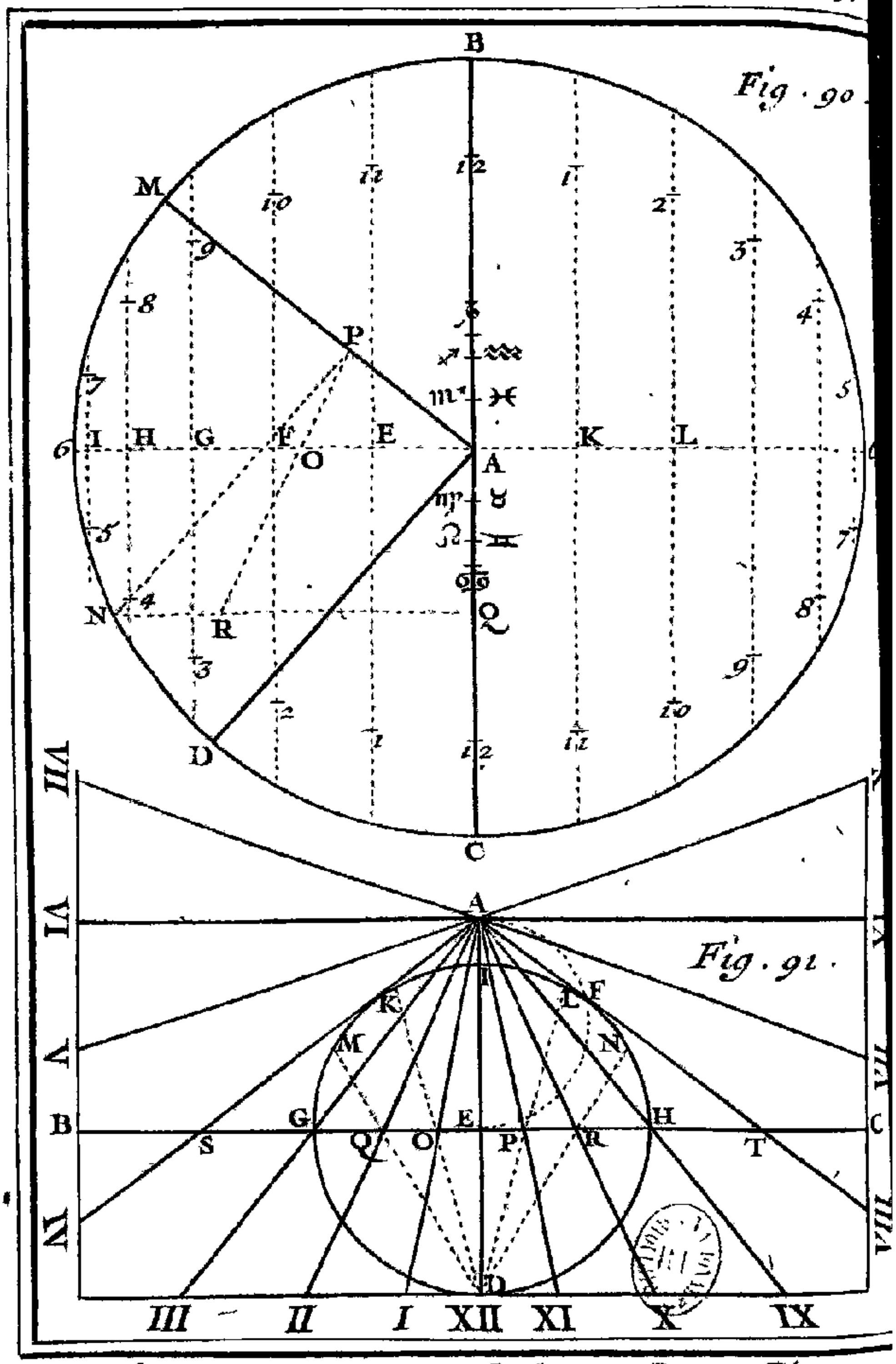


Fig . 90 .
B
M
P
I
H
G
F
E
K
L
O
A
N
R
D
C
Fig . 91 .
VII
VI
V
IV
III
II
I
XII
XI
X
IX
VIII
F
L
K
M
N
G
E
H
B
S
Q
O
P
R
T
C

*Berey fecit*

venablement à cette hauteur, ce qui sera facile à celuy qui entendra la Gnomonique.

On peut aussi tracer un semblable Cadran par le moyen d'une Table des hauteurs du Soleil, ou bien par le moyen d'une Table des Verticaux du Soleil, comme nous avons enseigné dans nôtre Gnomonique : ou bien encore en cette sorte.

Ayant tiré par le point A pris à discretion sur le Plan horizontal, la Ligne Meridienne BC, & ayant décrit à volonté du même point A, le Cercle 6B6C, divisez sa circonference en 24 parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, pour les 24 heures du jour naturel, en commençant depuis la Meridienne BC, & joignez les deux points opposez & également éloignez de la Meridienne BC, par des lignes droites qui seront paralleles entre elles & à la Meridienne BC, ou perpendiculaires au Diametre 6, 6, qui détermine sur le Cercle les points de 6 heures du matin, & de 6 heures du soir. Planche 27. 90. Fig.

On marquera sur chacune de ces lignes paralleles les points des heures, qui se trouveront sur la circonference d'une Ellipse en cette sorte. Ayant fait au centre A, avec la ligne A6, l'angle 6AD de l'Elevation du Pole, comme de 49 degrez pour Paris, portez la distance perpendiculaire du point 6 à la ligne AD, sur la Meridienne BC, de part & d'autre depuis le centre A, aux points 12, 12 : & aussi la distance perpendiculaire du point I, à la même ligne AD, sur chacune des deux paralleles & plus proches de la ligne BC, depuis E, & K, de part & d'autre aux points 1, 11 : & parcillement la distance perpendiculaire du point H, à la même ligne AD, sur chacune des deux paralleles suivantes & également éloignées & plus proches des deux precedentes, depuis F, & L, de part &

Planche 27. 90. Fig. d'autre aux points 2, & 10, & ainsi des autres.

Il faut ensuite marquer le commencement de chaque Signe du Zodiaque, qui répond environ au 20. jour de chaque mois, deçà & delà depuis le centre A, qui represente le commencement de ♈, & de ♎, sur la Ligne Meridienne BC, en cette sorte.

Ayant fait au centre A, avec la Meridienne AB, l'angle BAM de l'Elevation du Pole, par la ligne AM perpendiculaire à la ligne AD, & ayant pris l'arc DN égal à la Déclinaison du Signe que vous voulez marquer, comme de 23 degrez & demy pour ♋, & ♑, de 20 degrez & un quart pour ♊, ♌, & pour ♒, ♐, & de 11 degrez & demi pour ♉, ♍, & pour ♓, ♏, tirez par le point N, la ligne NP, parallele à la ligne AD, & la ligne NQ parallele à la ligne A6, & portez la partie A12, depuis P sur la ligne ND en R, en sorte que la ligne PR soit égale à la partie A12, ou à la distance perpendiculaire du point 6, à la ligne AD, & la partie OP terminée par les deux lignes A6, AM, sera la distance du Signe proposé depuis le centre A, qui represente les deux points Equinoxiaux.

Ce Cadran étant ainsi décrit avec ses ornemens, on y pourra connoître les heures aux rayons du Soleil, comme dans les precedens, pourvû qu'on se place environ au degré du Signe courant du Soleil, avec cette difference, qu'au lieu que dans l'Horizontal le stile ne peut être que d'une certaine grandeur, ici il peut être de telle grandeur que l'on voudra : & mêmes il est bon de le faire un peu long, parce que s'il étoit bien petit, son ombre pourroit en Eté devenir aussi si petite, qu'elle ne parviendroit pas aux points horaires mar-

quez sur les paralleles, & ne pourroit pas ainsi faire connoître les heures. Ainsi quand on voudra se servir de sa propre hauteur pour connoître les heures dans un semblable Cadran, il ne faudra pas décrire du centre A un Cercle d'une grandeur énorme, de peur que les points des heures ne s'éloignent trop de ce centre.

## PROBLEME II.

*Décrire un Cadran Horizontal, dont on a le Centre & la Ligne Equinoxiale.*

SI le Centre donné est A, & la Ligne Equinoxiale BC, tirez à cette ligne BC, par le Centre A la perpendiculaire AD, qui sera la Ligne Meridienne. Ayant décrit autour de la ligne AE le demi-cercle AEF, pour y prendre l'arc EF, égal au double de l'Elevation du Pole, comme de 98 degrez à Paris, où le Pole est élevé sur l'Horizon à peu prés de 49 degrez, décrivez du point E par le point F, une circonference de Cercle, qui donnera sur l'Equinoxiale BC, les points G, H, de 3 & de 9 heures, & sur la Meridienne AD, les deux points I, D, dont chacun peut être pris pour le Centre diviseur de l'Equinoxiale BC, sur laquelle on marquera les points des autres heures en cette sorte. Planche 27. 91. Fig.

Portez la même ouverture du Compas EF sur la circonference du Cercle décrit du centre E, depuis G, & H, aux points K, L, & depuis I, de part & d'autre aux points M, N, & tirez du point D, par les points K, L, M, N, des lignes droites qui donneront sur l'Equinoxiale BC, les points O, P, Q, R, de 1, 11, 2, & 10 heures. Si vous portez la même ouverture du Compas EF, depuis M,

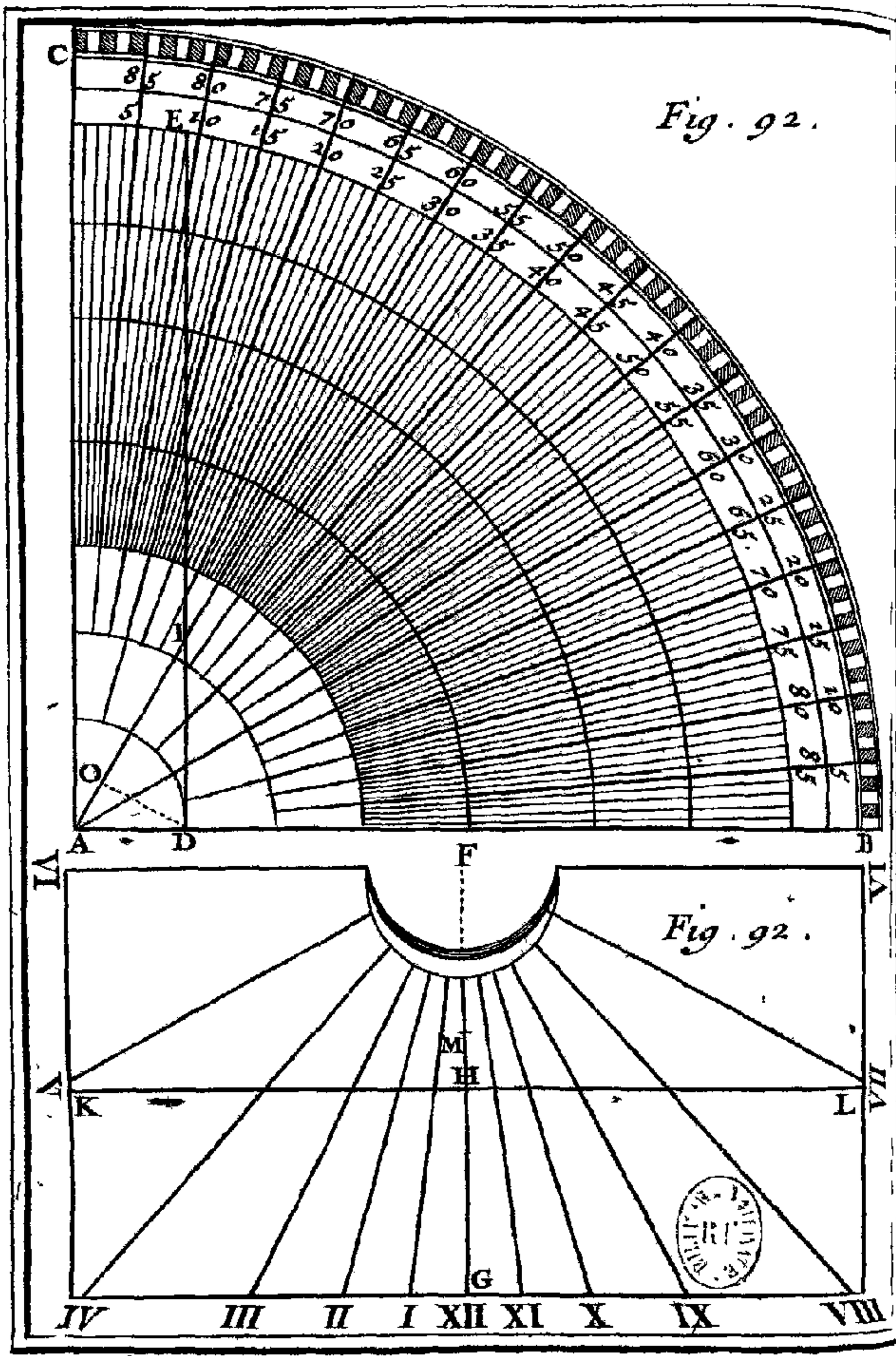
& N, sur l'Equinoxiale BC, aux points S, T, vous aurez en S le point de 4 heures, & en T le point de 8 heures. Enfin, si vous portez la même ouverture du Compas EF, deux fois à droit & à gauche, depuis les points S, T, sur la même Ligne Equinoxiale BC, vous aurez les points de 5 & de 7 heures, qui se rencontrent ici au dehors du Plan du Cadran, &c.

## PROBLEME III.

### *Décrire un Cadran Horizontal par le moyen d'un Quart de Cercle.*

Planche 28. 92. Fig. JE suppose que le Quart de Cercle est divisé en ses 90 degrez, comme ABC, au dedans duquel il faudra tirer la ligne DE perpendiculaire au Demi-diametre AB, ou parallele à l'autre Demi-diametre AC; plus ou moins éloignée du centre A du Quart de Cercle, selon que l'on voudra faire un Cadran plus grand, ou plus petit. Cette ligne DE sera divisée inégalement par les lignes droites tirées du centre A de 15 en 15 degrez, en des points qui representeront les points horaires de la Ligne Equinoxiale du Cadran Horizontal, que l'on décrira en cette sorte.

Ayant tiré sur le Plan horizontal la Ligne Meridienne FG, & y ayant pris à volonté le point F pour le centre du Cadran, prenez depuis ce centre sur la Meridienne FG, la partie FH égale à la partie AI terminée par la ligne DE sur la ligne de l'Elevation du Pole, que nous avons ici supposée de 30 degrez, en la comptant depuis C, & tirez par le point H la ligne KL perpendiculaire à la Meridienne FG, & cette ligne KL sera prise pour la Ligne Equinoxiale,




Berey sect.

ſur laquelle on tranſportera depuis H de part & d'autre les diviſions de la ligne DE, en les prenant depuis D, pour avoir les points des heures, par leſquels on tirera du centre F les Lignes horaires, &c. Planche 28. 92. Fig.

Si vous voulez trouver le pied & la longueur du ſtile, tirez dans le Quart de Cercle du point D, qui repreſente le bout du ſtile, la ligne DO perpendiculaire à la ligne AI de l'élevation du Pole, qui repreſente la Ligne Meridienne du Cadran Horizontal, & faites HM égale à AO, ou FM égale à IO, pour avoir en M le pied du ſtile, dont la longueur eſt égale à la perpendiculaire DO, parce que le point I repreſente le Centre du Cadran, comme il eſt évident à ceux qui entendent la Gnomonique.

## PROBLEME IV.

*Décrire un Cadran Horizontal, & un Cadran Vertical Meridional, par le moyen d'un Cadran Polaire.*

SI le Cadran Polaire eſt ſuppoſé dans un Plan parallele au Cercle de ſix heures, en ſorte que la Ligne Equinoxiale AB ſoit perpendiculaire à la Ligne Meridienne CD, & à toutes les autres Lignes horaires qui ſont paralleles entre elles, & à la Meridienne; faites au point E de 9 heures ſur l'Equinoxiale, avec la même Equinoxiale AE, l'Angle AEF du complement de l'Elevation du Pole, & par le point F, où la ligne EF coupe la Meridienne CD, tirez à cette Meridienne CD, la perpendiculaire GH, qui ſe trouvera coupée par les Lignes horaires du Cadran Polaire en des points, par où vous tirerez au centre C les Lignes horaires du Cadran Ho- Planche 29. 93. Fig.

Planche 29. 23. Fig. rizontal : mais on trouvera ce centre C sur la Meridienne CD, en prenant la ligne FC égale à la ligne EF.

Si par le même point E vous tirez la ligne EI, perpendiculaire à la ligne EF, ou ce qui est la même chose, si au point E l'on fait l'angle AEI de la hauteur du Pole sur l'Horizon, & que par le point I, où la ligne EI coupe la Meridienne CD, l'on tire la ligne KL perpendiculaire à la Meridienne, ou parallele à l'Equinoxiale, cette ligne KL, qui represente le Premier Vertical, sera coupée par les lignes horaires du Cadran Polaire en des points, par où l'on tirera au centre D les Lignes horaires du Cadran Vertical Meridional, ce centre D se trouvant pareillement sur la Meridienne CD, en faisant la ligne ID égale à la ligne IE.

Vous remarquerez que l'Axe CM du Cadran Horizontal est parallele à la ligne EF, & que pareillement l'Axe DN du Cadran Vertical est parallele à la ligne EI.

## PROBLEME V.

*Décrire un Cadran Horizontal, & un Cadran Vertical Meridional, par le moyen d'un Cadran Equinoxial.*

24. Fig. SI le Cadran Equinoxial est supposé décrit sur un Plan parallele à l'Equateur, en sorte que la Ligne de six heures AB soit perpendiculaire à la Ligne Meridienne CD, faites au point E pris à discretion sur la Ligne de six heures AB, l'Angle AEF de l'Elevation du Pole, & par le point F, où la ligne EF coupe la Meridienne CD, tirez à cette Meridienne CD, la perpendiculaire GH, qui se trouvera

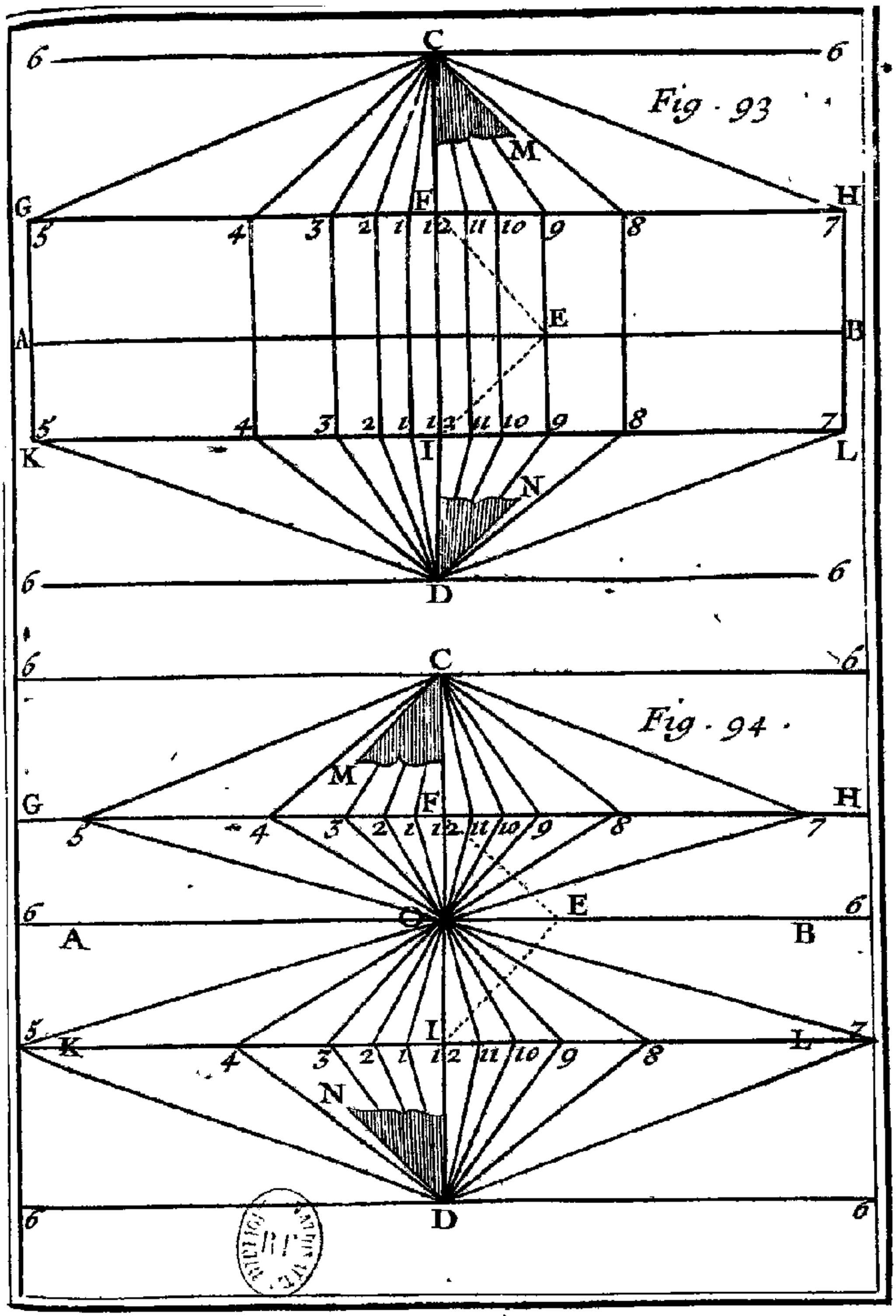


Fig. 93
Fig. 94.
C
D
A
B
E
F
G
H
I
K
L
M
N
6
5
4
3
2
1
12
11
10
9
8
7

coupée par les Lignes horaires du Cadran Equinoxial, en des points, par où vous tirerez les Lignes horaires du Cadran Horizontal de son centre C, que vous trouverez en portant la ligne EF sur la Meridienne CD, depuis F en C. Planche 29. 94 Fig.

Pour le Cadran Vertical il faut tirer par le même point E, la ligne EI perpendiculaire à la ligne EF, ou bien, ce qui est la même chose, il faut faire au point E l'Angle AEI du complement de la hauteur du Pole sur l'Horizon, & par le point I, où la ligne EI coupe la Meridienne CD, tirer à la ligne de six heures AB, la parallele KL, qui se trouvera coupée par les Lignes horaires du Cadran Equinoxial, qui partent de son centre O, en des points, par où l'on tirera les Lignes horaires du Cadran Vertical de son centre D, qu'on trouvera en portant sur la Meridienne CD, la longueur de la ligne EI, depuis I en D.

Vous remarquerez que l'Axe CM du Cadran Horizontal est parallele à la ligne EI, & que l'Axe DN du Cadran Vertical est parallele à la ligne EF.

## PROBLEME VI.

*Décrire un Cadran Vertical sur un quarreau de Vitre, où l'on puisse connoître les heures aux Rayons du Soleil, sans aucun stile.*

J'ay autrefois fait à un de mes amis un Cadran Vertical déclinant sur un quarreau de Vitre d'une des fenêtres de sa Chambre, où il pouvoit sans aucun stile connoître facilement les heures au Soleil, en cette sorte.

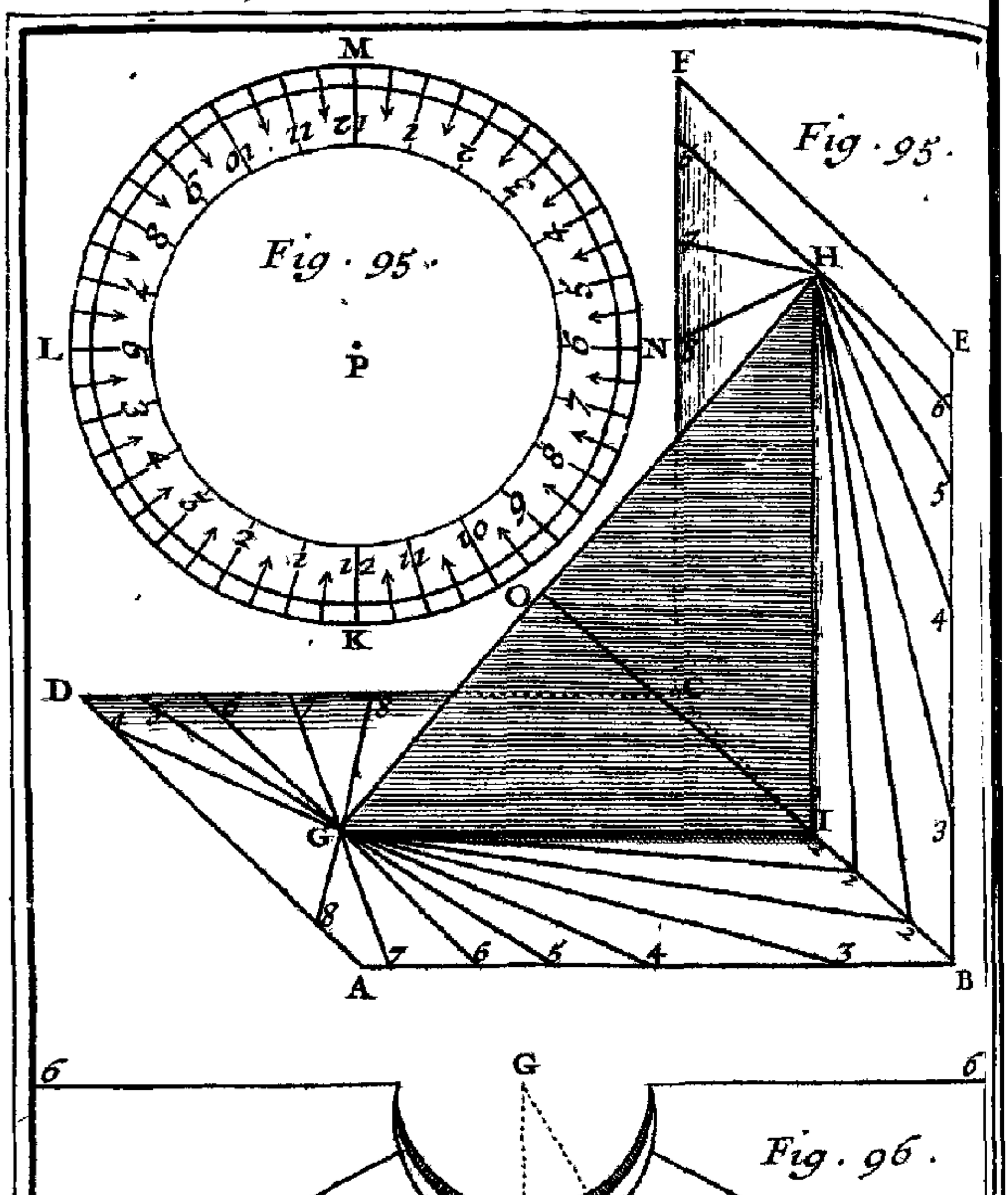
Je fis premierement arracher un quarreau de Vitre qui étoit colé en dehors contre le chassis de la

fenêtre, pour y faire un Cadran Vertical selon la déclinaison de la fenêtre, & la hauteur du Pole sur l'Horizon, ayant pris pour longueur du stile l'épaisseur du chassis de la même fenêtre. Je fis ensuite recoler ce quarreau de Vitre en dedans contre le chassis, ayant donné à la Ligne Meridienne une situation perpendiculaire à l'Horizon, telle qu'elle doit être dans les Cadrans Verticaux, & en dehors je fis coler contre le même chassis, vis-à-vis du Cadran, un papier fort, qui n'étoit point huilé, afin que les rayons du Soleil le pussent moins penetrer, & tenir en cette façon la Surface du Cadran plus obscure; & pour y pouvoir connoître les heures au Soleil sans l'ombre d'un Stile, je fis un petit trou avec une épingle dans le papier, vis-à-vis le pied du stile, que j'avois marqué dans le Cadran : car ainsi le trou representant le bout du stile, & les rayons du Soleil passant au travers, faisoient sur la Vitre une petite lumiere qui y montroit agreablement les heures dans l'obscurité du Cadran.

## PROBLEME VII.

*Décrire trois Cadrans sur trois Plans differens, où l'on pourra connoître les heures au Soleil par l'ombre d'un seul Axe.*

Planché 30. 95. Fig. PReparez deux Plans rectangulaires ABCD, BEFC, d'une largeur égale BC, & les joignez ensemble selon cette ligne BC, qui en representera la commune section, en sorte qu'ils fassent un angle droit, ce qui fera que l'un, comme ABCD, étant pris pour un Plan Horizontal, l'autre BEFC se pourra prendre pour un Plan Vertical.




To. 1.

Cette preparation étant faite, ou plûtôt auparavant que de joindre ensemble ces deux Plans, divisez leur commune largeur BC en deux également au point I, & tirez par ce point I, dans le Plan ABCD, la ligne GI perpendiculaire à la ligne BC, & dans le Plan BEFC, la ligne HI perpendiculaire à la même ligne BC, & chacune des deux lignes HI, GI, sera prise pour la Meridienne de son Plan. Planche 30. 95. Fig.

Si donc on prend le Plan ABCD pour horizontal, on y fera un Cadran Horizontal, dont le centre G sera pris à volonté sur la Meridienne GI : & sur l'autre Plan BEFC, l'on fera un Cadran Vertical Meridional, dont le centre H se trouvera sur la Meridienne HI, par le moyen du Triangle rectangle GIH, dont l'Angle IGH doit être égal à l'Elevation du Pole. Ce Triangle GIH rectangle en I, doit être d'une matiere forte, pour pouvoir être appliquée contre ces deux Plans, & les maintenir dans l'Angle droit, comme vous voyez dans la Figure, & alors l'hypotenuse GH pourra servir d'Axe pour le Cadran Horizontal du Plan ABCD, & pour le Vertical du Plan BEFC.

Ces deux Plans ABCD, BEFC, étant ainsi attachez & arrêtez par le troisiéme Plan triangulaire GIH, tirez dans ce troisieme Plan GIH, de son Angle droit I, la ligne IO perpendiculaire à l'Axe GH, & vous servant de cette ligne IO comme de Rayon, faites un quatriéme Plan coupé en rond KLMN, dont le Demi-diametre soit égal à la ligne IO, & dont la circonference KLMN doit être divisée en 24 parties égales, pour y faire un Cadran Equinoxial, tant le superieur que l'inferieur, en sorte que les Lignes horaires de l'un répondent aux Lignes horaires de l'autre.

Ce Plan KLMN doit être coupé en dedans com-

Planche 30. 95. Fig.

me un Cercle de Sphere, & il doit être fendu le long de la Meridienne, afin qu'il se puisse ajuster par cette fente au Plan triangulaire GIH, selon la ligne IO, en sorte que le point K de Midy touche le point I, auquel cas l'Axe GH passera par le centre P du Cadran Equinoxial, & sera perpendiculaire à son Plan, ce qui fait qu'il sera aussi l'Axe de ce Cadran, dont le Plan étant tourné droit au Midy, en sorte que le centre G regarde directement le Midy, sera parallele à l'Equateur, & alors l'ombre de cet Axe commun GH montrera les heures aux Rayons du Soleil sur chacun de ces trois Cadrans, excepté au temps des Equinoxes, auquel il ne montrera les heures que dans le Cadran Horizontal, & dans le Vertical.

Pour tourner le centre G du Cadran Horizontal directement au Midy, en sorte que la Ligne Meridienne de chacun de ces trois Cadrans soit dans le Plan du Meridien, & que l'Axe GH convienne avec l'Axe du Monde, on pourra se servir d'une Boussole, où la Déclinaison de l'Aimant y soit marquée, laquelle est presentement à Paris d'environ 6 degrez Nord-Ouëst. Ou bien l'on marquera les points du commencement de chaque Signe du Zodiaque, qui répond environ au 20. de chaque mois, sur l'Axe GH de part & d'autre depuis le point O, qui represente les Points Equinoxiaux, ou les commencemens de ♈ & de ♎, selon la Déclinaison des Signes, en faisant au point I, avec la ligne IO, de côté & d'autre des Angles égaux à cette Déclinaison; car ainsi en donnant au Plan ABCD une situation horizontale, & en le tournant jusqu'à ce que l'ombre de la circonference KLMN tombe sur le degré du Signe courant du Soleil, le centre G se trouvera tourné directement au Midy,

& chaque Ligne Meridienne se trouvera dans le Plan du Cercle Meridien. Je ne dis pas que les Signes Septentrionaux se doivent marquer depuis O vers G, parce que ceux qui entendent la Sphere, sçavent bien que dans cette Zone que nous habitons, le point G represente le Pole Septentrional.

## PROBLEME VIII.

*Tracer un Cadran sur un Plan Horizontal par le moyen de deux points d'ombre marquez sur ce Plan au temps des Equinoxes.*

SI les deux points d'ombre sont B, C, on les joindra par la ligne droite BC, qui representera la Ligne Equinoxiale : & afin que l'erreur soit moins sensible, il ne faudra pas que les deux points d'ombre B, C, soient beaucoup éloignez entre eux, parce qu'autour des Equinoxes la Déclinaison du Soleil change sensiblement ; mais ils ne doivent pas aussi être trop proches, parce qu'il est difficile de tirer exactement une ligne droite par deux points extrémement proches. Planche 30. 96. Fig.

Ayant donc ainsi tiré la Ligne Equinoxiale BC, tirez-luy par le pied du stile A, la perpendiculaire GD, qui sera la Ligne Meridienne, sur laquelle on marquera le centre D de l'Equateur, & le centre G du Cadran, en cette sorte. Ayant tiré par le même pied du stile A, la ligne AF perpendiculaire à la Ligne Meridienne, ou parallele à la Ligne Equinoxiale, & égale au stile, joignez le Rayon de l'Equateur EF ; & en portez la longueur depuis E sur la Meridienne au point D, qui sera le centre de l'Equateur. Si vous tirez au même Rayon de l'Equateur EF, par le point F, la perpendiculaire

Blanche 30. 96. Fig.

FG, vous aurez en G sur la Meridienne le centre du Cadran.

Il ne reste plus qu'à marquer les Points horaires sur l'Equinoxiale BC, ce qui se pourra faire *par Probl.* 2. ou bien en cette sorte. Ayant décrit du centre de l'Equateur D, avec une ouverture volontaire du Compas, le Demi-cercle HEI, & ayant divisé sa circonference en 12 parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, tirez du même centre D, par les points de division, autant de lignes droites qui étant prolongées donneront sur la Ligne Equinoxiale BC, les points des heures qu'on cherche.

Ou bien plus facilement portez la longueur du Rayon de l'Equateur EF, depuis E, de part & d'autre sur la Ligne Equinoxiale BC, aux points de 3 & de 9 heures, & la distance de ces deux points depuis D, de côté & d'autre aux points de 4 & de 8 heures, & depuis ces points deça & delà aux points de 5, de 11, de 1, & de 7 heures: car ainsi vous aurez tous les Points horaires sur l'Equinoxiale, excepté ceux de 2 & de 10 heures, que vous trouverez en divisant en trois parties égales la distance des points de 4 & de 8 heures, ou bien encore ainsi.

*Remarque.*

Vous remarquerez que la distance du point E de Midy au point de 4 ou de 8 heures sur la Ligne Equinoxiale, est la moitié de la distance des points de 1 à 5 heures, ou des points 11 à 7 heures: & que la distance des points de 2 à 9 heures, ou de 10 à trois heures, est égale à la moitié de la distance du point de 2 à 5 heures, ou du point 10 à

7 heures, & que par consequent la distance des points de 2 & de 9 heures, ou de 10 & de 3 heures est égale au tiers de la distance des points de 5 & de 9 heures, ou de 3 & de 7 heures. D'où il suit qu'on peut trouver autrement qu'auparavant, les points de 2 & de 10 heures, sçavoir en divisant en trois parties égales la distance des points de 5 & de 9 heures, & la distance des points de 3 & de 7 heures. Planche 30. 96. Fig.

Si outre les Points horaires de la Ligne Equinoxiale BC, vous voulez avoir les points des demies, il faut diviser le Demi-cercle HEI en deux fois plus de parties égales, c'est-à-dire, en 24 parties égales, & en 48 parties égales si vous voulez avoir les quarts d'heure; & ainsi ensuite. Ou bien pour avoir les points des demie-heures, on mettra une des pointes du Compas sur les Points horaires de la Ligne Equinoxiale BC, qui sont en nombre impair, sçavoir sur les points de 1, 11, 3, 9, 5 & 7 heures, & on étendra l'autre pointe jusqu'au centre de l'Equateur D, pour avoir des ouvertures qui étant portées depuis les mêmes Points horaires de part & d'autre sur l'Equinoxiale, donneront les points des demies-heures, par le moyen desquels on trouvera de la même façon les points des quarts-d'heures; & ainsi ensuite.

## PROBLEME IX.

*Tracer un Cadran sur un Plan horizontal, où les points de cinq & de sept heures sont donnez sur la Ligne Equinoxiale.*

COmme il arrive souvent que les points de 5 & de 7 heures de la Ligne Equinoxiale se Planche 31. 97. Fig.

Planche 31. 97. Fig

trouvent hors du Plan, pour avoir pris un stile trop long par rapport à la largeur du Plan, ce qui empêche de pouvoir marquer ces deux points de 5 & de 7 heures sur la Ligne Equinoxiale, & de pouvoir achever le Cadran; il sera bon de déterminer ces deux points sur l'Equinoxiale, comme A, B, dont le milieu O sera le point de Midy, pour achever le Cadran en cette sorte.

Ayant tiré par le point de Midy O, la Ligne Meridienne DE perpendiculaire à l'Equinoxiale BC, on trouvera en premier lieu sur cette Meridienne DE, le centre de l'Equateur D, & par son moyen le centre du Cadran I, pour en tirer les Lignes horaires par les points des heures, qu'on marquera sur la Ligne Equinoxiale AB, comme il a été enseigné au Problême precedent, par le moyen du centre de l'Equateur D, que nous trouverons ici en trois manieres differentes, comme vous allez voir.

*Premiere Methode.*

Ayant décrit du point de Midy O, par les points A, B, de 5 & de 7 heures, le Demi-cercle AFB, & ayant décrit du point A, par le même point O, l'arc de Cercle OF, divisez en deux également l'arc AF au point G, & menez la droite BG, qui donnera sur la Ligne Meridienne DE, le centre de l'Equateur D.

*Seconde Methode.*

Ayant décrit comme auparavant, le Demi-cercle AFB, & l'arc de Cercle OF, décrivez du point B, par le point F, l'arc de Cercle FH, & faites la ligne OD égale à la partie AH, pour avoir en D le centre de l'Equateur qu'on cherche.

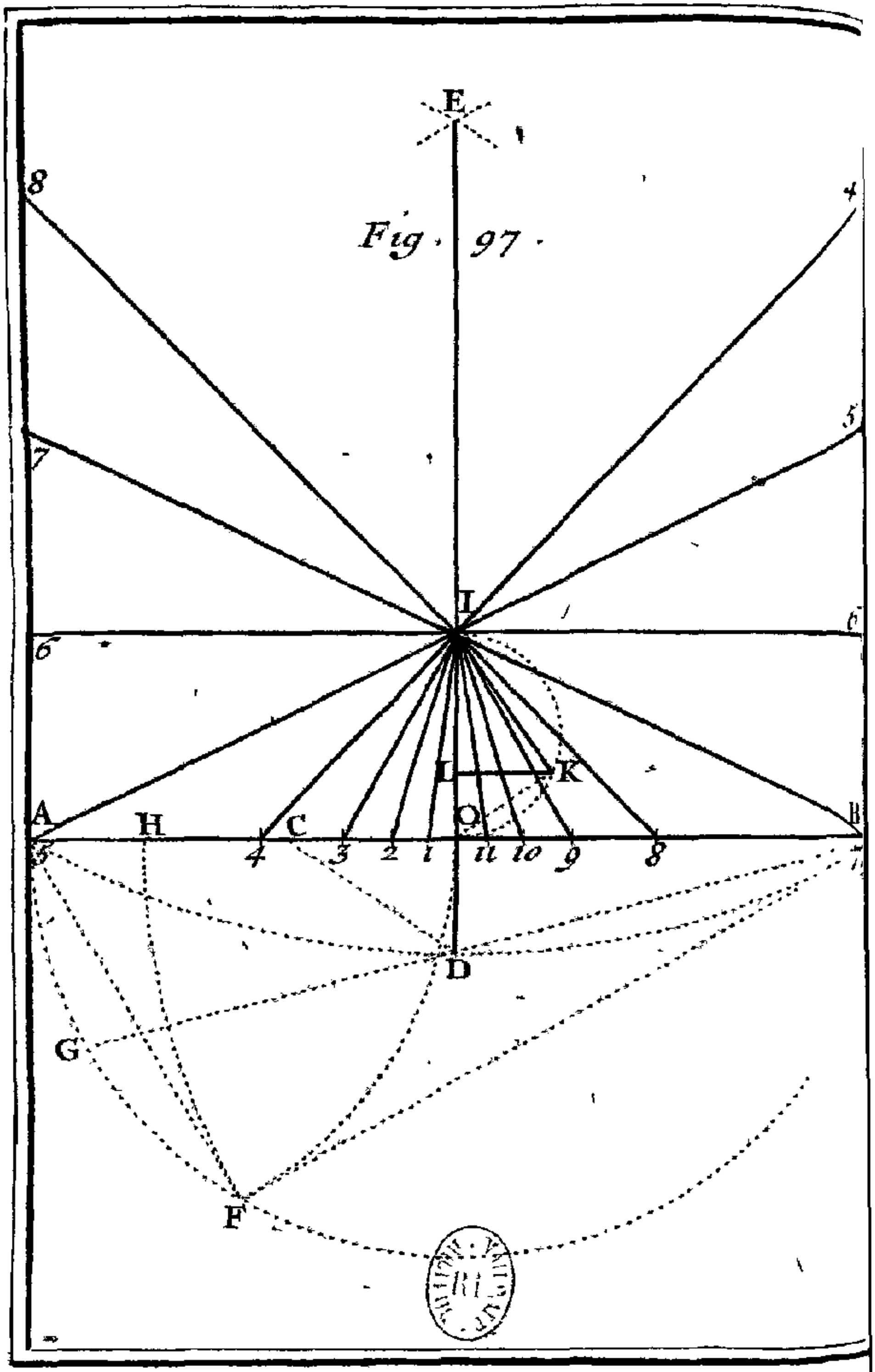


Fig. 97.
E
8
4
7
5
I
6
6
L
K
A
H
C
O
B
5
4
3
2
1
11
10
9
8
D
G
F

Planche 31. 79. Fig.

*Troisiéme Methode.*

Décrivez des deux points A, B, de 5 & de 7 heures avec une ouverture du Compas égale à le distance AB, deux arcs de Cercle, qui se coupent ici sur la Meridienne au point E, & décrivez de ce point E, avec la même ouverture du Compas l'arc de Cercle ADB, qui donnera sur la Meridienne DE le centre de l'Equateur D.

Pour trouver le centre du Cadran, faites au centre de l'Equateur l'Angle ODC du complement de la Hauteur du Pole sur l'Horizon, & portez la longueur de la ligne CD sur la Meridienne DE, depuis O en I, & le point I sera le centre du Cadran, où toutes les Lignes horaires doivent aboutir.

Si vous voulez trouver le pied & la longueur du stile, ayant décrit autour de la ligne OI le Demi-cercle OKI, portez sur sa circonference la longueur de la ligne OD, depuis O en K, & tirez du point K, la ligne KL perpendiculaire au Diametre OI, pour avoir en L le pied du stile, dont la longueur sera la perpendiculaire LK.

Il est évident que la ligne OK est le Rayon de l'Equateur, & que la Ligne IK represente l'Axe du Cadran, de sorte que l'Angle LIK est égal à l'Elevation du Pole.

## PROBLEME X.

*Etant donné un Cadran, soit Horizontal, ou Vertical, trouver pour quelle Latitude il a été fait, lorsque l'on connoît la longueur & le pied du stile.*

Planche 30. 96. Fig. PRemierement, si le Cadran est Horizontal, on tirera par le pied du stile A, la ligne AF égale au stile, & perpendiculaire à la Meridienne, & l'on tirera du centre G du Cadran par le point F, la droite FG, qui representera l'Axe du Cadran, & qui fera avec la Meridienne l'Angle FGA égal à la Latitude qu'on cherche.

On travaillera de la même façon pour un Cadran Vertical Meridional, ou Septentrional, qui ne déclinera point, comme l'on connoîtra lorsque la Ligne Meridienne passera par le pied du stile, & alors l'Angle que fera l'Axe du Cadran avec la Meridienne sera le complement, ou le reste à 90 degrez de l'Elevation du Pole, pour laquelle le Cadran aura été fait.

Si le Cadran Vertical regarde directement l'Orient, ou l'Occident, en sorte qu'il soit Meridien, comme l'on connoîtra, lorsque les Lignes horaires seront paralleles entre elles, on mesurera l'Angle que fait l'une de ces Lignes horaires avec la Ligne Horizontale, ou avec quelqu'autre ligne parallele à l'Horizontale, & cet Angle sera l'Elevation du Pole qu'on cherche.

Planche 32. 98. Fig. Si le Cadran Vertical est déclinant, comme l'on connoîtra, lorsque la Ligne Meridienne ne passera pas par le pied du stile, comme AH, qui ne passe pas par le pied du stile C; tirez par ce point C, la Ligne

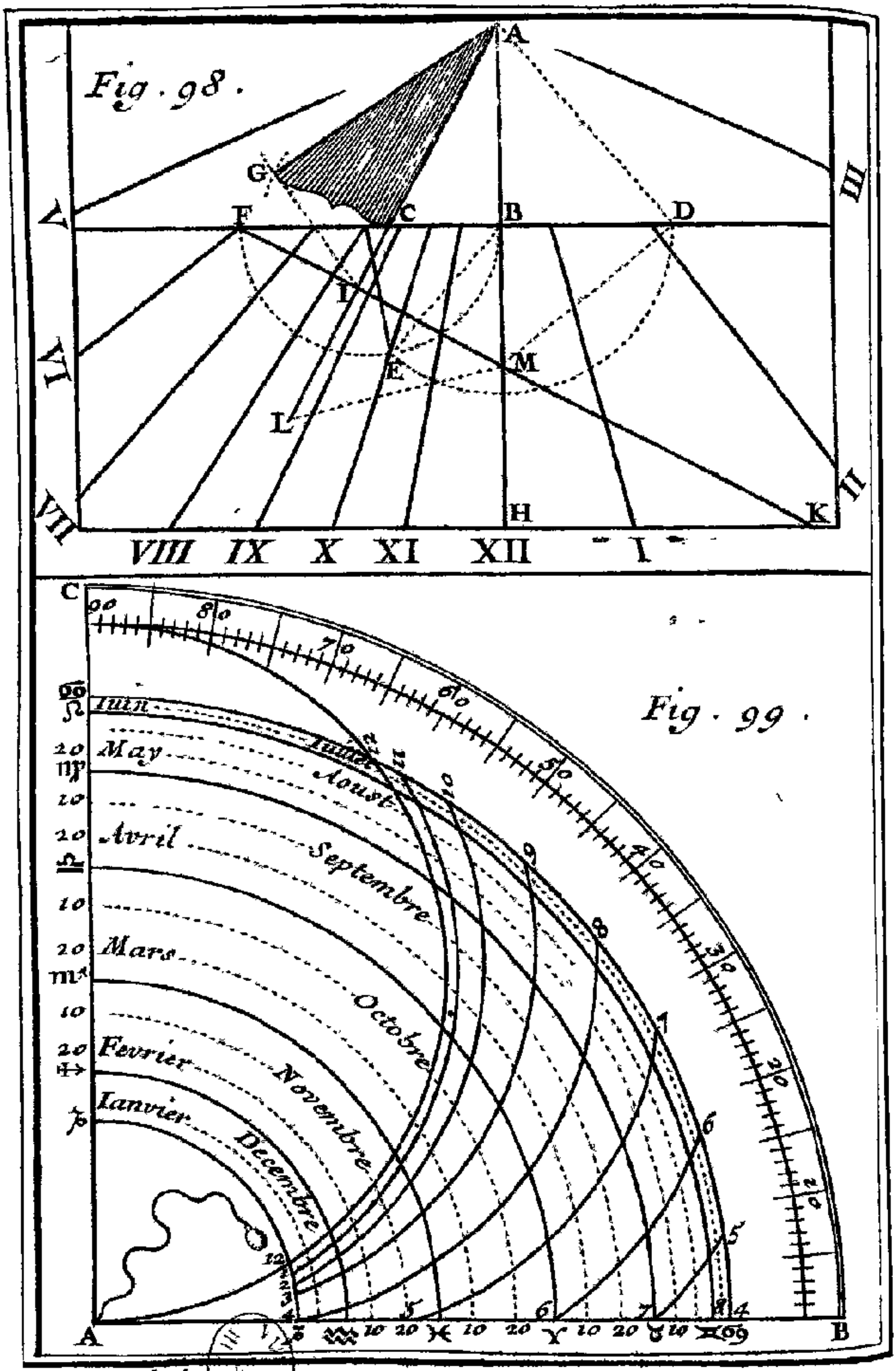


Fig. 98.
A
G
F
C
B
D
I
E
M
L
H
K
III
IV
VII
II
VIII IX X XI XII I
Fig. 99.
C
A
B
Juin
May
Avril
Mars
Fevrier
Ianvier
Iuillet
Aoust
Septembre
Octobre
Novembre
Decembre

Berey fecit

Ligne Horizontale FD perpendiculaire à la Meridienne AH, qui se tire à plomb dans tous les Cadrans Verticaux, & la ligne CE parallele à la Meridienne AH, ou perpendiculaire à l'Horizontale FD, & égale au stile. Enfin, portez la longueur de l'hypotenuse EB, qu'on peut appeller *Ligne de Déclinaison*, parce que l'Angle CEB est la Déclinaison du Plan, sur l'Horizontale depuis B au point D, par lequel & par le centre du Cadran A, vous tirerez la droite DA, qui fera au point D, avec l'Horizontale FD, l'Angle BDA, dont la quantité fera connoître la Latitude qu'on cherche, c'est-à-dire, l'Elevation du Pole sur l'Horizon, pour laquelle le Cadran a été fait. Planche 32. 98. Fig.

*Remarque.*

Si vous voulez sçavoir l'Elevation du Pole sur le Plan du Cadran, c'est-à-dire, de combien de degrez est élevé le Pole sur l'Horizon, auquel le Plan du Cadran est parallele ; tirez la Soustilaire AC, & décrivez du pied du stile C, un arc de Cercle avec l'ouverture CE, & un autre arc du centre du Cadran A, avec l'ouverture AD, pour avoir le point G dans la commune section de ces deux arcs, par lequel on tirera au centre A l'Axe du Cadran AG, qui fera avec la Soustilaire AC, l'Angle CAG de la Hauteur du Pole sur le Plan.

Si vous voulez aussi sçavoir la difference des Meridiens de l'Horizon du Lieu & de l'Horizon du Plan, c'est-à-dire, la difference des Longitudes entre celle de l'Horizon, pour lequel le Cadran a été fait, & celle de l'Horizon parallele au Plan du Cadran ; ayant prolongé la Ligne Soustilaire AC vers L, tirez-luy du point F, section de la Ligne de six

Planche 32. 98. Fig.

heures & de l'Horizontale, la perpendiculaire FK, qui sera la Ligne Equinoxiale, & portez la longueur du Rayon de l'Equateur IG, sur la Soustilaire, depuis I en L, où sera le centre de l'Equateur, par lequel & par le point M, section de la Meridienne & de l'Equinoxiale, vous tirerez la droite LM, qui fera avec la Soustilaire AL, l'Angle CLM, dont la quantité fera connoître la difference des Longitudes qu'on cherche.

Parce que le centre du Cadran A se trouve ici au dessus de la Ligne Horizontale, on connoît que le Plan du Cadran décline du Midy, & qu'il décline à l'Orient, parce que le pied du stile C se trouve entre la Ligne Meridienne & les Lignes des heures du matin, ou avant Midy. On connoît aussi qu'au temps des Equinoxes le Cadran ne sera pas éclairé du Soleil à trois heures aprés Midy, parce que la Ligne de trois heures étant prolongée ne coupe point la Ligne Equinoxiale du côté des heures aprés Midy. Enfin l'on connoît en tout temps, que le Plan du Cadran n'est point éclairé des Rayons du Soleil, aux heures dont les Lignes dans le Cadran ne coupent point du côté des mêmes heures la Ligne Horizontale.

## PROBLEME XI.

*Trouver le Pied & la longueur du stile dans un Cadran Vertical déclinant.*

S'Il arrive qu'un Cadran Vertical déclinant se trouve décrit sur une muraille sans aucun stile, ni sans aucune marque du lieu où il avoit été planté, ou du point où l'on a supposé son pied, quand on a tracé le Cadran, on pourra trouver ce pied,

& déterminer la longueur du stile, en cette sorte. Planche 32. Fig. 98.

Si l'on prolonge la Ligne Meridienne BH, & quelqu'autre Ligne horaire, on aura sur cette Meridienne le centre du Cadran, comme A, où l'on fera avec la Meridienne AH, l'Angle BAD du complement de l'Elevation du Pole, par la ligne AD, qui se trouvera terminée en D, par la Ligne Horizontale FD, qu'on tirera par le point B pris à discretion sur la Meridienne AH, perpendiculairement à la même Meridienne.

Cela étant fait, tirez par le point D, à la ligne AD la perpendiculaire DM, qui donnera sur la Meridienne AH, le point M, par lequel & par le point F de six heures sur l'Horizontale, vous tirerez la Ligne Equinoxiale FK, à laquelle on tirera du centre A, la perpendiculaire AL, qui representera la Ligne Soustilaire, & donnera par consequent sur l'Horizontale FD, le pied du stile au point C.

Pour trouver la longueur du stile, tirez de son pied trouvé C, la ligne indéfinie CE perpendiculaire à l'Horizontale FD, & décrivez du point B par le point D, un arc de Cercle, qui déterminera sur la perpendiculaire CE la longueur du stile qu'on cherche, par le moyen de laquelle on pourra connoître la déclinaison du Plan, qui est representée par l'Angle CEB; l'Elevation du Pole sur le Plan, que l'Angle CAG represente; & la difference des Longitudes, qui est representée par l'Angle ILM, comme il a été enseigné au Problême precedent.

*Remarque.*

Lorsqu'on n'aura pas le point F de six heures sur l'Horizontale, pour être trop éloigné, ce qui ar-

Planche 32. 98. Fig. rivera quand la Déclinaison du Plan sera fort petite, ce qui empêchera de pouvoir tirer la Ligne Equinoxiale FK, on tirera cette ligne par le point M, en luy faisant faire avec la Meridienne AH, l'Angle BMF, qu'on trouvera par le moyen de la Déclinaison du Plan, & de l'Elevation du Pole, en faisant cette Analogie,

*Comme le Sinus Total,*
*Au Sinus de la Déclinaison du Plan;*
*Ainsi la Tangente du complement de l'Elevation du Pole,*
*A la Tangente du complement de l'Angle qu'on cherche.*

Je parle à ceux qui entendent la Trigonometrie, & qui par le moyen de la même Déclinaison du Plan & de l'Elevation du Pole, pourront trouver l'angle de la Ligne de six heures avec la Meridienne, la difference des Longitudes, & l'Elevation du Pole sur le Plan, par ces trois Analogies;

*Comme le Sinus Total,*
*Au Sinus de la Déclinaison du Plan;*
*Ainsi la Tangente de l'Elevation du Pole sur l'Horizon,*
*A la Tangente du complement de l'Angle de la Ligne de six heures avec la Meridienne.*

*Comme le Sinus Total,*
*Au Sinus de la hauteur du Pole sur l'Horizon;*
*Ainsi la Tangente du complement de la Déclinaison du Plan,*
*A la Tangente du complement de la difference des Longitudes.*

Planche 32. 98. Fig.

*Comme le Sinus Total,*
*Au Sinus du complement de la Déclinaison du Plan;*
*Ainsi le Sinus du complement de l'Elevation du Pole sur l'Horizon,*
*Au Sinus de la hauteur du Pole sur le Plan.*

Si l'on ne peut pas avoir le centre du Cadran, ce qui peut arriver, lorsque l'Elevation du Pole est fort grande, ou quand le Plan décline beaucoup, ce qui empêchera de pouvoir connoître la Déclinaison du Plan, & déterminer le pied & la longueur du stile par la Methode precedente; on mesurera l'Angle de la Ligne de six heures avec l'Horizontale, & par le moyen de cet Angle, & de l'Elevation du Pole, on pourra connoître la Déclinaison du Plan, en faisant cette Analogie,

*Comme le Sinus Total,*
*A la Tangente du complement de l'Elevation du Pole;*
*Ainsi la Tangente de l'Angle de la Ligne de six heures avec l'Horizontale,*
*Au Sinus de la Déclinaison du Plan.*

La Déclinaison du Plan ayant été ainsi connuë, on décrira autour de la partie FB terminée par la Ligne de six heures & la Meridienne, le Demi-cercle FEB, pour y prendre depuis F, l'Arc EF égal au double du complement de la Déclinaison du Plan, & l'on tirera du point E, à l'Horizontale FD, la perpendiculaire EC, qui donnera la longueur du stile, & déterminera son pied au point C.

Si vous voulez tirer par le pied du stile trouvé

Planche 32. Fig 8. C, la Ligne Souſtilaire, tirez auparavant la Ligne Equinoxiale FK, par le point de ſix heures F, en luy faiſant faire à ce point F, avec l'Horizontale FD, un Angle qu'on trouvera par cette Analogie,

*Comme le Sinus Total,*
*Au Sinus de la Déclinaiſon du Plan;*
*Ainſi la Tangente du complement de l'Elevation du Pole,*
*A la Tangente de l'Angle qu'on cherche.*

Si à la Ligne Equinoxiale FK, on tire par le pied du ſtile C, la perpendiculaire CL, elle repreſentera la Ligne Souſtilaire, qu'on pourra auſſi tirer en luy faiſant faire au point C, avec l'Horizontale FD, un Angle, qu'on trouvera par cette Analogie;

*Comme le Sinus Total,*
*Au Sinus de la Déclinaiſon du Plan;*
*Ainſi la Tangente du complement de l'Elevation du Pole,*
*A la Tangente du complement de l'Angle qu'on cherche.*

Ou bien portez la diſtance BE ſur l'Horizontale FD, depuis B en D, & faites au point D, l'Angle BDM du complement de la Hauteur du Pole ſur l'Horizon, pour avoir le point M, ſur la Meridienne, par lequel & par le point F de ſix heures, on tirera la Ligne Equinoxiale FM, à laquelle on tirera par le point C la ligne perpendiculaire CL, qui ſera la Ligne Souſtilaire qu'on cherche.

## PROBLEME XII.

*Décrire un Cadran portatif dans un Quart de Cercle.*

POur décrire un Cadran portatif dans le Quart de Cercle ABC, dont le centre est A, & dont la circonference BC est divisée en ses 90 degrez; Planche 32. 99. Fig.

| Heu | XII | XI | X | IX | VIII | VII | VI | V | duM |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sign. | D.M. | D.M | D.M | D.M | D M | D.M | D.M | D M. | Sign |
| ♋ | 64.32 | 61.56 | 55.19 | 46.36 | 37. 1 | 27 12 | 17.32 | 8.22 | ♋ |
| 10 | 64. 9 | 61.53 | 55. 1 | 46.18 | 36.44 | 26.36 | 7.12 | 8. 4 | 20 |
| 20 | 63. 2 | 60.31 | 54. 4 | 45.28 | 35.39 | 26. 8 | 16 22 | 7.12 | 10 |
| ♌ | 61.13 | 58.49 | 52.54 | 44. 7 | 34.40 | 24.51 | 15. 7 | 5.50 | ♊ |
| 10 | 58.48 | 56.30 | 50.29 | 42.14 | 32.54 | 23. 7 | 13.21 | 3.57 | 20 |
| 20 | 55.52 | 53 42 | 47.57 | 39.55 | 30.42 | 20.58 | 11.12 | 1.40 | 10 |
| ♍ | 52.31 | 5[illegible].30 | 45. 1 | 37.14 | 28.10 | 18.29 | 8.40 | * | ♉ |
| 10 | 48.51 | 46.58 | 41.44 | 34 13 | 25.19 | 15.43 | 5.54 | | 20 |
| 20 | 44.58 | 43.12 | 38.15 | 31. 0 | 22.18 | 12.48 | 2.59 | | 10 |
| ♎ | 41. 0 | 39 20 | 34.37 | 27 28 | 19. 9 | 9 47 | | | ♈ |
| 10 | 37. 2 | 35.26 | 30.58 | 24 12 | 15 58 | 6.42 | | | 20 |
| 20 | 33. 9 | 31 40 | 27.24 | 20.55 | 12.51 | 3 44 | | | 10 |
| ♏ | 29 29 | 28. 4 | 23.58 | 17 42 | 9.10 | 0 54 | | | ♓ |
| 10 | 26. 8 | 24.46 | 20.51 | 14.45 | 7. 5 | | | | 20 |
| 20 | 23.12 | 21.52 | 18. 5 | 12.12 | 4.42 | | | | 10 |
| ♐ | 20.47 | 19.30 | 15.48 | 10. 3 | 2 42 | | | | ♒ |
| 10 | 18.58 | 17.42 | 14. 6 | 8.27 | 1 12 | | | | 20 |
| 20 | 17.51 | 16.30 | 13. 3 | 7.27 | 0 18 | | | | 10 |
| ♑ | 17.29 | 16.19 | 12.44 | 7. 8 | 0. 2 | | | | ♑ |
| Heu. | XII | I | II | III | IV | V | VI | VII | du S |

décrivez autour du Demi-diametre AC, une demi-circonference de Cercle, qui sera prise pour la

Planche 32. 99. Fig. Ligne Meridienne, par le moyen de laquelle & de la Table precedente, qui montre la hauteur du Soleil à chaque heure du jour, de 10 degrez en 10 degrez des Signes du Zodiaque, pour la Latitude de 49 degrez, telle qu'est à peu prés celle de Paris, vous décrirez premierement les Paralleles des Signes, & par leur moyen les autres Lignes horaires par des Cercles, en cette sorte.

Pour décrire par exemple le Tropique de ♋, connoissant par la Table precedente, que le Soleil étant en ♋ est à Midy élevé sur l'Horizon de 64 degrez & demi, vous appliquerez une Regle sur le centre A, & sur le 64. degré & demi du Quart de Cercle BC, en comptant depuis B, vers C, & par le point où la Regle coupera la Ligne Meridienne, vous décrirez du centre A un Quart de Cercle, qui representera le Tropique de ♋. Ainsi des autres.

Pour décrire les autres Lignes horaires, on en trouvera trois points, en marquant un point de chacune sur trois Paralleles de Signes differens tels que l'on voudra, pour faire passer par ces trois points une circonference de Cercle, qui representera la Ligne horaire qu'on cherche. Ces points horaires se trouveront dans l'intersection du Parallele du Signe proposé & d'une ligne droite tirée du centre A par le degré de la hauteur que le Soleil doit avoir sur l'Horizon à l'heure proposée, lorsqu'il est dans ce Signe, telle qu'on la trouve dans la Table precedente.

Pour connoître l'heure aux Rayons du Soleil par le moyen de ce Cadran, ajoûtez au centre A un petit stile bien droit, avec un filet pendant librement par la pesanteur d'un plomb qu'il doit avoir à son extremité, & tournez ce centre A vers le So-

leil, en ſorte que la ligne AC regarde directement le Soleil, ce que vous connoîtrez lorſque l'ombre du ſtile élevé au point A couvrira cette ligne AC, car alors le filet en pendant librement du centre A, marquera ſur le Parallele du Signe courant du Soleil l'heure qu'on cherche, & de plus ſur le Quart de Cercle BC, les degrez de la hauteur du Soleil. Planche 32. 99. Fig.

*Remarque.*

Cette maniere de repreſenter les Lignes horaires par des circonferences de Cercle, n'eſt pas bonne dans la rigueur geometrique, mais comme l'erreur eſt petite, on s'en peut ſervir tres-utilement. Mais au lieu de Cercles, on peut avoir des lignes droites, ſans que l'erreur ſoit auſſi beaucoup conſiderable, ſçavoir en décrivant premierement du centre A, avec une ouverture volontaire du Compas, les deux Quarts de Cercle ♋♑, ♈♎, dont le premier ſera pris pour l'un des Tropiques, & l'autre pour l'Equateur, aprés quoy l'on trouvera ſur chacun de ces deux Quarts de Cercle un point de chaque heure, pour joindre deux points d'une même heure par une ligne droite, en cette ſorte. Planche 33. 100. Fig.

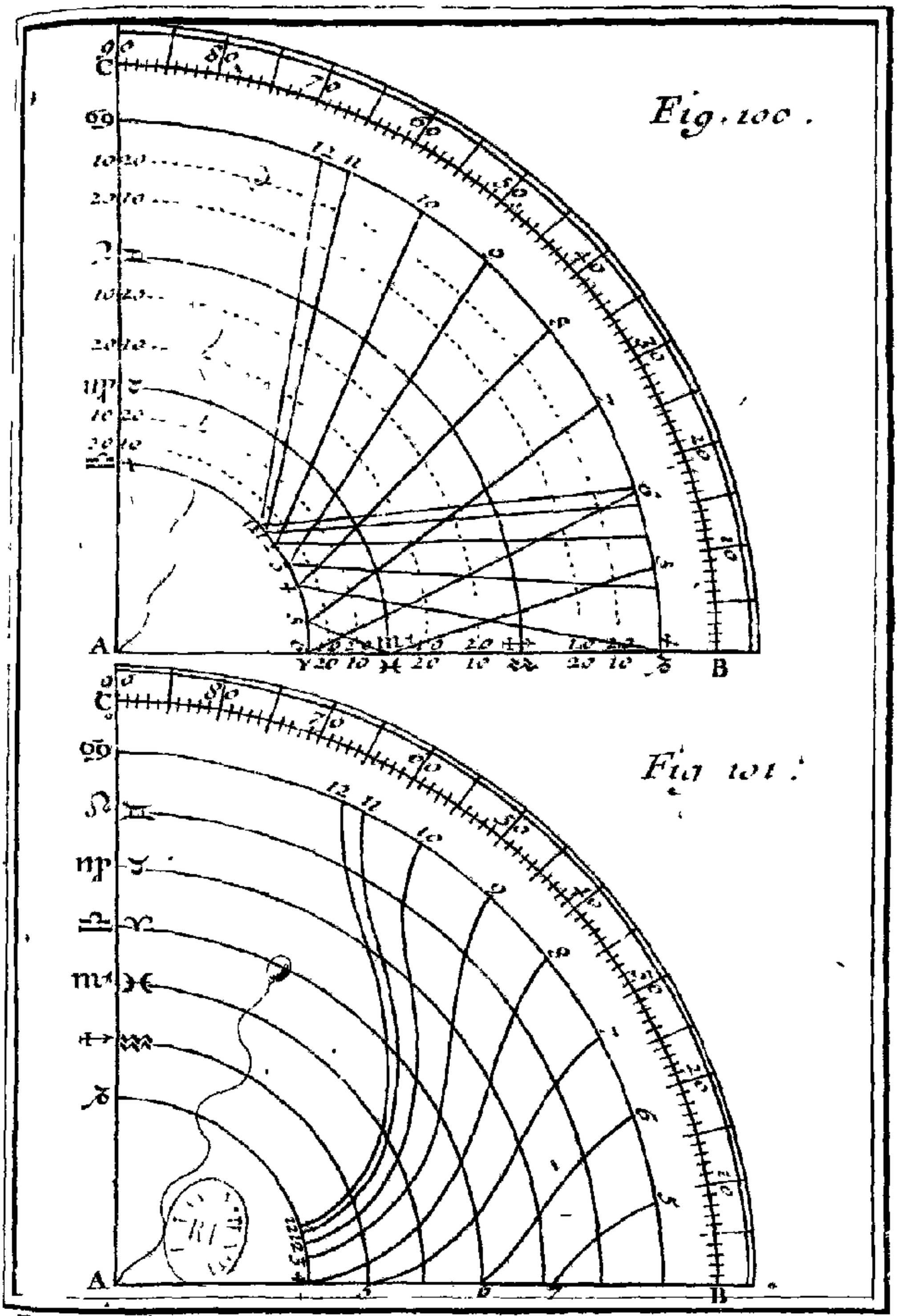
Pour trouver par exemple le point de Midy ſur l'Equateur ♈♎, où le Soleil étant, il a Midy élevé ſur l'Horizon de 41 degrez, appliquez au centre A & au 41. degré du Quart de Cercle BC, une Regle bien droite, qui donnera ſur l'Equateur ♈♎, le point 12 de Midy. De même parce que le Soleil étant dans ♋ eſt à Midy élevé ſur l'Horizon de 64 degrez & demi, vous appliquerez ſur le centre A & ſur le 64. degré & demi du Quart de Cercle BC, la même Regle qui donnera ſur le Quart de Cercle ♋♑, conſideré comme le Tropique de ♋, un ſe-

Planche 35. 100. Fig. cond point de Midy, lequel étant joint avec le premier, on aura la Ligne Meridienne, qui servira pour les six Signes Septentrionaux, sçavoir depuis l'Equinoxe du Printemps jusqu'à l'Equinoxe d'Automne.

Si l'on considere le même Quart de Cercle ♋♑, comme le Tropique du ♑, on y trouvera de la même façon le point de Midy, par lequel & par le premier point de Midy, qui a été trouvé sur l'Equateur ♈♎, tirant une ligne droite, on aura une seconde Ligne Meridienne, qui servira pour les six Signes Meridionaux, sçavoir depuis l'Equinoxe d'Automne jusqu'à l'Equinoxe du Printemps.

C'est de la même maniere qu'on marquera les autres Lignes horaires, tant pour les six Signes Septentrionaux, que pour les six Meridionaux, & il ne faut que regarder la figure pour le comprendre. Pour les Paralleles des autres Signes, ils se décriront par le moyen de la Ligne Meridienne, comme il a été enseigné auparavant, sans qu'il soit besoin de le repeter ici. On connoît aussi les heures sur ce Cadran, comme sur le precedent, c'est pourquoy nous n'en parlerons pas davantage.

Nous dirons seulement que la maniere la plus exacte de faire ce Cadran, est la suivante. Décrivez
101. Fig. à volonté du centre A sept Quarts de Cercle, qui soient si vous voulez également éloignez entre eux, que vous prendrez pour les commencemens des douze Signes du Zodiaque, le premier & le dernier étant pris pour les deux Tropiques, & celuy du milieu par consequent pour l'Equateur. Vous marquerez sur chacun de ces Paralleles des Signes les points des heures selon la hauteur que le Soleil doit avoir à ces heures au commencement de chaque Signe, ce que vous connoîtrez par la Table




Berey, fecit

precedente, comme il a été enseigné auparavant ; aprés quoy il n'y aura plus qu'à joindre par des lignes courbes tous les points d'une même heure, pour avoir ainsi le Cadran achevé, où l'on connoîtra les heures, comme il a été dit auparavant, où nous avons dit, qu'il falloit se servir d'un petit stile élevé droit au centre A : mais au lieu de stile, on pourra se servir de deux pinnules, dont les trous répondent perpendiculairement & à une hauteur égale sur la ligne AC, sur une autre qui luy soit parallele, car ainsi au lieu de l'ombre du stile, qui doit couvrir la ligne AC, on fera passer les Rayons du Soleil par les trous de chaque pinnule : & pour connoître l'heure plus facilement, on pourra ajoûter au filet qui pend du centre A, une petite perle enfilée, qu'on avancera sur le Signe & degré du Soleil marqué sur la ligne AC, lorsqu'on voudra connoître l'heure ; car alors cette perle montrera l'heure qu'on cherche, lorsque les Rayons du Soleil passeront par les trous des deux pinnules, & que le filet avec son plomb pendra librement du centre A, sans qu'il soit besoin de remarquer où le filet coupe le degré du Signe courant du Soleil. Planche 33. 101. fig.

On void aisément que par le moyen d'un semblable Cadran, l'on peut connoître l'heure sans Soleil, pourvû que l'on sçache le lieu du Soleil dans le Zodiaque, & sa hauteur au dessus de l'Horizon. Comme si le Soleil étant au commencement de ♈ ou de ♎, est élevé sur l'Horizon de 27 degrez & demi, en appliquant une Regle bien droite sur le centre A, & sur le 27. degré & demi du Quart de Cercle BC, elle coupera le Parallele de ♈ & de ♎, au point de 9 heures du matin, ou de 3 heures du soir, ce qui fera connoître qu'il est 9 heures du matin, si la hauteur du Soleil a

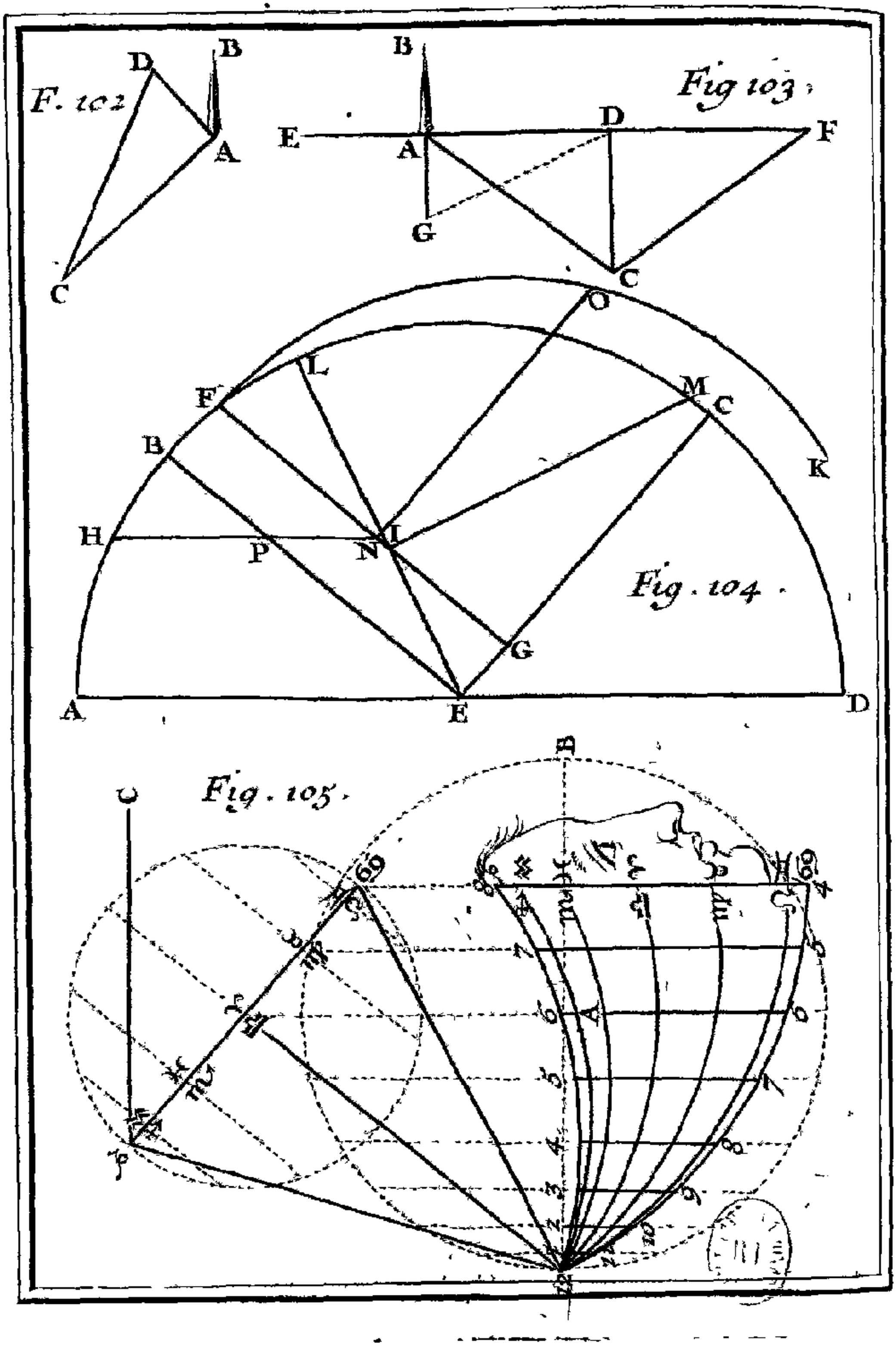
Planche 33. 101. Fig. été observée avant Midy, ou 3 heures du soir, si la hauteur du Soleil a été prise aprés Midy.

On peut *connoître l'heure sans Cadran par le moyen de la hauteur du Soleil, & de la Table precedente*, en cherchant dans cette Table la hauteur trouvée du Soleil, ou sa plus proche dans la colonne du Signe courant du Soleil, ou du 10. degré le plus proche, car ainsi on trouvera vis-à-vis de cette hauteur l'heure en haut si l'observation a été faite le matin, ou en bas si la hauteur du Soleil a été observée aprés Midy.

On peut aussi connoître l'heure sans Cadran par la Geometrie, & par la Trigonometrie, comme nous enseignerons aprés avoir dit que la hauteur du Soleil se peut prendre par le moyen d'un simple Quart de Cercle, comme vous avez vû : ou bien par le moyen de l'ombre d'un stile élevé à angles droits sur un Plan Horizontal, ou Vertical, en cette sorte.

Planche 34. 102. Fig. Premierement, si l'ombre du stile AB élevé à plomb sur un Plan Horizontal est AC, tirez à cette ombre AC, par le pied du stile A, la perpendiculaire AD égale au stile AB, & tirez du point D, par l'extremité C de l'ombre AC, la droite CD, & l'Angle ACD sera l'Elevation du Soleil qu'on cherche.

103. Fig. Mais si vous travaillez sur un Plan Vertical, tirez par l'extremité C, de l'ombre AC, la ligne à plomb CD, & par le pied du stile A, la ligne horizontale EF perpendiculaire à cette ligne CD. Tirez encore par le pied du stile A, la ligne à plomb AG égale au stile AB, & ayant porté la longueur de la ligne DG sur l'Horizontale EF, depuis D en F, joignez la ligne CF, & l'Angle DFC donnera la hauteur du Soleil sur l'Horizon.


F. 102
D
B
A
C
Fig 103.
B
E
A
D
F
G
C
O
L
F
M
C
B
K
H
P
N
I
Fig. 104.
G
A
E
D
Fig. 105.
B
O

La Hauteur du Soleil étant ainsi connuë, ou autrement, on *connoîtra l'heure du Jour premierement par la Geometrie*, en cette sorte. Décrivez à discretion le Demi-cercle ABCD, dont le centre est E, & le Diametre est AD, & y prenez d'un côté l'arc DC de l'Elevation du Pole, & de l'autre côté l'arc AB du complement de la même Elevation du Pole, pour joindre les droites EB, EC, qui seront perpendiculaires entre elles, & dont la premiere EB representera l'Equateur, & la seconde EC l'Axe du Monde, parce que le point E represente le centre du Monde, le point C le Pole élevé sur l'Horizon, que le Diametre AD represente, & le Cercle ABCD represente le Meridien tout ensemble & le Colure des Solstices, en supposant que ce Colure convient avec le Meridien. Planche 34. 104. Fig.

Dans cette supposition, l'on prendra l'arc BL de la plus grande Déclinaison du Soleil, ou de 23 degrez & demi, depuis B vers C, si le Soleil est dans les Signes Septentrionaux, ou de l'autre côté vers A, si le Soleil est dans les Signes Meridionaux, & l'on tirera du centre E par le point L, la droite EL, qui representera l'Ecliptique, selon les loix de la Projection Ortographique de la Sphere. Aprés cela faites l'arc LM égal à la distance du Soleil au Solstice le plus proche, & tirez du point M la ligne MI perpendiculaire à l'Ecliptique EL, qui se trouve ici coupée par cette perpendiculaire MI au point I, par où vous tirerez à l'Equateur EB la parallele FG : qui representera le Parallele du Soleil, & qui coupe ici l'Axe EC au point G, duquel comme centre, on décrira par le point F, l'arc de Cercle FOK.

Enfin ayant pris l'arc AH égal à la Hauteur du Soleil, tirez par le point H, à l'Horizon AD, la

Planche 34. 104. Fig. parallele HN, qui representera l'Almicantarat du Soleil, & donnera sur le Parallele FG, son lieu en N, d'où l'on tirera la ligne NO perpendiculaire à la ligne FG, & l'arc FO étant converti en temps, en prenant 15 degrez pour une heure, donnera l'heure qu'on cherche, ayant ou aprés Midy.

L'Arc BF fait connoître la Déclinaison du Soleil, que l'on peut avoir plus exactement par le moyen de sa plus grande Déclinaison qui est de 23 degrez & demi, & de sa distance au plus proche Equinoxe, en faisant cette Analogie;

*Comme le Sinus Total,*
*Au Sinus de la plus grande Déclinaison du Soleil;*
*Ainsi le Sinus de sa distance au plus proche Equinoxe,*
*A la Déclinaison qu'on cherche.*

Il est évident que quand le Soleil n'aura point de Déclinaison, ce qui arrivera au temps des Equinoxes, au lieu de tirer la perpendiculaire NO du point N, il la faudra tirer du point P, où l'Equateur EB se trouve coupé par l'Almicantarat HI, pour avoir en ce jour des Equinoxes l'heure qu'on cherche: mais on la pourra trouver dans ce cas plus exactement par cette Analogie;

*Comme le Sinus du complement de l'Elevation du Pole,*
*Au Sinus de la Hauteur du Soleil;*
*Ainsi le Sinus Total,*
*Au Sinus de la distance du Soleil à six heures.*

Lorsque le Soleil aura une Déclinaison, on l'ô-

tera de 90 degrez, si elle est Septentrionale, ou on l'ajoûtera à 90 degrez, si elle est Meridionale, pour avoir la distance du Soleil au Pole, par le moyen de laquelle, & de l'Elevation du Pole, avec la Hauteur du Soleil, on pourra trouver par la Trigonometrie l'heure du Jour, en cette sorte.

Ajoûtez ensemble ces trois choses, le complement de la Hauteur du Soleil, le complement de l'Elevation du Pole, & la distance du Soleil au Pole, & ôtez separément de la moitié de leur somme le complement de l'Elevation du Pole, & la distance du Soleil au Pole, pour avoir deux differences qui nous serviront avec le complement de l'Elevation du Pole, & la distance du Soleil au Pole, pour faire ces deux Analogies;

*Comme le Sinus de la distance du Soleil au Pole,*
*Au Sinus de l'une des deux differences;*
*Ainsi le Sinus de l'autre difference,*
*A un quatriéme Sinus.*

*Comme le Sinus du complement de l'Elevation du Pole,*
*Au quatriéme Sinus trouvé;*
*Ainsi le Sinus Total,*
*A un septiéme Sinus.*

lequel étant multiplié par le Sinus Total, la Racine quarrée du produit sera le Sinus de la moitié de la distance du Soleil au Meridien.

## PROBLEME XIII.

### *Décrire un Cadran portatif sur une Carte.*

LE Cadran que nous allons décrire, est ordinairement appellé *le Capucin*, parce qu'il ressemble à la tête d'un Capucin, qui a son Capuchon renversé. Il se peut décrire sur une petite piece de Carton, ou bien sur une Carte, en cette sorte.

Planche 34. 105. Fig. Ayant décrit à volonté une circonference de Cercle, dont le centre est A, & le Diametre est B12, divisez cette circonference en 24 parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, en commençant depuis le Diametre B12, & joignez les deux points de division également éloignez du Diametre B12, par des lignes droites paralleles entre elles, & perpendiculaires à ce Diametre B12, qui seront les Lignes horaires, dont celle qui passe par le centre A, sera la Ligne de six heures.

Aprés cela faites au point 12, avec le Diametre B12, l'Angle B12♈ de l'Elevation du Pole, & ayant tiré par le point ♈, où la ligne 12♈ coupe la Ligne de six heures, la ligne indéfinie ♋♑, perpendiculaire à la Ligne 12♈, vous terminerez cette ligne ♋♑ aux points ♋, ♑, par les lignes 12♋, 12♑, qui doivent faire avec la ligne 12♈, chacune un Angle de 23 degrez & demi, telle qu'est la plus grande Déclinaison du Soleil.

On trouvera sur cette perpendiculaire ♋♑, les points des autres Signes, en décrivant du point ♈, comme centre, par les points ♋, ♑, une circonference de Cercle, & en la divisant en douze parties égales, ou de 30 degrez en 30 degrez, pour les commencemens de douze Signes du Zodiaque,

diaque, pour joindre deux points de division opposez & également éloignez des points ♋, ♑, par des lignes droites paralleles entre elles & perpendiculaires au Diametre ♋♑, qui donneront sur ce Diametre les commencemens des Signes, d'où comme centres, on décrira par le point 12 des arcs de Cercle, qui representeront les Paralleles des Signes, ausquels par consequent on ajoûtera les mêmes caracteres, comme vous voyez dans la figure. Planche 34. 105. Fig.

Ces Arcs des Signes serviront pour connoître les heures aux Rayons du Soleil, en cette sorte. Ayant tiré à volonté la ligne C♑, parallele au Diametre B12, élevez à son extremité C, un petit stile bien droit, & tournez le Plan du Cadran, en sorte que le point C regardant obliquement le Soleil, l'ombre du stile couvre la ligne C♑, & alors un filet pendant librement avec son plomb du point du degré du Signe courant du Soleil, marqué sur la ligne ♋♑, montrera en bas sur l'Arc du même Signe l'heure qu'on cherche.

*Remarque.*

Afin que le filet se puisse mettre facilement sur le degré du Signe courant du Soleil, il faut que le Plan du Cadran soit fendu le long de la ligne ♋♑, car ainsi on pourra facilement avancer le filet à tel point que l'on voudra de cette ligne, & l'arrêter à ce point: & si l'on enfile à ce filet une petite perle, on pourra se passer des Arcs des Signes pour connoître l'heure du jour, en avançant la perle au point 12, lorsque le filet aura été arrêté au degré du Signe courant du Soleil, car alors cette perle montrera l'heure qu'on cherche, lorsque le point C

Planche 34. 105. Fig. aura été tourné droit vers le Soleil, en sorte que, comme nous avons dit, l'ombre du stile couvre la ligne C♑.

On auroit pû marquer les Signes plus exactement sur la ligne ♋♑, en faisant au point 12 avec la ligne 12♈ de part & d'autre des angles égaux à la Déclinaison de ces Signes : mais comme l'erreur n'est pas considerable, lorsque le Cadran est petit, comme il arrive ordinairement, on aura plûtôt fait de suivre la Methode precedente.

Ce Cadran tire son origine d'un certain Cadran rectiligne universel, qui a été autrefois publié par le P. de Saint Rigaud Jesuite, sous ce titre *Analemma novum.* Voici la maniere qu'il nous a enseignée pour sa construction & pour son usage.

Planche 35. 106. Fig. Ayant décrit, comme auparavant, les Lignes horaires par le moyen d'un Cercle divisé en 24 parties égales, qui a le point A pour son centre, & la ligne ♈♎ pour Diametre, à laquelle toutes les Lignes horaires sont perpendiculaires, dont celle qui passe par l'extremité ♈, represente la Ligne de Midy, & celle qui passe par l'autre extremité ♎, represente la Ligne de Minuit ; prenez le Diametre ♈♎ pour l'Equateur, & décrivez les Paralleles des autres Signes par des lignes droites, en cette sorte.

Prenant donc le Diametre ♈♎ pour l'Equateur, faites avec cette ligne au centre A, un Angle égal à la plus grande Déclinaison du Soleil, ou de 23 degrez & demi, par la ligne droite ♋♑, qui sera prise pour l'Ecliptique, & qui se trouvera coupée par les Lignes horaires de 15 degrez en 15 degrez, en des points, par lesquels on tirera des lignes droites paralleles entre elles & à l'Equateur ♈♎, qui representeront les commencemens des Signes & de leurs moitiez.

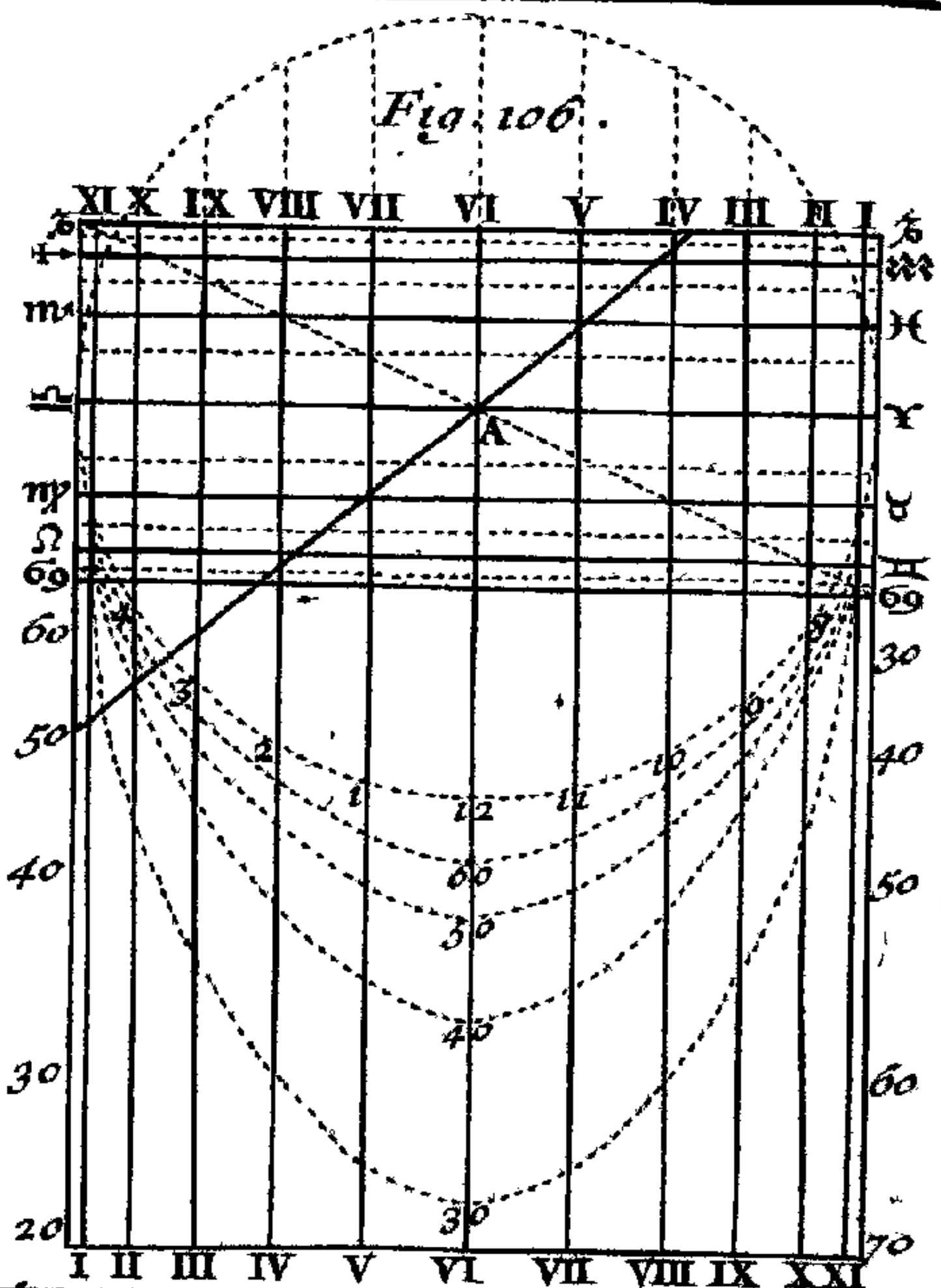



Fig. 107.

Berey fecit —

Enfin tirez du centre A, par les degrez du Demi-cercle d'en bas des lignes droites de cinq en cinq, ou de dix en dix degrez, & les prolongez jusqu'à ce qu'elles rencontrent chacune des deux Lignes Meridiennes 6970, 6920, où vous ajoûterez des chifres, en sorte que les chifres d'une Ligne Meridienne fassent avec les chifres correspondans de l'autre 90 degrez, pour avoir ainsi les degrez de Latitude marquez sur chaque Ligne Meridienne, qui nous serviront pour connoître l'heure en cette sorte. Planche 352. 106. Fig. 1.

Tirez du centre A au degré de la Latitude du Lieu où vous étes, qui est marqué sur la Ligne de Minuit 6920, comme au degré 50, si le Pole est élevé sur vôtre Horizon de 50 degrez, la droite A50, qui representant cet Horizon, fera connoître l'heure du Lever & du Coucher du Soleil au point, où elle coupera le Parallele du degré du Signe, où le Soleil sera pour lors: & attachez à ce point un filet pendant avec son plomb, ayant une petite perle enfilée, afin que le filet étant étendu depuis le même point sur le degré de la même Latitude, marqué sur la Ligne de Midy 6970, cette perle se puisse avancer sur ce degré de Latitude; aprés quoy la perle demeurant immobile à l'endroit du filet où elle se trouvera, on laissera pendre ce filet librement avec son plomb & sa perle immobile, pour pouvoir connoître l'heure du jour aux Rayons du Soleil, par une Methode semblable à la precedente, comme vous allez voir.

Elevez un petit stile bien droit à l'extremité ♎ de la ligne ♈♎, ou de quelqu'autre qui luy soit parallele, & le point ♎ étant tourné obliquement vers le Soleil, en sorte que le filet pende librement avec son plomb, & que l'ombre du stile couvre sa

Planche 35. 106. Fig.

ligne, la perle fera connoitre l'heure qu'on cherche.

Voilà ce que nous avons appris du P. de S. Rigaud, & voici ce que nous avons ajoûté à son Analemme, qu'on peut faire servir de Cadran Horizontal Universel, en prenant la Ligne de six heures pour la Meridienne, & le centre A pour le centre du Cadran, auquel cas la ligne ♈♎ sera la Ligne de six heures, & en portant sur les Lignes Horaires depuis la Ligne de six heures ♈♎, les parties des Horizons terminées par les Lignes horaires, en les prenant depuis le centre A. Car ainsi on aura des points sur les Lignes horaires, qui étant joints par des lignes courbes, on aura des Ellipses, qui representeront les Cercles de Latitude, sur lesquelles on connoîtra les heures aux Rayons du Soleil par l'ombre de l'Axe qui doit faire avec la Meridienne au centre A, un Angle égal à l'Elevation du Pole.

Mais on peut décrire autrement & tres-facilement un Cadran Horizontal Elliptique Universel, comme nous enseignerons aprés vous avoir enseigné dans le Problême suivant deux manieres differentes, pour décrire un Cadran Horizontal Rectiligne Universel.

## PROBLEME XIV.

### *Décrire un Cadran Horizontal Rectiligne Universel.*

Planche 36. 108. Fig.

AYant tiré par le centre du Cadran A, pris à volonté sur un Plan Horizontal, les deux lignes perpendiculaires AB, CD, & ayant pris la premiere AB pour la Meridienne, & la deuxiéme CD pour la Ligne de six heures, décrivez à discretion

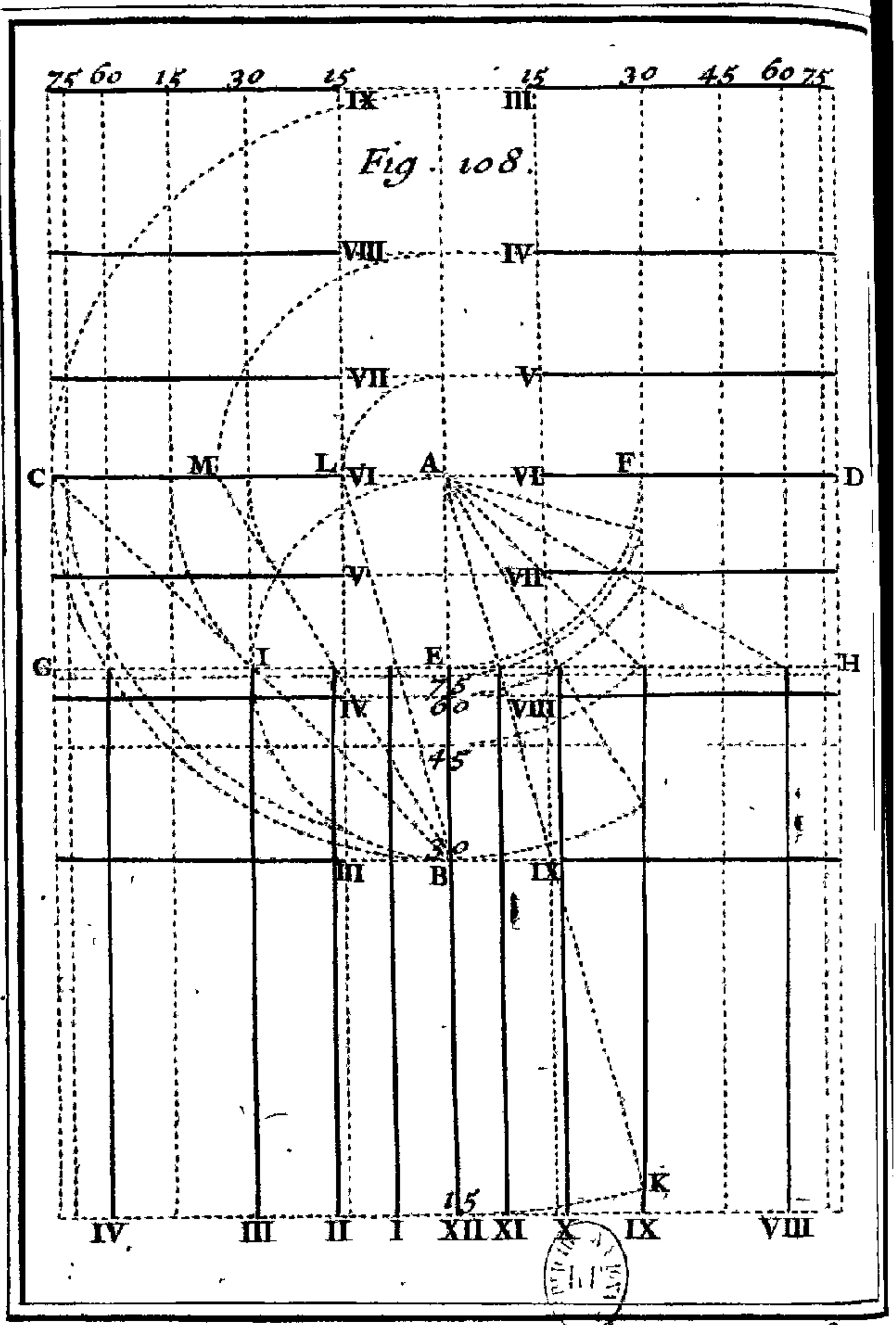



Fig. 108.

To. 1.

Berey fecit

du centre A, le Quart de Cercle EF; & aprés avoir tiré par le point E, la ligne GH perpendiculaire à la Meridienne, qui representera le 90. degré de Latitude, & par le point F, la ligne FK parallele à la même Meridienne, qui representera la Ligne de 9 heures, & aussi le 30. Cercle de Latitude à l'égard des Lignes horaires qui luy sont perpendiculaires, divisez le Quart de Cercle EF, en six parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, afin que tirant du centre A par les points de division des lignes droites, vous ayez sur la ligne GH, les points des autres heures, par où l'on tirera les autres Lignes horaires paralleles à la Meridienne, omettant expressément les Lignes de 5 & de 7 heures, pour ne pas donner une trop grande largeur au Cadran : & pour le faire encore moins large, on pourroit aussi omettre les Lignes de 4 & de 8 heures, qui representent le 60. degré de Latitude, à l'égard des Lignes horaires qui leurs sont perpendiculaires, & qui suppléeront au défaut des Lignes horaires qui auront été negligées, je parle de celles qui sont paralleles à la Meridienne AB. Planche 36. 108. Fig.

Ces mêmes lignes droites qui partent du centre A, étant prolongées, donneront sur la ligne FK de 9 heures des points, par où l'on décrira du centre A, des ares de Cercle, qui donneront sur la Meridienne AB, les points 15, 30, 45, 60, 75, par où l'on tirera autant de lignes droites paralleles entre elles & à la ligne GH, ou perpendiculaires à la Meridienne AB, qui representeront les Cercles de Latitude de 15 degrez en 15 degrez, à l'égard des Lignes horaires paralleles à la Meridienne AB.

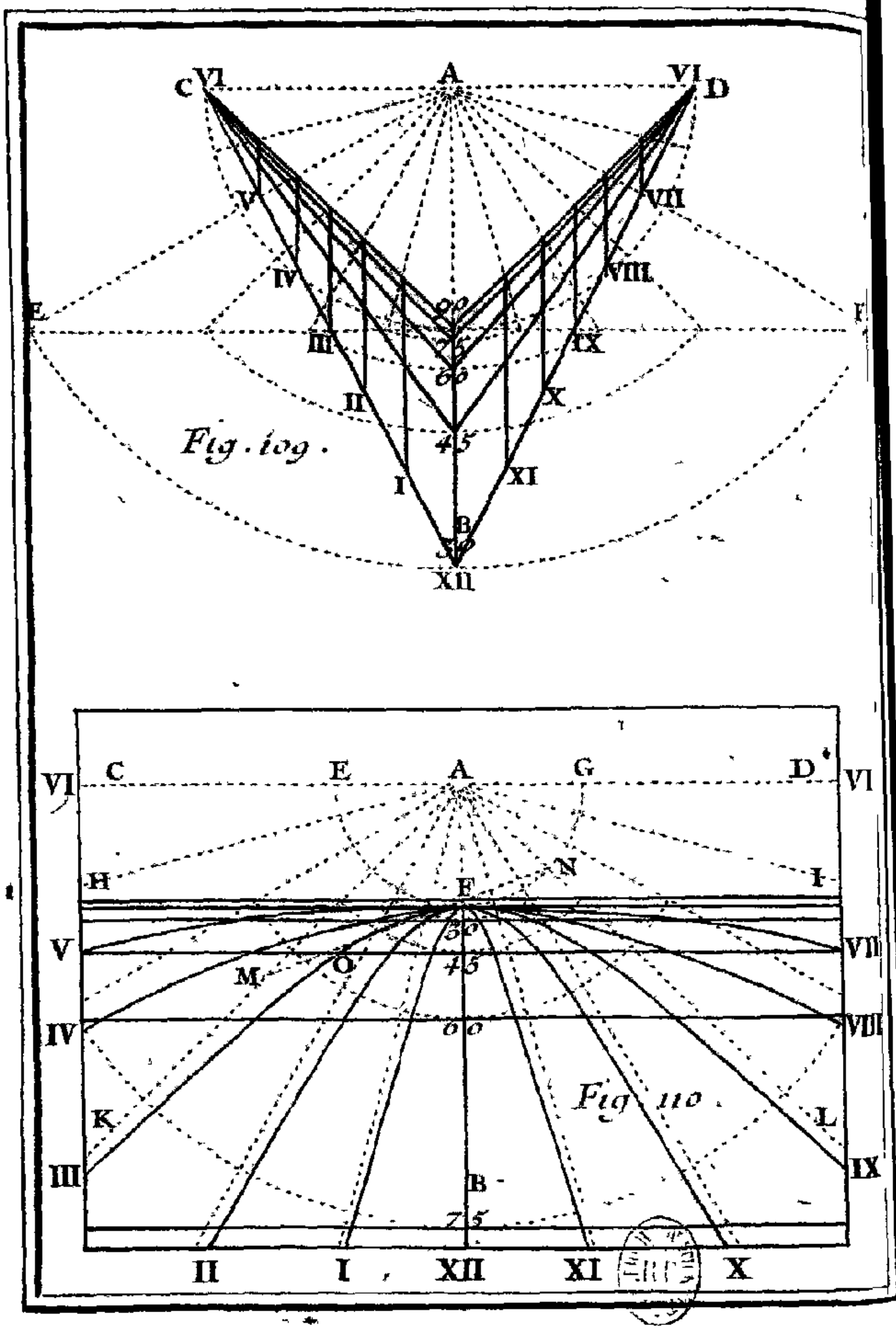
Pour avoir d'autres Cercles de Latitude, & d'autres Lignes horaires, pour les faire servir au défaut de celles qui ont été negligées, décrivez du point

Planche 36. 108. Fig. E par le centre A, le Demi-cercle AIB, & divisez sa circonference en six parties égales, ou de 30 degrez en 30 degrez, pour décrire du centre A par les points de division des arcs de Cercle, qui donneront sur la Ligne de six heures des points, par où l'on tirera des lignes paralleles à la Meridienne AB, qui representeront des Cercles de Latitude de 15 degrez en 15 degrez.

Pour décrire les Lignes horaires qui conviennent à ces Cercles de Latitude, & qui doivent être paralleles à la Ligne de six heures, telle qu'est la Ligne de 3 & de 9 heures, qui passe par le point B, & qui represente le 30. Cercle de Latitude à l'égard des premieres Lignes horaires, tirez du point B, par les points de division du Demi-cercle AIB, des lignes droites, qui étant prolongées, donneront sur la Ligne de six heures les points L, M, C, dont les distances AL, AM, AC, étant portées de part & d'autre depuis le centre A, sur la Ligne Meridienne AB, on aura des points, par où l'on tirera des lignes paralleles à la ligne de six heures.

On connoîtra les heures dans ce Cadran Universel, comme dans le precedent, sçavoir en tournant le centre A droit du Midy, comme aux Cadrans Horizontaux ordinaires, & en mettant au même centre A, un Axe élevé sur la Meridienne à un Angle de la Latitude du Lieu où l'on est, car ainsi l'ombre de cet Axe donnera sur la ligne de la même Latitude, l'heure qu'on cherche.

Planche 37. 109. Fig. On peut autrement & plus facilement décrire un Cadran Rectiligne Universel sur un Plan Horizontal, en cette sorte. Ayant tiré, comme auparavant, par le centre du Cadran A, les deux perpendiculaires AB, CD, & ayant tiré par le point 90 pris à discretion sur la Meridienne AB, la ligne EF per-


C
VI
A
VI
D
V
VII
IV
VIII
E
F
III
IX
II
X
I
XI
B
XII
Fig. 109.
C
E
A
G
D
VI
VI
H
N
F
I
V
VII
M
O
IV
VIII
K
L
III
IX
B
II
I
XII
XI
X
Fig. 110.

pendiculaire à la même Meridienne, décrivez du centre A, par le point 90, le Demi-cercle C90D, qui coupe ici la Ligne de six heures CD, aux deux points C, D, par lesquels & par le point 90, vous tirerez les droites C90, D90. Divisez la circonference de ce Demi-cercle en douze parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, & tirez du centre A par les points de division des lignes droites qui donneront sur chacune des deux lignes C90, D90, des points, par où l'on tirera les Lignes horaires paralleles à la Meridienne. Ces mêmes lignes qui partent du centre A, étant prolongées, rencontreront la ligne EF en des points, par où l'on décrira du centre A, des arcs de Cercle, qui donneront sur la Meridienne les points 30, 45, 60, 75, par où l'on tirera aux deux points C, D, autant de lignes droites, qui representeront les Cercles de Latitude de 15 degrez en 15 degrez; & le Cadran sera achevé, où l'on connoîtra les heures aux Rayons du Soleil, comme dans le precedent. Planche 37. 109. Fig.

*Remarque.*

On peut *rendre Universel un Cadran Horizontal décrit pour quelque Latitude particuliere que ce soit*, en deux manieres, l'une par le moyen des Lignes horaires, & l'autre seulement par le moyen de la Ligne Equinoxiale divisée en heures, comme vous allez voir.

La premiere maniere se pratique en élevant le Plan du Cadran Horizontal au dessus de l'Horizon du Lieu où l'on est, vers le Septentrion si la Latitude de ce Lieu est plus grande que celle pour laquelle le Cadran a été fait, ou vers le Midy si elle est plus petite, des degrez de la difference de ces Planche 31. 97. Fig.

Planche 31. 97. Fig. deux Latitudes, & alors l'Axe de l'ombre IK montrera les heures aux Rayons du Soleil, lorsque le centre I sera tourné droit au Midy.

La seconde maniere se pratique en mettant au point O, section de la Meridienne DI, & de l'Equinoxiale AB, un petit Plan perpendiculaire semblable au Triangle rectangle OKI, qui soit mobile autour de ce point O, en telle sorte que le côté OK fasse avec la Meridienne OL, qui doit être fenduë en cet endroit, un Angle égal au complement de l'Elevation du Pole sur l'Horizon du Lieu où l'on est, & alors l'ombre de l'Axe KI montrera sur l'Equinoxiale AB, l'heure qu'on cherche, lorsque le centre I sera tourné directement vers le Midy.

## PROBLEME XV.

*Décrire un Cadran Horizontal Elliptique Universel.*

Planche 35. 107. Fig. AYant tiré comme dans le Problême precedent par le centre du Cadran A pris à discretion sur un Plan Horizontal les deux perpendiculaires AB, CD, & ayant décrit du même centre A le Demi-cercle CBD d'une grandeur volontaire, divisez sa circonference en douze parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, & joignez deux points de division opposez & également éloignez de la Ligne de six heures CD, par des lignes droites perpendiculaires à la Meridienne AB, ou paralleles à la Ligne de six heures CD, qui representeront les autres Lignes horaires, sur lesquelles on marquera les points de Latitude, en cette sorte.

Pour marquer sur chaque Ligne horaire le point par exemple du 60. degré de Latitude, faites au

centre A, avec la Meridienne AB, un Angle de 60 degrez par la ligne AE, & portez les distances perpendiculaires des points où la Meridienne se trouve coupée par les Lignes horaires à la ligne AE, sur les Lignes horaires opposées, depuis la Meridienne AB de part & d'autre en des points, que vous joindrez par une ligne courbe qui sera la circonférence d'une Demi-Ellipse, & qui representera le 60. Cercle de Latitude. C'est ainsi que nous avons representez les autres Cercles de Latitude de 15 degrez en 15 degrez, par le moyen desquels on connoîtra les heures aux Rayons du Soleil, comme il a été enseigné au Problême precedent. Planche 35. 107. Fig.

## PROBLEME XVI.

### *Décrire un Cadran Horizontal Hyperbolique Universel.*

AYant tiré comme auparavant, par le centre du Cadran A, les deux lignes perpendiculaires AB, CD, & ayant aussi décrit comme auparavant, du même centre A, le Demi-cercle EFG divisé en douze parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, tirez de ce centre A, par les points de division des lignes indéfinies, au dedans desquelles, comme entre des Asymptotes, vous décrirez par le point F pris à discretion sur la Meridienne AB, des Hyperboles qui representeront les Lignes horaires. Planche 37. 110. Fig.

Aprés cela, tirez par le même point F, à la Meridienne AB, la perpendiculaire HI, qui representera le 90. Cercle de Latitude, & qui se trouvera coupée par les Asymptotes tirées du centre A, en des points, par où vous décrirez du même centre

Planche 37. 110. Fig. A, des Arcs de Cercle, qui donneront sur la Meridienne AB, les points 75, 60, 45, 30, 15, par où l'on tirera à la même Meridienne AB, autant de perpendiculaires, qui representeront les Cercles de Latitude de 15 degrez en 15 degrez, par le moyen desquels on connoîtra les heures au Soleil comme dans le Cadran precedent.

*Remarque.*

Ceux qui entendent les Sections Coniques, sçavent que pour décrire une Hyperbole par le point F, entre les Asymptotes AK, AL, par exemple, il n'y a qu'à tirer à discretion par le point F, la ligne MN, terminée en M & en N, par les deux Asymptotes AK, AL, & porter la longueur de la partie FN sur la ligne MN, depuis M en O, qui sera un point de l'Hyperbole qu'on veut décrire, &c.

Ceux qui n'entendent pas les Sections Coniques, pourront marquer les points des Lignes horaires sur chaque Cercle de Latitude, comme nous enseignerons dans le Problême suivant, pour joindre les points qui appartiendront à une même heure, par des lignes courbes, qui seront necessairement des Hyperboles.

## PROBLEME XVII.

### *Décrire un Cadran Horizontal Parabolique Universel.*

Planche 38. 111. Fig. AYant tiré comme auparavant, par le centre du Cadran A, les deux perpendiculaires AB, CD, tirez par le point B pris à discretion sur la Meridienne AB, la ligne EF, perpendiculaire à la même Meridienne AB, qui representera le 90. degré de

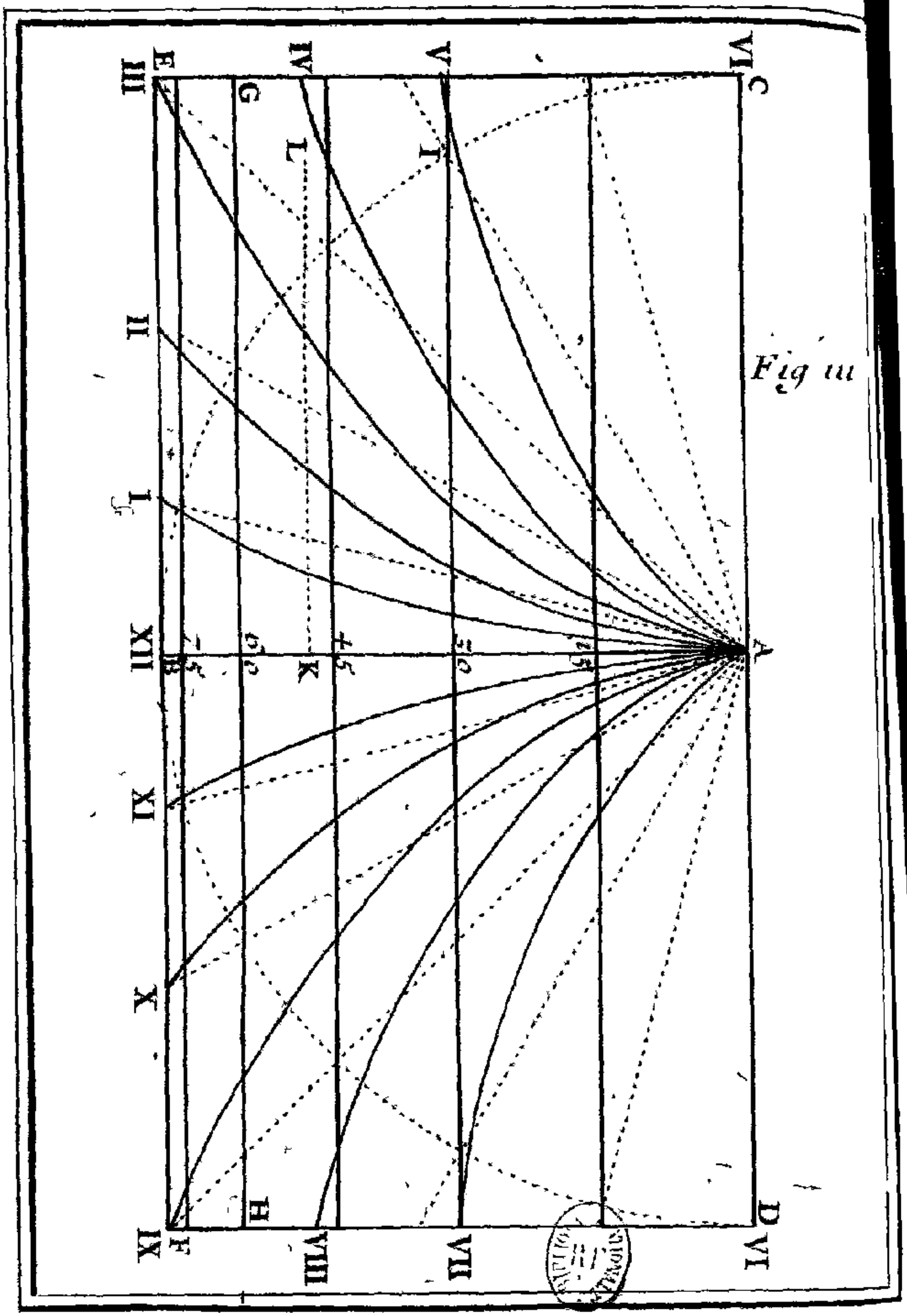



Fig. 11

Latitude, & décrivez comme dans le Problême precedent, du centre A, par le même point B, le Demi-cercle CBD, qui doit être divisé en douze parties égales, pour joindre les points de division opposez & également éloignez de la Ligne de six heures CD, des lignes droites qui representeront les Cercles de Latitude de 15 degrez en 15 degrez. Planche 38. III. Fig.

On marquera sur chacun de ces Cercles de Latitude, par exemple, sur la ligne GH, qui represente le 60. Cercle de Latitude, les Points horaires, en cette sorte. Décrivez du point 60, Section de la Meridienne AB, & de la ligne GH, un Arc de Cercle, qui touche la ligne AI, qui fait au Centre A, avec la Meridienne AB, un Angle de 60 degrez, & portez l'ouverture du Compas sur la Meridienne AB, depuis le centre A, au point K, par où vous tirerez la ligne KL perpendiculaire à la Meridienne AB. Cette perpendiculaire KL se trouvera coupée par les lignes droites qui sont tirées du centre A par les douze divisions du Demi-cercle CBD en des points, dont les distances étant prises depuis K, & étant portées sur la ligne GH, de part & d'autre depuis le point 60, on aura sur cette ligne GH, qui dans ce cas est considerée comme une Ligne Equinoxiale, à l'égard de l'Axe AI, les Points horaires qu'on cherche.

C'est de la même façon que l'on marquera sur les autres Lignes de Latitude, considerées comme autant de Lignes Equinoxiales, les Points Horaires, dont ceux qui appartiendront à la même heure, seront joints par des lignes courbes, qui representeront les Lignes horaires, & qui seront des Paraboles, ayant le centre A pour sommet commun, & la Ligne de six heures CD pour Axe com-

mun. On connoîtra les heures dans ce Cadran comme dans le precedent.

## PROBLEME XVIII.

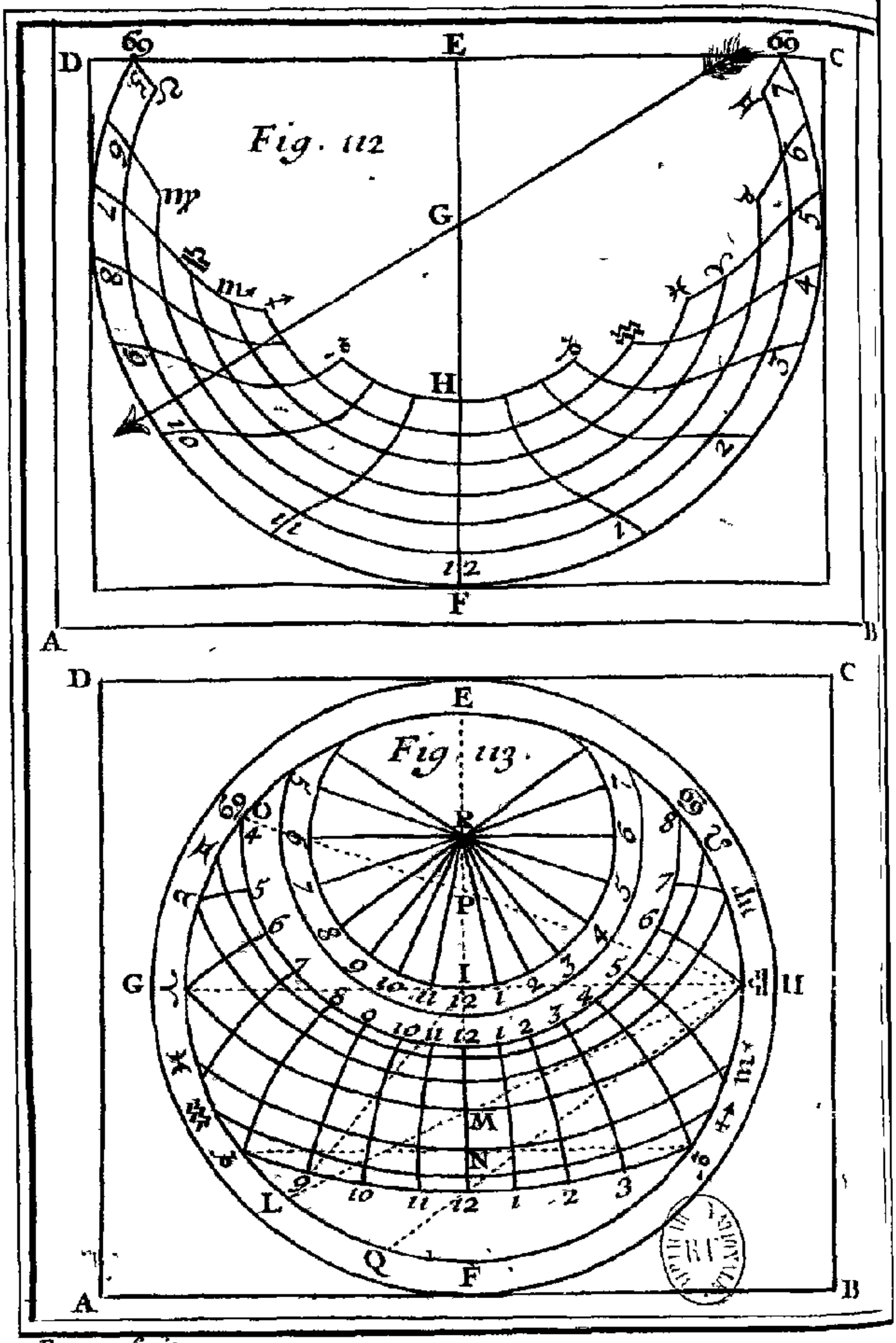
*Décrire un Cadran sur un Plan Horizontal, où l'on puisse connoître les heures au Soleil sans l'ombre d'aucun stile.*

CE Cadran se fait ordinairement en deux manieres, par la Table des Verticaux du Soleil, telle qu'est la suivante qui montre le Vertical du Soleil depuis le Meridien à chaque heure du Jour au commencement de chaque Signe du Zodiaque, pour la Latitude de 49 degrez, ou bien sans aucune Table, sçavoir par la Projection Stereographique de la Sphere; comme vous allez voir.

*Table des Verticaux du Soleil depuis le Meridien, à chaque heure du Jour, pour la Latitude de 49 degrez.*

| H. | XI | X | IX | VIII | VII | VI | V | IV |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S. | D.M. | D.M | D.M. | D.M. | D.M. | D.M. | D.M. | D M. |
| ♋ | 30.17 | 55.40 | 70.30 | 83.57 | 95.20 | 105.56 | 116.28 | 127.26 |
| ♌ ♊ | 27.58 | 50.33 | 67.34 | 81. 6 | 92.45 | 103.35 | 114.56 | |
| ♍ ♉ | 23 30 | 43.52 | 60.29 | 74.17 | 86.21 | 97.36 | | |
| ♎ ♈ | 19.33 | 37.25 | 52.58 | 66.57 | 78.34 | | | |
| ♏ ♓ | 16.42 | 32.25 | 46.30 | 59.28 | 71.12 | | | |
| ♐ ♒ | 14.56 | 29.11 | 42.23 | 54.26 | | | | |
| ♑ | 14.19 | 28. 2 | 40.48 | | | | | |
| H. | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |

Pour décrire premierement ce Cadran par le moyen de la Table precedente, qui l'a fait appel-




Berey fecit

les *Cadran Azimutal*, décrivez sur le Plan Horizontal, que je suppose mobile, le Parallogramme rectangle ABCD, & divisez chacun des deux côtez opposez AB, CD, en deux également aux points E, F, qui doivent être joints par la droite EF, que vous prendrez pour la Meridienne, sur laquelle vous prendrez à discretion le point G pour le pied du stile, & les deux points F, H, pour les Points Solstitiaux de ♋ & de ♑, par lesquels vous décrirez du point G, comme centre, deux circonferences de Cercle, qui representeront les Tropiques ou les commencemens du ♋ & du ♑. Planche 59. 112. Fig.

Pour representer les Paralleles du commencement des autres Signes, divisez l'espace FH en six parties égales, & décrivez du même point G, par les points de division, d'autres Arcs de Cercle, qui representeront les commencemens des Signes, sur lesquels on marquera les points des heures, en prenant sur ces Arcs les degrez du Vertical du Soleil, tels qu'on les trouve dans la Table precedente à chaque heure du Jour, pour le commencement de chaque Signe, de part & d'autre depuis la Ligne Meridienne EF, & en joignant les points qui appartiendront à une même heure, par des lignes courbes, qui seront les Lignes horaires, & le Cadran sera achevé, où l'on pourra connoître l'heure sans stile, en cette sorte.

Pour connoître l'heure dans ce Cadran aux Rayons du Soleil, appliquez au centre G des Arcs des Signes une Aiguille aimantée élevée sur un petit pivot, autour duquel elle puisse tourner librement, comme dans les Boussoles ordinaires, & tournez le point E directement vers le Soleil, en sorte que chacun des deux côtez AD, BC, qui sont paralleles à la Ligne Meridienne EF, cesse d'être éclairé du Soleil sans faire

Planche 39. 112. Fig. aucune ombre : & alors l'Aiguille aimantée montrera sur le Signe courant du Soleil l'heure qu'on cherche.

Pour décrire ce Cadran par le moyen de la Projection Stereographique de la Sphere, lequel dans ce cas, prend le nom d'*Astrolabe Horizontal*, tirez par le centre I du Quarré ABCD, les deux lignes perpendiculaires EF, GH, dont l'une, comme EF, qui est parallele au côté AD, étant prise pour la Meridienne, l'autre GH, qui est parallele au côté AB, representera le premier Vertical, parce que le point I represente le Zenit, duquel comme centre, l'on décrira à discretion le Cercle E♈F♎, qui representera l'Horizon. 113. Fig.

Prenez sur la circonference de ce Cercle, d'un côté l'arc EO de l'Elevation du Pole sur l'Horizon, & de l'autre côté l'arc FL du complement de la même Elevation du Pole, & tirez du point ♎, par les points O, L, la droite ♎O, qui donnera sur la Meridienne le Pole en P, par lequel & par les deux points ♈♎, on fera passer une circonference de Cercle, qui representera le Cercle de six heures : & le point M, par lequel & par les deux mêmes points ♈, ♎, on décrira une autre circonference de Cercle ♈M♎, qui sera l'Equateur.

On pourroit diviser ce Cercle, ou Equateur ♈M♎, en heures, ou de 15 degrez en 15 degrez, par les regles de la Projection Stereographique, pour décrire par chaque deux points diametralement opposez, & par le Pole P, des circonferences de Cercle, qui seroient les Lignes horaires : mais on aura plûtôt fait de prendre sur l'Horizon E♈F♎, de part & d'autre, depuis les deux points E, F, les Arcs de l'Horizon, compris entre le Cercle Meridien & les Cercles Horaires, qui sont égaux

aux Angles que font les Lignes horaires avec la Meridienne au centre d'un Cadran Horizontal, & qui dans la Latitude de 49 degrez, doivent être de 11. 26′. pour 1. & 11 heures, de 23. 33′. pour 2. & 10. heures, de 37. 3′. pour 3. & 9. heures, de 52. 35′. pour 4. & 8 heures, & de 70. 27′. pour 5. & 7. heures, pour décrire les Lignes ou Cercles horaires, comme auparavant, qu'il suffira de tirer entre les deux Tropiques, que l'on décrira avec les Paralleles des autres Signes du Zodiaque, en cette sorte. Planche 39. 113. Fig.

Pour décrire les Paralleles des Signes, on se servira de leur Déclinaison, qui est de 23. 30′. pour ♋, ♑, de 20. 12′. pour ♊, ♌, ♒, ♐, & de 11. 30′. pour ♉, ♍, ♓, ♏, par le moyen de laquelle on trouvera trois points de chaque Signe, un sur la Meridienne EF, & deux sur l'Horizon E♈F♎, pour décrire par ces trois points une circonference de Cercle, qui sera le Parallele du Signe qu'on cherche.

Mais pour trouver ces trois points, par exemple pour le Tropique du ♑, prenez depuis L, qui répond au point Equinoxial M, vers F, parce que ce Signe est Meridional, car s'il étoit Septentrional, il faudroit prendre depuis L, vers ♈, l'arc LQ, de 23. 30′. telle qu'est la Déclinaison du ♑, & tirez du point ♎, par le point Q, la droite ♎Q, qui donnera sur la Meridienne EF, le point 12 du ♑. Si par le point Q, l'on tire à la ligne LI, la parallele QN, & par le point N, où cette ligne QN coupe la Meridienne, la ligne ♑N♑ perpendiculaire à la même Meridienne, on aura sur l'Horizon E♈F♎. les deux points ♑, ♑, par lesquels & par le point 12, on décrira l'arc de Cercle ♑12♑, qui representera le Tropique du ♑.

Planche 39. 113. Fig. C'est de la même façon que l'on representera les Paralleles des autres Signes, & le Cadran sera achevé, où l'on connoîtra les heures comme dans le precedent, ou bien en élevant au point I un stile bien droit d'une longueur volontaire, & en tournant le point E directement vers le Soleil, & alors l'ombre de ce stile montrera sur le Signe courant du Soleil l'heure qu'on cherche, ou bien encore en cette sorte.

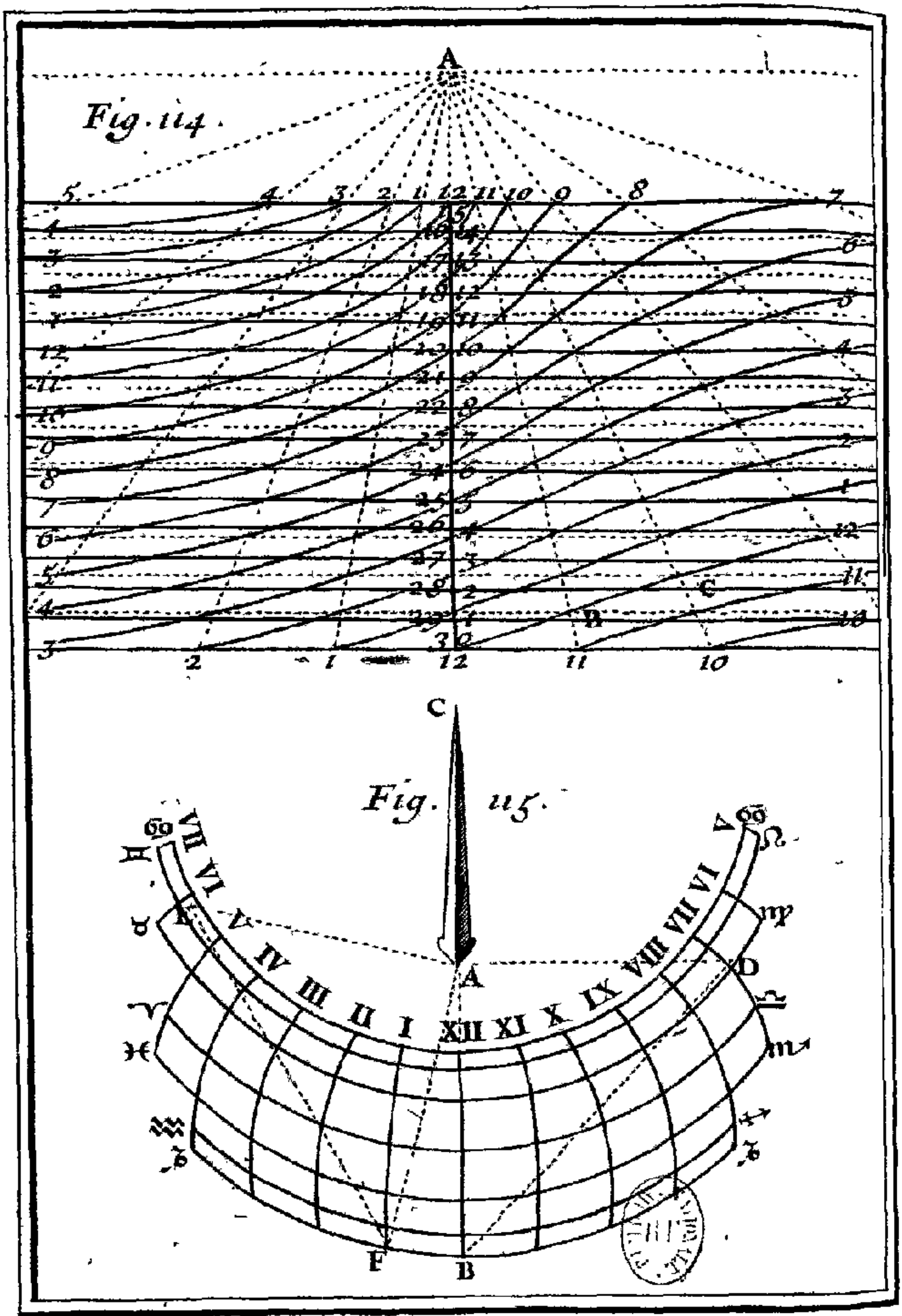
Décrivez sur la même Meridienne EF, un Cadran Horizontal ordinaire, dont le centre soit par exemple R, où vous ajoûterez un Axe qui s'appuye sur le stile droit élevé en I, & tournez le Plan du Cadran, en sorte que l'ombre de l'Axe montre dans son Cadran la même heure que l'ombre du Stile dans le sien, & alors cette heure sera celle qu'on cherche.

## PROBLEME XIX.

### *Décrire un Cadran à la Lune.*

QUoique nous ayons déja parlé de ce Cadran, & du suivant, & encore des precedens dans nôtre Traité de Gnomonique, qui fait la seconde partie du cinquiéme & dernier Volume de nôtre Cours de Mathematique; neanmoins comme ces Cadrans m'ont semblé curieux & agreables, j'ay crû que je devois les ajoûter ici, pour ceux qui se contenteront d'avoir ce Traité de Recreations Mathematiques & Physiques.

Planche 40. 114. Fig. Pour décrire un Cadran à la Lune sur quelque Plan que ce soit, par exemple sur un Plan Horizontal, tracez sur ce Plan un Cadran Horizontal au Soleil pour la Latitude du Lieu où vous serez, comme




Berey fecit

comme nous avons enseigné au *Probl.* 2. & tirez à volonté les deux lignes 57, 39, paralleles entre elles, & perpendiculaires à la Meridienne A12, dont la premiere 57 étant prise pour le jour de la Pleine-Lune, la deuxiéme 39 representera le jour de la Nouvelle-lune, où les heures Lunaires conviennent avec les Solaires, ce qui fait que les points horaires marquez sur ces deux paralleles par les Lignes horaires qui partent du centre du Cadran A, sont communs au Soleil, & à la Lune. Planche 40. 114. Fig.

Cette preparation étant faite, divisez l'espace terminé par les deux lignes paralleles 39, 57, en douze parties égales, & tirez à ces deux mêmes lignes par les points de division autant de lignes paralleles, qui representeront les jours de la Lune, ausquels elle s'éloigne successivement par son mouvement propre vers Orient d'une heure, ausquels par consequent elle se leve plus tard d'une heure chaque jour; de sorte que la premiere parallele 4, 10, sera le jour auquel la Lune se leve d'une heure plus tard que le Soleil, auquel cas le point B par exemple de 11 heures à la Lune sera le point de Midy au Soleil: & la suivante 5, 11, representera le jour auquel la Lune se leve deux heures plus tard que le Soleil, auquel cas le point C par exemple de 10 heures à la Lune, sera le point de Midy au Soleil, & ainsi des autres.

Il est évident que si l'on joint les points 12, B, C, & tous les autres qui appartiendront à Midy, & que l'on peut trouver par un raisonnement semblable au precedent, par une Ligne courbe, cette Ligne courbe sera la Ligne Meridienne Lunaire. C'est de la même façon que l'on tracera les autres Lignes horaires à la Lune, & il ne faut que regarder la Figure pour le comprendre.

Planche 40. 114. Fig.

Parce que la Lune employe environ quinze jours depuis sa conjonction avec le Soleil jusqu'à son opposition, c'est-à-dire depuis qu'elle est nouvelle jusqu'à ce qu'elle soit pleine, ou diametralement opposée au Soleil, en sorte qu'elle se leve quand le Soleil se couche, on effacera toutes les paralleles precedentes, excepté les deux premieres 37, 39, & au lieu de diviser leur intervalle en douze parties égales, on le divisera en quinze, pour tirer par les points de division d'autres paralleles qui representeront les Jours de la Lune, ausquels par consequent on ajoûtera les chifres convenables, comme nous avons ici fait le long de la Ligne Meridienne, par le moyen desquels on connoîtra de nuit l'heure du Soleil aux Rayons de la Lune, en cette sorte.

Appliquez au centre du Cadran A, un Axe, c'est-à-dire, une Verge qui fasse à ce centre A, avec la Soustilaire A12, un Angle égal à l'Elevation du Pole sur le Plan du Cadran, qui est la même que la Hauteur du Pole sur l'Horizon dans un Cadran Horizontal, & alors cet Axe montrera par son ombre sur le jour courant de la Lune l'heure qu'on cherche.

*Remarque.*

Parce que la Lune par son mouvement propre s'éloigne du Soleil à chaque jour d'environ trois quarts d'heure vers l'Orient, ce qui fait qu'à chaque jour elle se leve de trois quarts d'heure plus tard que le jour precedent, il est évident qu'en sçachant l'âge de la Lune on peut par le moyen d'un simple Cadran au Soleil, connoître l'heure de nuit aux Rayons de la Lune, sçavoir en ajoûtant à l'heure que la Lune marquera sur ce Cadran, autant de fois trois quarts-

d'heure que la Lune aura de jours. L'âge de la Lune se trouvera, comme nous enseignerons dans la Cosmographie.

## PROBLEME XX.

*Décrire un Cadran par Reflexion.*

ON peut décrire sur une Muraille obscure, ou bien sur une voute un Cadran, où l'on puisse connoître les heures par reflexion, en cette sorte. Décrivez un Cadran sur un Plan Horizontal qui puisse être éclairé des Rayons du Soleil, par exemple sur une fenêtre, en sorte que le centre du Cadran regarde directement le Septentrion, & que les Lignes horaires ayent une situation contraire à celle qu'on leur donne dans les Cadrans Horizontaux ordinaires: & ce Cadran étant ainsi construit, avec son petit stile droit, appliquez un filet sur quelque point que ce soit de chaque Ligne horaire, & l'étendez fermement jusqu'à ce que passant par le bout du stile, il rencontre la Muraille ou la Voute en un point qui appartiendra à l'heure sur laquelle le filet aura été appliqué. C'est ainsi qu'on trouvera autant d'autres points qu'on voudra de chaque Ligne horaire, qu'on joindra par une ligne droite ou courbe, & le Cadran sera achevé, où l'on connoîtra les heures par Reflexion, en appliquant au bout du Stile du Cadran Horizontal une petite piece de Miroir plat, qui doit être posée bien horizontalement, ce qui se fera d'autant plus facilement, si au lieu d'un Miroir plat, on met de l'eau qui se met naturellement dans une situation horizontale, outre que cette eauë par son mouvement fera mieux distinguer la reflexion sur la Muraille

où sur le plancher où l'on a tracé le Cadran, lorsque la lumiere du Soleil est foible.

## PROBLEME XXI.

*Décrire un Cadran par Refraction.*

ON peut décrire tres-facilement un Cadran Horizontal par Refraction dans le fond d'un Vase rempli d'eau, par le moyen de la Table des Verticaux du Soleil, que vous avez dans la page 300. de la Table des Hauteurs du Soleil, qu'on trouve dans la page 279 & de la Table suivante, dont la premiere colonne vers la gauche contient les Angles d'inclinaison des Rayons du Soleil, c'est à dire les degrez du complement de la hauteur du Soleil sur l'Horizon, ou de la distance du Soleil au Zenit, ausquels il répond dans la seconde colonne vers la droite les degrez & les minutes des Angles brisez qui se font dans l'eau, c'est à-dire, la diminution des Angles d'inclinaison, qui se fait dans l'eau, lorsque le Soleil est éloigné du Zenit d'autant de degrez, ce qui fait racourcir l'ombre du stile qui doit être couvert d'eau, quand on veut connoître les heures aux Rayons du Soleil par le moyen de ce Cadran, dont la construction sera telle.

Planche 40. 115. Fig. Ayant tiré par le pied du stile A, la Ligne Meridienne AB, vous marquerez sur cette Meridienne AB, les points des Signes, par exemple, le point du commencement de ♑, par le moyen de la Table precedente des Angles brisez, & de la Table des Hauteurs du Soleil sur l'Horizon, en tirant à la Meridienne AB, par le pied du Stile A, la perpendiculaire AD, égale au Stile AC, & en faisant au

point D, l'Angle ADB de la distance brisée au

*Table des Angles brisez dans l'eau, pour tous les degrez des Angles d'inclinaison.*

| A | D M. | A | D.M | A | D.M |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.46 | 31 | 23.38 | 61 | 42.52 |
| 2 | 1.33 | 32 | 24.21 | 62 | 43.23 |
| 3 | 2.20 | 33 | 25. 4 | 63 | 43.53 |
| 4 | 3. 7 | 34 | 25.47 | 64 | 44.21 |
| 5 | 3.54 | 35 | 26.30 | 65 | 44.50 |
| 6 | 4.40 | 36 | 27.13 | 66 | 45.17 |
| 7 | 5.27 | 37 | 27 55 | 67 | 45.44 |
| 8 | 6.13 | 38 | 28.37 | 68 | 46.10 |
| 9 | 7. 0 | 39 | 29 19 | 69 | 46.34 |
| 10 | 7.46 | 40 | 30. 0 | 70 | 46.58 |
| 11 | 8.30 | 41 | 30.41 | 71 | 47.21 |
| 12 | 9.18 | 42 | 31 22 | 72 | 47.43 |
| 13 | 10. 4 | 43 | 32. 2 | 73 | 48. 3 |
| 14 | 10.50 | 44 | 32 42 | 74 | 48.23 |
| 15 | 11.36 | 45 | 33.22 | 75 | 48.43 |
| 16 | 12.22 | 46 | 34. 2 | 76 | 49. 1 |
| 17 | 13. 9 | 47 | 34.41 | 77 | 49.17 |
| 18 | 13.55 | 48 | 35.19 | 78 | 49.33 |
| 19 | 14.40 | 49 | 35.57 | 79 | 49.47 |
| 20 | 15.25 | 50 | 36.35 | 80 | 50. 0 |
| 21 | 16.11 | 51 | 37.12 | 81 | 50.12 |
| 22 | 16.57 | 52 | 37.47 | 82 | 50.23 |
| 23 | 17.42 | 53 | 38.24 | 83 | 50.32 |
| 24 | 18.27 | 54 | 39. 0 | 84 | 50.41 |
| 25 | 19.12 | 55 | 39.35 | 85 | 50.48 |
| 26 | 19.56 | 56 | 40. 9 | 86 | 50.54 |
| 27 | 20.40 | 57 | 40.43 | 87 | 50.58 |
| 28 | 21.25 | 58 | 41.17 | 88 | 51. 1 |
| 29 | 22.10 | 59 | 41.49 | 89 | 51. 3 |
| 30 | 22.54 | 60 | 42 21 | 90 | 0. 0 |

Zenit, qui au commencement du ♋ se trouve à

Planche 40. 115. Fig. Midy d'environ 48 degrez, par la ligne DB, qui donnera sur la Meridienne AB, le point B de ♑. Ainsi des autres.

Pour trouver la distance brisée du Soleil au Zenit, on regardera premierement la Table des Hauteurs du Soleil, où l'on connoît que le Soleil étant au commencement de ♑, est à Midy élevé sur l'Horizon de 17. 29′. & que par consequent il est éloigné du Zenit de 72. 31′. qui sont le reste de la Hauteur Meridienne à 90 degrez: & considerant cette distance comme un Angle d'inclinaison, l'on connoîtra par la Table des Angles brisez que cet Angle d'inclinaison se change en un Angle d'environ 48 degrez pour la distance brisée du Soleil au Zenit.

C'est de la même façon que l'on trouvera par le moyen de ces deux Tables la distance brisée du Soleil au Zenit au commencement de quelqu'autre Signe, non seulement à Midy, mais encore aux autres heures du Jour, ce qui servira pour en trouver les points, & en même temps les points des Signes par le moyen de la Table des Verticaux du Soleil, en cette sorte.

Pour trouver par exemple le point du commencement de ♑, & de 1 heure, auquel temps le Soleil est dans un Vertical éloigné du Meridien de 14. 19′. faites au pied du stile A, avec la Meridienne AB, l'Angle BAF de 14. 19′. par la ligne AF, qui representera le Vertical du Soleil; & ayant tiré à cette ligne AF, par le même pied du stile A, la perpendiculaire AE, égale au stile AC, faites au point E l'Angle AEF égal à la distance brisée du Soleil au Zenit, qui se trouvera de 48. 18′. pour avoir en F sur le Vertical AF, le point de 1. heure & du ♑.

On trouvera de la même façon les autres points des Signes, & des autres heures, & si l'on joint ceux qui appartiendront à une même heure par une ligne courbe, & pareillement ceux qui appartiendront à un même Signe par une ligne courbe, le Cadran sera achevé, où l'on connoîtra les heures par Refraction, lorsque tout le stile AC sera couvert d'eau, & que le pied de ce stile A sera tourné directement vers le Midy, en sorte que le point B regarde le Septentrion : & le bout de l'ombre du stile AC montrera en même temps le Signe du Soleil.

# PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE.

LA Cosmographie, selon son étymologie, c'est la description du Monde, c'est-à-dire, du Ciel & de la Terre. Elle se divise en *Generale*, qui considere generalement tout l'Univers, & qui recherche & fournit plusieurs manieres de le décrire & representer selon les divers sentimens des Philosophes & des Mathematiciens : & en *Particuliere*, qui est proprement ce qu'on appelle *Geographie*, parce qu'elle represente en détail chaque partie du Monde, & particulierement la Terre; tant par les Globes que par les Planispheres & Mappemondes. Je ne prétens pas traiter ici en particulier de ces deux Parties, mais seulement de vous donner quelques Problêmes utiles & agreables qui en dépendent.

## PROBLEME I.

*Trouver en tout temps & en tout lieu les quatre Parties Cardinales du Monde, sans voir le Soleil, ni les Etoiles, ni sans se servir de la Boussole.*

LEs quatre Parties Cardinales du Monde, qui sont l'Orient, l'Occident, le Midy, & le Septentrion, se peuvent aisément connoître par le

moyen de la Boussole, dont l'aiguille qui est aimantée, tourne toûjours une de ses deux pointes vers le Midy, & l'autre vers le Septentrion, ce qui suffit, pour pouvoir connoître l'Orient & l'Occident, parce que l'Orient est à la droite, & l'Occident à la gauche de celuy qui regarde le Septentrion.

On peut aussi tres-facilement connoître le Septentrion la nuit aux Etoiles en regardant l'Etoile Polaire qui n'est éloignée du Pole Arctique que d'environ deux degrez : & les Astronomes marquent de jour la Ligne Meridienne sur un Plan Horizontal, par le moyen de deux points d'ombre, marquez devant & aprés Midy sur la circonference d'un Cercle décrit de la pointe du stile, dont l'ombre a servi par son extremité à marquer sur cette circonference deux points également éloignez du Midy.

Mais sans toutes ces choses on peut en tout temps & en tout lieu marquer la Ligne Meridienne, en cette sorte.

Ayant mis de l'eau dans un Vase, comme dans un plat, ou dans un bassin, mettez tout doucement dans cette eauë, lorsqu'elle sera bien tranquille, une aiguille de fer, ou d'acier, semblable à celle dont les Tailleurs & les Femmes se servent ordinairement pour coudre; si cette aiguille est seche, & qu'on la mette tout de son long sur la Surface de l'eau, elle ne s'enfoncera point, & aprés avoir fait plusieurs tours, à la fin elle s'arrêtera, & elle demeurera dans le Plan du Cercle Meridien, de sorte qu'elle representera la Ligne Meridienne, dont une extremité representera par consequent le Midy, & l'autre le Septentrion : mais sans voir le Soleil, ou les Etoiles, on ne peut pas aisément connoître la-

quelle de ces deux extremitez regarde le Midy, ou le Septentrion.

Le Pere Kircher donne un moyen facile pour connoître le Midy & le Septentrion. Il veut que l'on coupe horizontalement le tronc d'un arbre bien droit, qui soit au milieu d'une Plaine sans le voisinage d'aucune hauteur, ni d'aucune muraille, qui l'ait pû tenir de ce côté à l'abri du vent, ou des Rayons du Soleil; & alors on verra dans la Section de ce tronc plusieurs lignes courbes autour de la seve, qui seront plus serrées d'un côté que de l'autre: & il dit que le Septentrion sera du côté où ces lignes courbes seront plus serrées, peut être parce que le froid qui vient du Septentrion resserre, & que le chaud qui vient du Midy élargit & rarefie les humeurs & la matiere, dont se forment ces lignes courbes, qui, à ce que dit le même Auteur, sont comme des circonferences de Cercles concentriques dans l'Ebene & dans le bois de Bresil.

## PROBLEME II.

### *Trouver la Longitude d'un Lieu proposé de la Terre.*

ON appelle *Longitude* d'un Lieu de la Terre, la distance de son Meridien au Premier Meridien qui passe par l'Isle de Fer la plus Occidentale des Canaries. Cette distance se compte sur l'Equateur de l'Occident à l'Orient, à l'imitation du Mouvement en Longitude des Planetes qui se fait aussi de l'Occident à l'Orient, & qui se compte sur le Déferent de chaque Planete, qu'on appelle *Excentrique*, parce qu'on le suppose excentrique à la Terre, pour expliquer l'*Apogée*, qui est le lieu où la Planete se trouve la plus éloignée de la Terre,

& le *Perigée*, où la Planete se trouvant, elle est la plus proche de la Terre qu'elle puisse être.

On void dans les *Mappemondes*, ou Cartes generales, les degrez de Longitude marquez sur l'Equateur de 10 degrez en dix degrez, depuis le Premier Meridien vers l'Orient tout le long de la Terre jusqu'à 360 degrez : de sorte que le Premier Meridien est le 360. Meridien, ayant ainsi plû aux Geographes de compter les Longitudes terrestres, comme il a plû de la même façon aux Astronomes de compter les Longitudes celestes dans l'Ecliptique, depuis la *Section Vernale*, c'est-à-dire, depuis le commencement de la Constellation du Belier, où l'Equateur & l'Ecliptique s'entrecoupent, à l'égard des Etoiles fixes.

Il est évident que ceux qui sont situez sous un même Meridien, ont une même Longitude : & que tous ceux qui sont sous le Premier Meridien, n'ont aucune Longitude : & qu'enfin ceux qui sont plus Orientaux ont des Longitudes differentes, c'est-à-dire, qu'ils sont sous des Meridiens differens, & alors la distance d'un Meridien à l'autre s'appelle *Difference des Longitudes*, qui fait connoître de combien de temps il est plûtôt Midy en un Lieu qu'à l'autre qui est plus Occidental; étant certain qu'il sera d'une heure plûtôt Midy au plus Oriental qu'à l'autre, lorsque la difference des Longitudes sera de 15 degrez, c'est-à-dire, quand ce Lieu sera plus Oriental que l'autre de 15 degrez, parce que 15 degrez de l'Equateur font une heure, puisque 360 degrez font 24 heures, qui est une circonvolution entiere du Premier Mobile.

Ainsi l'on void que pour connoître la Longitude d'un Lieu de la Terre, il ne faut que sçavoir l'heure que l'on compte en ce Lieu lorsqu'on en compte

une certaine en un autre Lieu situé sous le Premier Meridien : car si l'on convertit cette difference des heures en degrez, en prenant 15 degrez pour une heure, 1 degré pour 4 Minutes de temps, & 1 Minute de degrez pour 4 secondes de temps, on aura la Longitude du Lieu proposé. Pour connoître cette difference des heures, on se servira de quelque Signe visible dans le Ciel, qui se puisse remarquer en même temps par deux Mathematiciens, dont l'un soit sous le Premier Meridien, & l'autre au Lieu dont on cherche la Longitude. Les Anciens se sont servi des Eclipses de Lune, & l'on se sert à present des Eclipses du premier Satellite de Jupiter, qui arrivent plus souvent, & dont les Immersions, ou Emersions se peuvent connoître plus facilement par le moyen des Lunettes à longue-vûë.

Quand on a une fois connu la Longitude d'un Lieu de la Terre, on n'a plus que faire du Premier Meridien pour connoître la Longitude de quelqu'autre lieu que ce soit, parce qu'il suffit de connoître de combien ce Lieu est plus Oriental, ou plus Occidental que le premier, ce qui se peut connoître, comme nous avons dit : mais il ne sera pas necessaire de deux Mathematiciens, un seul pouvant connoître la Longitude du Lieu où il sera, en observant en ce Lieu l'heure de l'immersion ou de l'émersion du Satellite, & en comparant cette heure avec celle du Lieu, dont on connoît la Longitude, parce que par les Tables de Monsieur Cassini, qu'il a supputées pour le Meridien de Paris, dont je suppose que la Longitude est connuë, l'on peut sçavoir à quelle heure doit arriver à Paris cette immersion, ou émersion, qui est l'entrée du Satellite dans l'ombre de Jupiter en

cessant de paroître, ou la sortie du Satellite hors de l'ombre de Jupiter, en commençant à reparoître.

*Remarque.*

On void par ce qui a été dit, la verité de ce Paradoxe, sçavoir que *Quâlibet horâ est omnis hora*; c'est-à-dire, qu'en tout temps il est toute heure, ce qui se doit entendre des Lieux de la Terre, qui sont sous des Meridiens differens, étant certain que quand il est Midy par exemple à Paris; il est une heure aprés Midy à Vienne en Austriche, & dans tous les autres Lieux qui sont plus Orientaux que Paris de 15 degrez: & qu'il est deux heures aprés Midy à Constantinople, & dans tous les autres Lieux qui sont plus Orientaux que Paris de 30 degrez. Ainsi des autres.

D'où il suit que de deux Voyageurs, dont l'un va vers l'Occident en suivant le cours du Soleil, & l'autre vers l'Orient en allant contre le cours du Soleil, le premier doit avoir les Jours plus longs que le second, de sorte qu'au bout d'un certain temps, le second qui va vers l'Orient comptera plus de jours que le premier qui va vers l'Occident. Ce qui fait dire que de deux Jumeaux qui en voyageant l'un vers l'Orient & l'autre vers l'Occident, meurent en même temps, le premier a vécu plus de jours que l'autre.

Comme l'on divise la Latitude en Septentrionale & en Meridionale, en l'étendant jusqu'à 90 degrez vers les deux Poles deça & delà depuis l'Equateur; on auroit aussi pû diviser la Longitude en Orientale & en Occidentale, en ne l'étendant que jusqu'à 180 degrez de part & d'autre depuis le Premier Meridien; ce qui seroit tres-commode

pour nous faire connoître que quand il est par exemple Midy sous le Premier Meridien, il n'est que 8 heures du Matin en l'Isle de Cuba, dont la Longitude Occidentale est de 60 degrez.

## PROBLEME III.

### *Trouver la Latitude d'un Lieu proposé de la Terre.*

ON appelle *Latitude* à l'égard d'un Lieu de la Terre, la distance de ce Lieu à l'Equateur, qui est mesurée par l'arc du Meridien de ce Lieu entre son Zenit & l'Equateur. Cet arc est toûjours égal à l'Elevation du Pole, qui est l'arc du même Meridien entre le Pole & l'Horizon, ce qui fait que l'on confond ordinairement la Latitude avec l'Elevation du Pole: de sorte que ceux qui n'ont point de Latitude, c'est-à-dire, qui sont sous l'Equateur, n'ont aussi aucune Elevation du Pole, ayant les deux Poles du Monde à l'Horizon.

La Latitude d'un Lieu de la Terre se peut connoître de Jour à Midy par le moyen de la hauteur Meridienne du Soleil & de sa Déclinaison, & de nuit en tout temps par le moyen de la hauteur Meridienne de quelque Etoile fixe & de sa Déclinaison, & aussi sans sa Déclinaison, lorsque l'Etoile ne se couche point, & que la nuit est plus longue que de douze heures, comme vous allez voir.

Pour trouver premierement la Latitude de quelque Lieu de la Terre que ce soit, par le moyen de la hauteur Meridienne du Soleil, on ajoûtera à cette hauteur Meridienne la Déclinaison du Soleil, si cette Déclinaison est Meridionale, ce qui arrivera depuis l'Equinoxe d'Automne jusqu'à l'Equinoxe

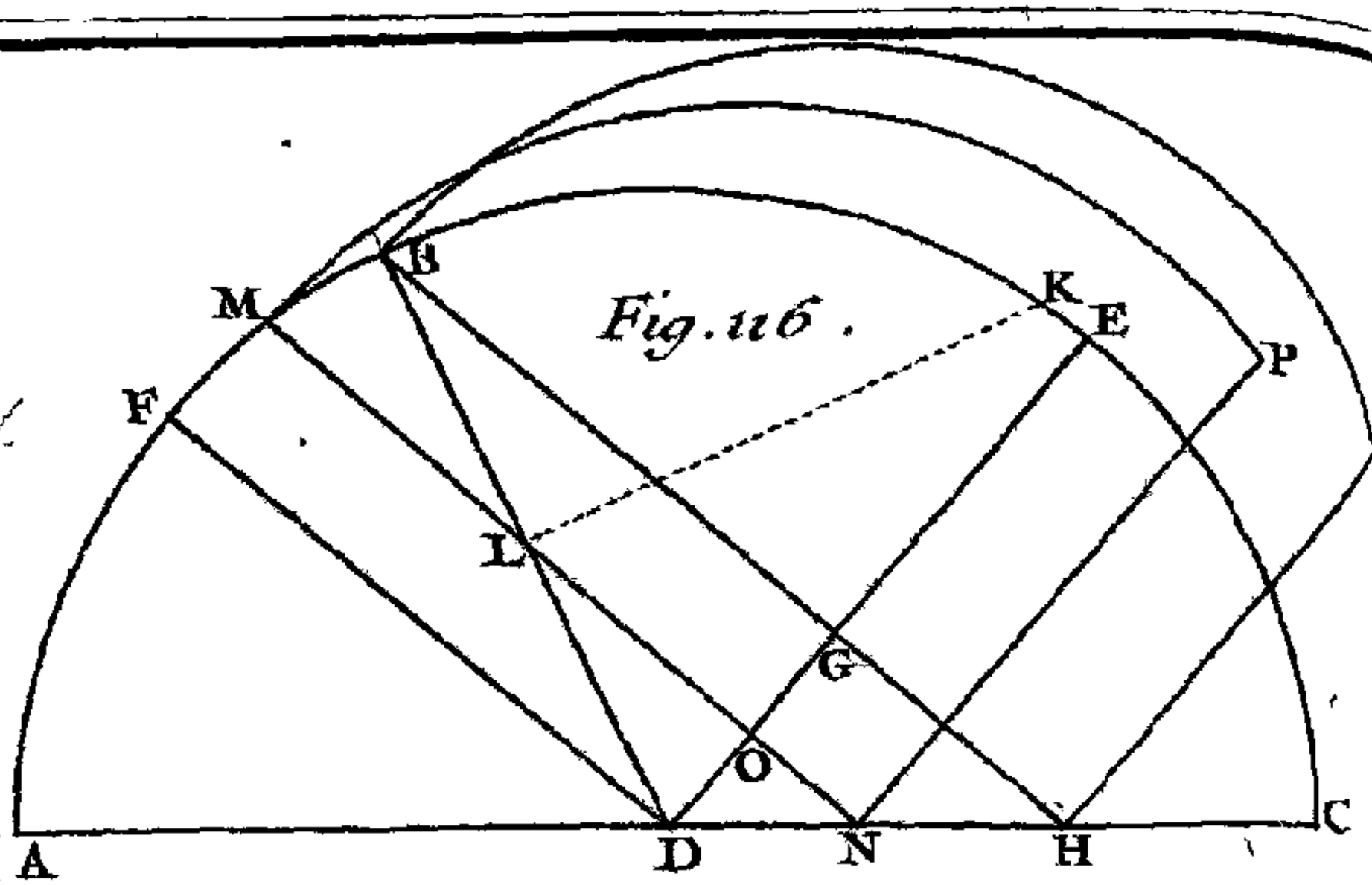



Fig. 116.

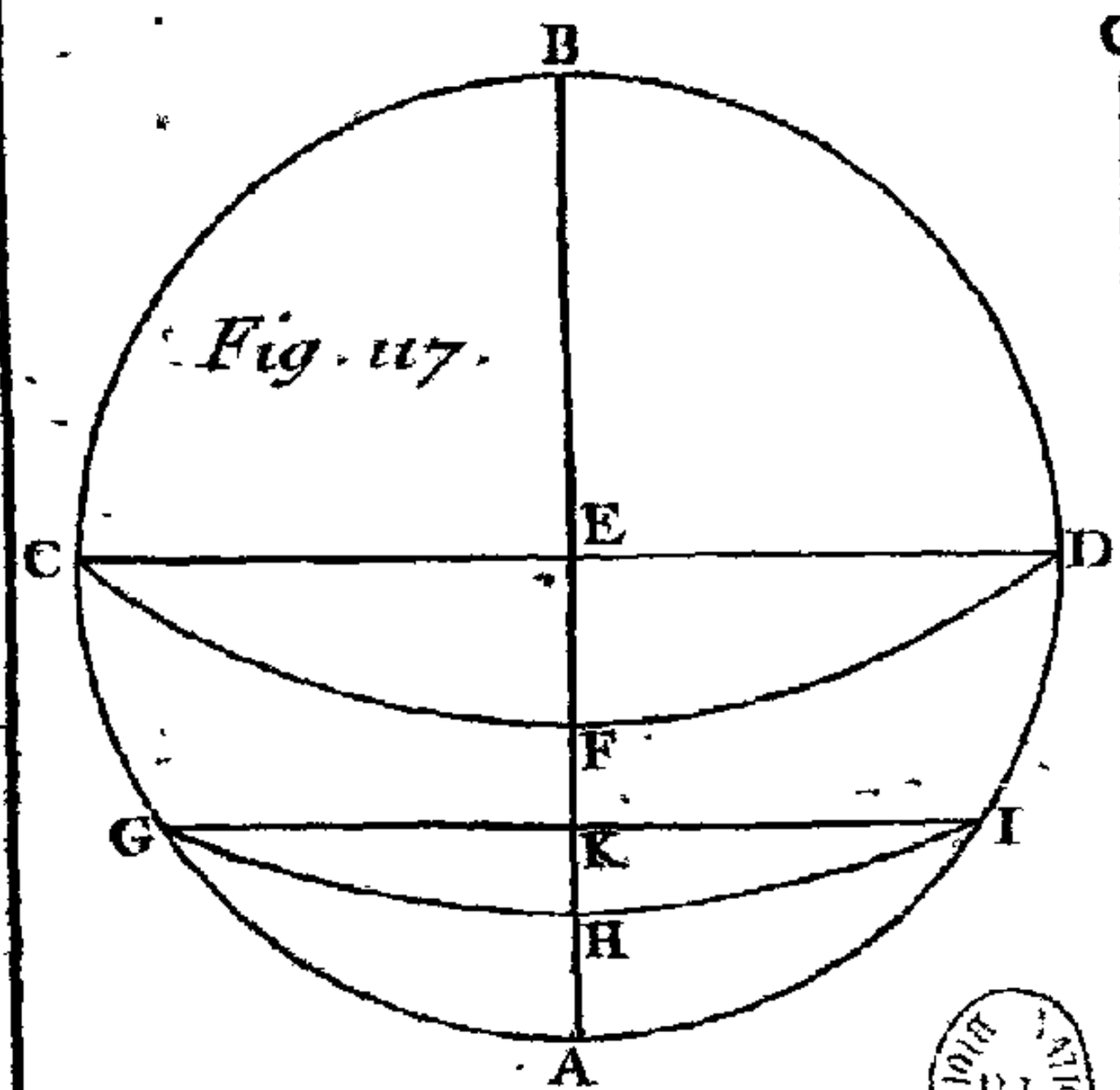



Fig. 117.

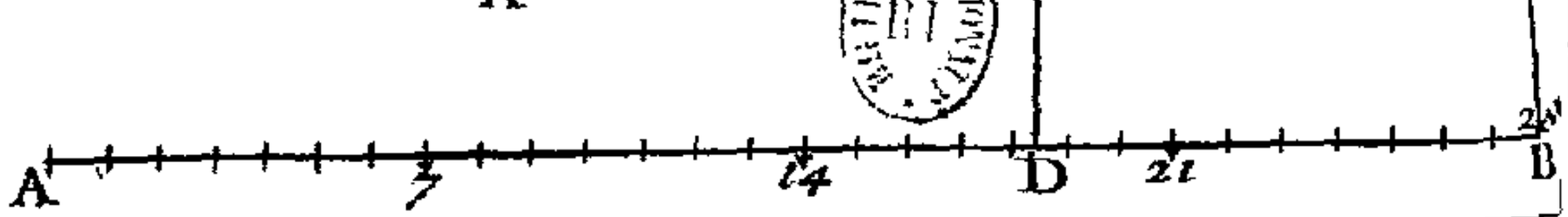



Fig. 118.

du Printemps : ou bien on ôtera de la hauteur Meridienne la Déclinaison, si cette Déclinaison est Septentrionale, ce qui arrivera depuis l'Equinoxe du Printemps jusqu'à l'Equinoxe d'Automne; car ainsi on aura la hauteur de l'Equateur, laquelle étant ôtée de 90 degrez, le reste sera la Latitude qu'on cherche.

On travaillera de la même façon la nuit aux Etoiles qui seront vers le Midy, & à celles qui seront vers le Septentrion sans se coucher, comme il arrive à celles qui sont proche du Pole élevé sur l'Horizon, on prendra d'abord que la nuit sera venuë la hauteur Meridienne d'une semblable Etoile, & le matin douze heures aprés la hauteur Meridienne de la même Etoile; car ainsi en ajoûtant ensemble ces deux hauteurs trouvées, la moitié de la somme donnera la hauteur du Pole sur l'Horizon.

## PROBLEME IV.

*Connoître la quantité du plus grand Jour d'Eté en un Lieu proposé de la Terre, dont on connoît la Latitude.*

Pour connoître par exemple à Paris, où le Pole est élevé sur l'Horizon d'environ 49 degrez, le plus grand Jour d'Eté qui est de même longueur que la plus grande Nuit d'Hyver; décrivez à volonté du centre D, le Demi-cercle ABC, & y prenez d'un côté l'arc CE de l'Elevation du Pole sur l'Horizon, qui a été ici supposée de 49 degrez, & de l'autre côté AF du complement de l'Elevation du Pole, qui dans cette supposition est de 41 degrez, & tirez du centre D, par les points E, F, les Planche 41. 116. Fig.

Planche 41. 116. Fig.

lignes DE, DF, dont la premiere DE representera le Cercle de six heures, & la seconde DF l'Equateur; en prenant le Cercle ABC pour le Meridien du Lieu proposé, & le Diametre AC pour l'Horizon, selon les regles de la Projection Ortographique de la Sphere.

Aprés cela, prenez l'arc FB de la plus grande Déclinaison du Soleil, qui est d'environ 23 degrez & demi, & ayant tiré par le point B, à la ligne DF, la ligne BH, qui coupe ici le Cercle de six heures au point G, & l'Horizon au point H, décrivez du point G, comme centre, par le point B, l'arc de Cercle BI, qui se trouve terminé en I, par la ligne HI parallele à la ligne DE, ou perpendiculaire à la ligne BH. Cet arc BI se trouve ici de 120 degrez, ou de 8 heures, en prenant 1 heure pour 15 degrez, dont le double fait connoître qu'à Paris, & en tout autre Lieu, où le Pole est élevé sur l'Horizon de 49 degrez, le plus grand Jour d'Eté, ou la plus grande Nuit d'Hyver est de 16 heures.

L'arc BI étant de 120 degrez, ou de 8 heures, fait connoître que le Soleil se couche au plus grand Jour d'Eté, ou se leve au plus court Jour d'Hyver à 8 heures, & que par consequent il se leve au plus grand jour d'Eté, ou se couche au plus court jour d'Hyver à 4 heures; ce qui arrive lorsque le Soleil est dans le Tropique d'Eté, ou dans le Tropique d'Hyver : & l'on pourra de la même façon trouver l'heure du Lever & du Coucher du Soleil, lorsqu'il est dans quelqu'autre Signe du Zodiaque; par exemple, au commencement de ♉ & de ♍, pourvû que l'on sçache décrire le Parallele de ce Signe, ce qui se fera en cette sorte.

Ayant tiré du centre D, qui represente le point de

de l'Orient & de l'Occident Equinoxial, par le point B, qui represente le Point Solstitial de ♋, ou de ♑, la ligne DB, qui representera par consequent un quart de l'Ecliptique : & ayant pris sur le Meridien, ou sur le Colure des Solstices ABC, l'arc BK de 60 degrez, telle qu'est la distance du Signe proposé au commencement de ♋, que le point B represente, parce que l'on suppose que le Colure des Solstices convient avec le Meridien ; tirez du point K, la ligne KL perpendiculaire à la ligne DB, & par le point L, à la ligne DF, la parallele MN, qui representera le Parallele de ♉, & coupera l'Horizon AC au point N, & l'Axe du Monde DE au point O, duquel comme centre, vous décrirez par le point M, l'arc MP, qui se trouvera terminé en P, par la ligne NP parallele à la ligne DE, ou perpendiculaire à la ligne MN, & cet arc NP étant reduit en heures, lorsqu'on en aura connu les degrez & les minutes, donnera l'heure qu'on cherche. Planche 41. 116. Fig.

*Remarque.*

L'arc FM est la Déclinaison du Signe proposé ; dont la distance au plus proche Equinoxe est supposée de 30 degrez : l'arc DN est l'Amplitude Orientale, ou Occidentale du même Signe, à l'égard de l'Horizon AC, que nous avons supposé oblique de 49 degrez : & l'arc ON est la difference Ascensionnelle, qui montre de combien le Soleil étant au Signe proposé se leve ou se couche devant ou aprés six heures sur le même Horizon. Ces Arcs se peuvent connoître Geometriquement dans la Figure, mais on les peut connoître beaucoup plus exactement par la Trigonometrie, en cette sorte.

Planche 41. 116. Fig. Pour connoître premierement l'arc FM, en supposant l'arc FB, ou l'Angle FDB, c'est-à-dire, l'Obliquité de l'Ecliptique de 23. 30'. On fera cette Analogie, où nous nous sommes servi des Logarithmes qui sont tres-commodes dans la Trigonometrie Spherique,

| | |
|---|---|
| *Comme le Sinus Total,* | 100000000 |
| *Au Sinus de la distance du Signe proposé au plus proche Equinoxe* | 96989700 |
| *Ainsi le Sinus de l'obliquité de l'Ecliptique* | 96006997 |
| *Au Sinus de la Déclinaison qu'on cherche.* | 92996697 |

qui se trouvera de 11 degrez, & d'environ 30 minutes.

Pour l'*Amplitude* DN, on se servira de la Déclinaison trouvée, pour faire l'Analogie suivante,

| | |
|---|---|
| *Comme le Sinus du complement de la Hauteur du Pole,* | 98169429 |
| *Au Sinus de la Déclinais. trouvée* | 92996697 |
| *Ainsi le Sinus Total* | 100000000 |
| *Au Sinus de l'Amplitude qu'on cherche* | 94827268 |

qui se trouvera de 17 degrez, & d'environ 41 minutes.

Pour *trouver la Difference Ascensionnelle NO*, on se servira pareillement de la Déclinaison trouvée, pour faire cette Analogie,

*Comme le Sinus Total* . 100000000
*A la Tangente de la Déclinaison trouvée* 93084626
*Ainsi la Tangente de l'Elevation du Pole*, 100608369
*Au Sinus de la difference Ascensionnelle* 93692995

qui se trouvera de 13 degrez & 32 minutes, qui étant reduits en temps, en disant, si 15 degrez donnent 1 heure, ou 60 minutes, combien donneront 13. 32'. ou 812'. on connoîtra que le Soleil étant au commencement de ♉, ou de ♍, se couche à 6 heures & 54 minutes, & que par consequent il se leve à 5 heures & 6 minutes, &c.

## PROBLEME V.

*Trouver le Climat d'un Lieu proposé de la Terre, dont la Latitude est connue.*

ON appelle *Climat* un espace de la Terre, qui est fait en Zone, ou comme une ceinture, parce qu'il est terminé par deux Cercles paralleles entre eux & à l'Equateur, dans lequel espace depuis le Parallele qui est plus proche de l'Equateur, jusqu'à l'autre qui est plus proche du Pole, le plus grand Jour d'Eté varie, c'est-à-dire, croît ou décroît d'une demie-heure.

Comme les Climats se comptent vers l'un des deux Pôles du Monde; en commençant depuis l'Equateur, sous lequel en tout temps le Jour est de douze heures, & la Nuit d'autant: & que ceux qui sont éloignez de l'Equateur, ont le plus grand

jour d'Eté plus long que de douze heures, & d'autant plus long que plus ils en sont éloignez; il s'ensuit que la fin du premier Climat est là où le plus grand Jour d'Eté est de douze heures & demie, la fin du second là où le plus grand Jour d'Eté est de treize heures, & ainsi ensuite, jusqu'à la fin du 24. Climat, où le plus grand Jour d'Eté est de 24 heures, ce qui arrive sous le Cercle Polaire Arctique, ou Antarctique, où l'Elevation du Pole est de 66. 30'. au delà duquel on ne sçauroit plus compter de Climats, parce que pour peu qu'on s'en éloigne en s'avançant vers le Pole le plus proche, le plus grand Jour d'Eté croîtra de plus que d'une demie-heure: ce qui a fait ajoûter aux Modernes six autres Climats depuis le Cercle Polaire jusqu'au Pole, en faisant croître le plus grand Jour d'Eté d'un Mois entier.

Ainsi pour sçavoir en quel Climat est situé un Lieu proposé de la Terre, dont on connoît la Latitude, il n'y a qu'à chercher par le Problême precedent, la quantité du plus grand Jour d'Eté, & en ôter toûjours douze heures: car le double du reste fera connoître le nombre du Climat qu'on cherche. Ainsi ayant connu qu'à Paris, où le Pole est élevé sur l'Horizon d'environ 49 degrez, le plus grand Jour d'Eté est de 16 heures, si l'on en ôte 12, il restera 4, dont le double 8 fait connoître que Paris est dans le huitiéme Climat. Ainsi des autres.

*Remarque.*

Comme les Longitudes font connoître les Païs les plus Orientaux, ou les plus Occidentaux, & les Latitudes les Païs les plus Meridionaux, ou les plus Septentrionaux: de même les Climats font

connoître les Païs où les Jours sont plus longs ou plus courts. Or par la connoissance du Climat, on peut aisément trouver le plus long Jour d'Eté, par une operation contraire à la precedente, sçavoir en ajoûtant 12 à la moitié du nombre du Climat: car la somme donnera la quantité du plus long Jour d'Eté. Ainsi en sçachant que Paris est dans le huitiéme Climat, en ajoûtant 4 moitié de 8, à 12, la somme 16 fait connoître qu'à Paris le plus grand Jour d'Eté est de 16 heures.

## PROBLEME VI.

*Trouver la valeur d'un Degré d'un grand Cercle de la Terre.*

EN supposant que la Terre est ronde, & que son centre est le même que celuy du Monde, un degré de l'un de ses Cercles répondra à un degré d'un semblable Cercle correspondant dans le Ciel: de sorte que si par exemple une personne parcourt un degré de la Terre sur un même Meridien Terrestre, en allant directement vers le Midy, ou vers le Septentrion, son Zenit s'éloignera aussi d'un degré dans le Ciel sous le Meridien Celeste correspondant, & l'Elevation du Pole sur l'Horizon changera par consequent d'un degré; pareillement si une personne parcourt un degré de la Terre sur l'Equateur terrestre, en allant directement vers l'Orient, ou vers l'Occident, son Zenit s'éloignera aussi d'un degré dans le Ciel sous l'Equateur celeste, & sa Longitude changera par consequent d'un degré.

Ce changement ayant été remarqué par quantité d'experiences faites par plusieurs Astronomes en des

Lieux differens de la Terre, nous pouvons conclure de là que la Terre est ronde du Midy au Septentrion, & aussi de l'Orient à l'Occident, & qu'elle est au centre du Monde, ou pour le moins au milieu des circonvolutions Celestes. On en tire aussi la maniere de trouver en lieuës, ou en quelqu'autre mesure que ce soit la quantité d'un degré d'un de ses grands Cercles qui sont tous égaux : sçavoir en choisissant sur la Terre deux Lieux situez sous un même grand Cercle, par exemple, sous un même Meridien, & dont la distance soit exactement connuë, & aussi les Latitudes ; car ainsi en ôtant la plus petite de ces deux Latitudes de la plus grande, on aura l'arc de leur Meridien commun, compris entre ces deux Lieux de la Terre. Ainsi l'on sçaura qu'à un certain nombre de degrez & de minutes d'un grand Cercle de la Terre, il répond un certain nombre de lieuës, ce qui suffit pour pouvoir connoître la valeur d'un degré du même grand Cercle, & mêmes de toute la circonference de la Terre, si on la veut connoître, en disant par la Regle de Trois directe, si à tant de degrez & de minutes, s'il y en a, il répond tant de lieuës, combien de lieuës répondront à un degré, si l'on ne veut connoître qu'un degré ; ou à 360 degrez, si l'on veut connoître le contour de la Terre.

Supposons que les deux Lieux de la Terre soient Paris & Dunquerque, qui sont situez sous un même Meridien, & éloignez l'un de l'autre d'environ 62 lieuës Parisiennes de 2000 toises chacune. La Latitude de Paris est de 48. 51′. laquelle étant ôtée de celle de Dunquerque, qui est de 51. 1′. il reste 2. 10′. ou 130 minutes pour l'arc du Meridien compris entre Paris & Dunquerque. Sçachant donc qu'un arc d'un grand Cercle de la Terre de

130 minutes est de 62 lieuës, on sçaura de combien de lieuës doit être un degré ou 60 minutes du même Cercle, en multipliant ces 60 minutes par 62, qui est la distance de Paris à Dunquerque, & en divisant le produit 3720 par 130, qui est le nombre des minutes de l'arc du Meridien commun à ces deux Villes, & le Quotient donnera environ 28 lieuës Parisiennes pour la valeur d'un degré d'un grand Cercle de la Terre.

J'ay dit environ, parce que Messieurs de l'Academie Royale des Sciences ont trouvé qu'un degré de la Terre vaut 57060 toises des mesures du Châtelet de Paris, lesquelles 57060 toises font un peu plus que 28 lieuës Parisiennes de 2000 toises chacune, comme l'on connoist en divisant 57060 par 2000, car le quotient est 28, & il reste encore 1060 à diviser par 2000, ce qui fait environ une demie-lieuë.

La Toise du Châtelet de Paris se divise en 6 Pieds, & si l'on divise ce Pied en 1440 parties, le Pied Rheinlandique, ou de Leyde en comprendra 1390, le Pied de Londres 1350, le Pied de Boulogne 1686, & la Brasse de Florence 2580.

## PROBLEME VII.

*Connoître la Circonference, le Diametre, la Surface, & la Solidité de la Terre.*

QUoiqu'on ne puisse pas mesurer actuellement la circonference de la Terre, à cause des hautes Montagnes, & des vastes Mers, qu'on ne sçauroit parcourir en ligne droite; on peut neanmoins aisément le déterminer par les regles de l'Astronomie, & ensuite son Diametre, sa Surface, & sa

Solidité par les principes de la Geometrie, comme vous allez voir.

Premierement, pour connoître la Circonference de la Terre, ayant trouvé par le Problême precedent, qu'un degré de cette circonference est de 28 lieuës Parisiennes, si l'on multiplie ces 28 lieuës par 360, c'est-à-dire, par le nombre des degrez du contour de la Terre, le produit donnera 10080 lieuës Parisiennes pour la circonference de la Terre.

Secondement, pour trouver le Diametre de la Terre, ou la distance qu'il y a d'icy à nos Antipodes, on considerera que le Diametre d'un Cercle étant à sa circonference, comme 100 à 314, ou comme 50 à 157, & que la circonference de la Terre ayant été trouvée de 10080 lieuës Parisiennes, il n'y a qu'à multiplier ces 10080 lieuës par 50, & diviser le produit 504000 par 157, & le quotient donnera 3210 lieuës pour le Diametre de la Terre.

Troisiémement, pour trouver en lieuës quarrées la Surface de la Terre, il n'y a qu'à multiplier sa circonference, qui a été trouvée de 10080 lieuës, par son Diametre, que nous avons trouvé de 3210 lieuës, & le produit donnera 32356800 lieuës quarrées pour la Surface de la Terre.

Enfin, pour trouver en lieuës cubiques la Solidité de la Terre, il n'y a qu'à multiplier sa Surface qui a été trouvée de 32356800 lieuës quarrées par la sixiéme partie 535 de son Diametre, qui a été trouvé de 3210 lieuës, & le produit donnera 173108888000 lieuës cubiques pour la Solidité de la Terre.

Parce que dans le Diametre de la Terre nous avons negligé les fractions, cela nous a donné sa Surface un peu imparfaite, & sa Solidité encore

plus imparfaite. Si vous voulez trouver plus exactement cette Surface & cette Solidité, sans se servir du Diametre de la Terre, mais seulement de sa circonference qui a été trouvée precisément de 10080 lieuës Parisiennes, faites ainsi.

Pour trouver en premier lieu la Surface de la Terre, dont le contour a été trouvé de 10080 lieuës, multipliez ce contour 10080 par luy-même, pour avoir son quarré 101606400, qu'il faudra multiplier toûjours par 50, & diviser le produit 5080320000 toûjours par 157; & le quotient donnera 32356814 lieuës quarrées pour la Surface de la Terre.

Pour trouver maintenant la Solidité de la Terre, dont le contour a été trouvé de 10080 lieuës, multipliez ce contour 10080 par luy-même, pour avoir son quarré 101606400, qu'il faudra multiplier encore par le même contour 10080, pour avoir son cube 1024192512000, lequel étant multiplié toûjours par 1250, & le produit 1280240640000000 étant divisé toûjours par 73947, le quotient donnera 17312949004 lieuës cubiques pour la Solidité de la Terre.

## COROLLAIRE I.

De ce que la circonference de la Terre est de 10080 lieuës Parisiennes, on conclud aisément, que si la Terre se meut autour de son Axe d'Occident en Orient, en sorte que dans l'espace de 24 heures elle acheve une circonvolution, un Lieu de la Terre situé sous l'Equateur qui est un grand Cercle, doit parcourir en une heure 420 lieuës par le mouvement de la Terre, parce que divisant son contour 10080 par 24, le quotient est 420:

& qu'en une minute de temps il doit faire sept lieuës, comme l'on connoît en divisant 420 par 60, &c.

## COROLLAIRE II.

De ce que le Diámetre de la Terre est de 3210 lieuës, on conclud que son Demi-diametre, ou la distance qu'il y a de sa Surface à son Centre, est de 1605 lieuës, comme l'on connoît en prenant la moitié de 3210. D'où il est aisé de tirer cette consequence, que si l'on pouvoit faire un puits profond jusqu'au centre de la Terre, la profondeur de de ce Puits devroit être de 1605 lieuës, ou de 3210000 toises, comme l'on connoît en multipliant 1605, qui est le Demidiametre de la Terre, par 2000, qui est le nombre des toises d'une lieuë Parisienne, comme vous avez vû au *Probl.* 6.

## COROLLAIRE III.

Parce qu'un Puits, dont le fond seroit au centre de la Terre, devroit avoir 3210000 toises de profondeur, on peut trouver par là le temps que devroit employer une pierre, ou quelqu'autre corps qui seroit jetté de la Surface de la Terre dans ce Puits, que je suppose vuide, pour aller jusqu'au fond, si l'on sçait une fois par quelque experience bien faite, le temps que ce corps pesant a employé à parcourir un espace connu en tombant librement dans l'air.

Supposons qu'en une minute de temps un corps pesant soit décendu de 100 toises; pour trouver le temps qu'il doit employer à décendre dans le même milieu de 3210000 toises, multipliez ce nombre 3210000 par le quarré 1 du temps, c'est-à-

dire de 1 minute, & divisez le produit 3210000 par 100, qui est l'espace parcouru pendant une minute, le quotient sera 32100, dont la Racine quarrée donnera 179 minutes, qui font presque 3 heures, pour le temps que le même corps pesant doit employer à décendre jusqu'au centre de la Terre.

*Remarque.*

Nous remarquerons ici en passant, que si ce Puits étoit continué jusqu'aux Antipodes, en sorte que la Terre fût percée à jour, le corps pesant qui seroit jetté depuis la Surface de la Terre dans ce Puits, ne s'arrêteroit pas tout court au centre de la Terre, quoique ce soit le lieu le plus bas : car étant parvenu au centre de la Terre par un mouvement fort acceleré, cela le feroit éloigner du centre de la Terre, & remonter vers les Antipodes par un mouvement qui se diminueroit peu à peu, & se détruiroit entierement proche la Surface de la Terre vers les Antipodes, ce qui le feroit retomber & revenir au delà du centre de la Terre vers nous; de sorte que pendant quelque temps, en faisant abstraction de la resistance de l'air, ce corps pesant continuëroit à aller & à revenir par plusieurs Vibrations qui seroient à peu prés d'une égale durée, quoique plus petites toûjours de plus en plus, jusqu'à ce qu'enfin le Mobile s'arrêteroit au centre de la Terre.

Tout ce que nous avons dit touchant les mesures de la Terre, suppose qu'elle est parfaitement ronde, quoiqu'elle ne le soit pas en parlant à la figueur, à cause de la hauteur des Montagnes, qui n'est considerable qu'à l'égard de nous, car à l'égard de la Terre c'est peu de chose, comme vous voyez

dans la Table suivante que nous avons tirée du P. Kircher, & qui montre en Pas geometriques la hauteur des plus considerables Montagnes du Monde, autant qu'on en a pû juger par la longueur de leurs ombres.

| | |
|---|---|
| Pelion Montagne de la Thessalie | 1250 |
| Le Mont Olympe en Thessalie | 1269 |
| Catalyrium | 1680 |
| Cyllenon | 1875 |
| Le Mont-Aetna, ou Mont-Gibel en Sicile | 4000 |
| Les Montagnes de Norvege | 6000 |
| Le Pic des Canaries | 10000 |
| Hemus Montagne de la Thrace | 10000 |
| Le Mont Caucase dans les Indes | 15000 |
| Le Mont Atlas dans la Mauritanie | 15000 |
| Les Montagnes de la Lune | 15000 |
| Le Mont Athos entre la Macedoine & la Thrace | 20000 |
| Stolp le plus haut des Monts Riphées en la Scythie | 25000 |
| Cassius | 28000 |

## PROBLEME VIII.

*Connoître la quantité d'un Degré d'un petit Cercle proposé de la Terre.*

AYant connu *par Probl. 6.* la valeur d'un degré d'un grand Cercle de la Terre, il sera facile de connoître la quantité d'un degré d'un petit Cercle, par exemple, d'un Cercle parallele à l'Equateur, qu'on appelle simplement *Parallele*, pourvû que sa distance à l'Equateur soit connuë, ce qui sert aux Geographes pour la description des Cartes

Chorographiques, & pour trouver la distance de deux Lieux de la Terre, situez sous un même Parallele, c'est-à-dire, également éloignez de l'Equateur.

Comme si l'on veut sçavoir la valeur d'un degré du Parallele de Paris, qui est éloigné de l'Equateur d'environ 49 degrez, en supposant que la quantité d'un degré de l'Equateur est de 28 lieuës, tirez à part la ligne AB d'une longueur volontaire, que vous prendrez pour un degré de l'Equateur, & la divisez en 28 parties égales, dont chacune representera une lieuë. Décrivez de l'extremité A, par l'autre extremité B, l'arc de Cercle BC de 49 degrez, & tirez du point C, la ligne CD perpendiculaire à la ligne AB : & comme cette ligne CD retranche de la ligne AB, la partie AD d'environ 18 parties, on conclura qu'un degré d'un Parallele éloigné de l'Equateur de 49 degrez, est de 18 lieuës Parisiennes. Planche 41. 118. Fig.

Cette valeur se peut connoître plus exactement & plus facilement par la Trigonometrie, en raisonnant de la sorte.

Soit l'Axe du Monde AB, en sorte que A & B, soient les deux Poles, & ACBD l'un des deux Colures. Soit l'Equateur CFD, & le Parallele de Paris GHI, dont le Diametre GI est perpendiculaire à l'Axe AB, & dont la distance CG, ou DI, à l'Equateur est supposée de 49 degrez, auquel cas le complement AG, ou AI sera de 41 degrez. 117. Fig.

Il est évident qu'à l'égard du Sinus Total CE, le Demi-diametre GK est le Sinus de l'arc AG, ou du complement de la distance du Parallele. Il est évident aussi que le Demi-diametre CE de l'Equateur, ou le Sinus Total, est à sa circonference, comme le Demi-diametre GK du Parallele, ou le

Sinus du complement de la distance de ce Parallele, est à sa circonference : & que par consequent le Sinus Total est à un degré de l'Equateur, comme le Sinus du complement de la distance du Parallele est à un degré de ce Parallele ; & parce qu'un degré de l'Equateur est connu, ayant été trouvé de 28 lieuës Parisiennes, on pourra connoître de combien de semblables lieuës est un degré du Parallele proposé par cette Analogie,

| | |
|---|---|
| *Comme le Sinus Total* | 100000 |
| *A un degré de l'Equateur* | 28 |
| *Ainsi le Sinus du complement de la distance du Parallele à l'Equateur* | 65606 |
| *A un degré de ce Parallele* | 18 |

qui se trouvera d'environ 18 lieuës Parisiennes.

Ayant ainsi connu la quantité d'un degré du Parallele de Paris, on pourra connoître si l'on veut, la circonference entiere de ce Parallele, en multipliant par 360 sa quantité trouvée 18, ou plus exactement par cette Analogie ;

| | |
|---|---|
| *Comme le Sinus Total,* | 100000 |
| *A la circonference de la Terre* | 10080 |
| *Ainsi le Sinus du complement de la distance du Parallele à l'Equateur* | 65606 |
| *A la circonference du Parallele* | 6613 |

qui se trouvera d'environ 6613 lieuës Parisiennes : ce qui fait connoître, que si la Terre se meut, la Ville de Paris, ou quelqu'autre point que ce soit de son Parallele, fait en 24 heures 6613 lieuës d'Occident en Orient, & par consequent 275 lieuës en une heure, & environ 4 lieuës & demie en une minute de temps.

## PROBLEME IX.

*Trouver la distance de deux Lieux proposez de la Terre, dont on connoît les Longitudes & les Latitudes.*

IL peut arriver trois cas differens, parce que les deux Lieux proposez peuvent être sous un même Parallele, ayant une même Latitude, & la Longitude differente : ou bien sous un même Meridien, ayant une même Longitude, & une Latitude differente : ou bien encore ils peuvent être sous des divers Paralleles, & sous des Meridiens differens, ayant par consequent des Longitudes & des Latitudes differentes. Nous allons resoudre ces trois cas les uns aprés les autres, en cette sorte.

Premierement, si les deux Lieux proposez sont sous un même Parallele, comme Cologne & Maëstrick, qui sont sous un Parallele éloigné de l'Equateur vers le Septentrion de 50. 50′. Parce que Cologne est plus Oriental que Maëstrick de 6 minutes de temps, qui valent 1. 30′. de l'Equateur, ou du Parallele, sous lequel ces deux Villes sont situées, comme l'on connoît en disant, si 1 heure, ou 60 minutes valent 15 degrez, combien vaudront 6 minutes ? de sorte que l'arc de ce Parallele compris entre Cologne & Maëstrick est de 1. 30′. qui dans l'Equateur valent 42 lieuës Parisiennes, à raison de 28 lieuës pour un degré, comme l'on connoît en disant, si 1 degré, ou 60 minutes valent 28 lieuës, combien vaudront 1. 30′. ou 90 minutes ? & pour sçavoir de combien de semblables lieuës doit être cet arc dans un Parallele éloigné de l'Equateur de 50. 50′. ou la distance

des deux Lieux proposez, on se servira de cette Analogie,

| | |
|---|---|
| *Comme le Sinus Total,* | 100000 |
| *A la valeur de* 1. 30'. *de l'Equateur* | 42 |
| *Ainsi le Sinus du complement de la distance du Parallele à l'Equateur* | 63158 |
| *A la distance qu'on cherche.* | $26\frac{1}{2}$ |

qui se trouvera d'environ 26 lieuës Parisiennes & demie.

Secondement, si les deux Lieux proposez sont sous un même Meridien, comme Paris, dont la Latitude est de 48. 51'. & Amiens, dont la Latitude est de 49. 54'. Otez de cette Latitude 49. 54'. la Latitude de Paris 48. 51'. qui est plus petite, pour avoir au reste 1. 3'. l'arc du Meridien, compris entre Paris & Amiens, que l'on convertira en lieuës par la Regle de Trois, en disant, si un degré, ou 60 minutes d'un grand Cercle de la Terre vaut 28 lieuës Parisiennes, combien vaudra 1. 3'. ou 63 minutes? Multipliant donc 63 par 28, & divisant par 60 le produit 1764, le quotient donnera environ 29 lieuës Parisiennes pour la distance de Paris à Amiens.

Enfin, si les deux Lieux proposez sont differens en Longitude & en Latitude, comme Paris & Constantinople qui est plus Oriental que Paris de 29. 30'. & plus Meridional de 7. 45'. on imaginera un grand Cercle qui passe par ces deux Villes, & l'on trouvera l'arc de ce grand Cercle, compris entre ces deux mêmes Villes, en cette sorte.

Planche 42. 119. Fig. Soit le Premier Meridien ABCD, & l'Equateur CD également éloigné des deux Poles A, C. Soit le Meridien

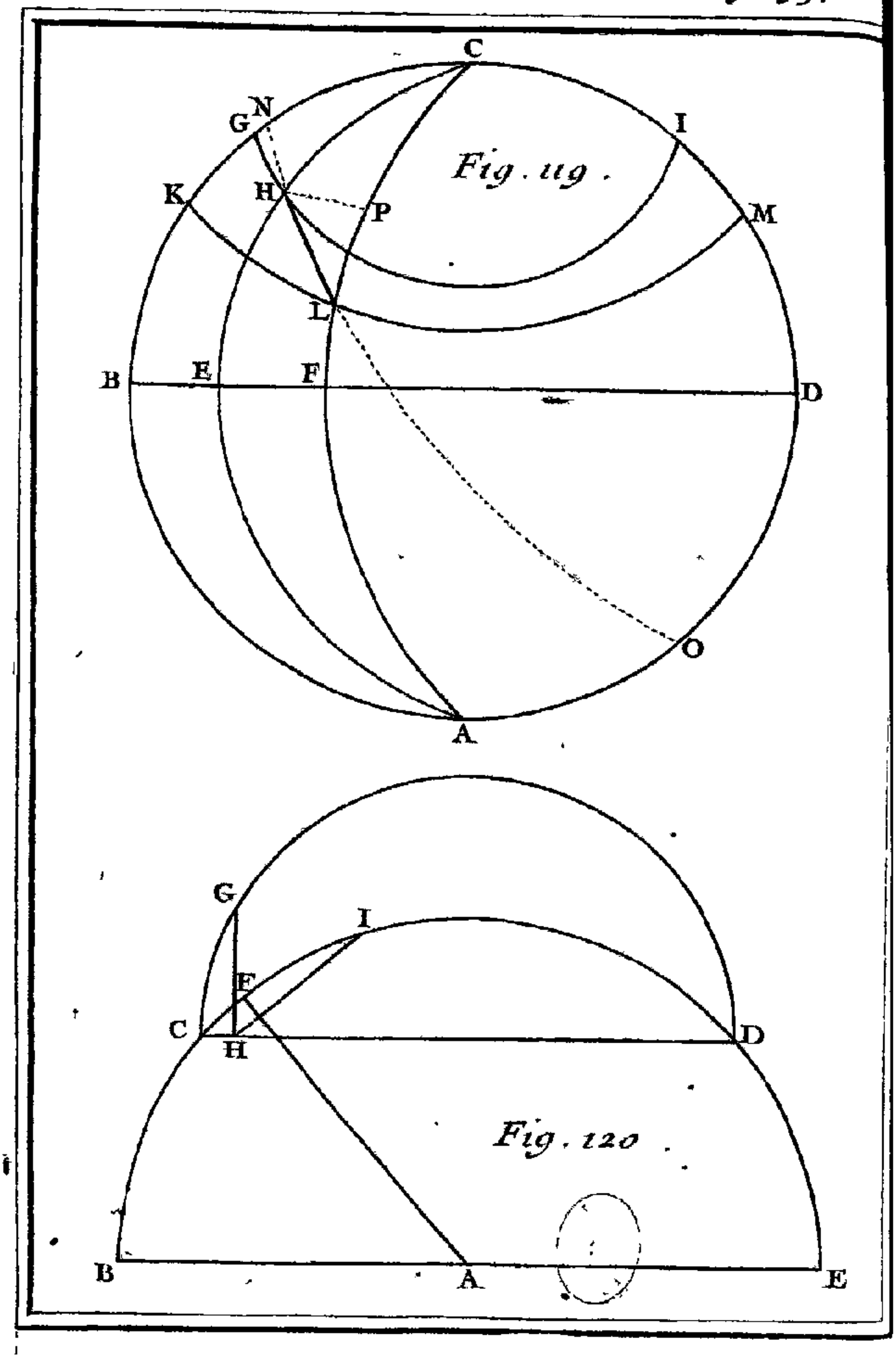



Fig. 119.

Fig. 120.

dien de Paris AEC, & son Parallele GHI, en sorte que Paris soit en H. Soit encore le Meridien de Constantinople AFC, & son Parallele KLM, en sorte que Constantinople soit en L. Soit enfin l'arc HL du grand Cercle NHLO, qui passe par les deux Lieux proposez H, L. Planche 42. 119. Fig.

Cet arc HL se pourra connoître par la Trigonometrie dans le Triangle Spherique obliquangle HCL, dans lequel on connoît le côté HC de 41. 9'. complement de la Latitude EH de Paris, qui est de 48. 51'. le côté CL de 48. 54'. complement de la Latitude FL de Constantinople, qui est de 41. 6'. & l'angle compris HCL, ou la difference des Longitudes BCE, BCF, des deux Lieux proposez H, L, qui est de 29. 30'.

Pour donc trouver le côté ou la distance HL premierement en degrez & en minutes, tirez de l'Angle H, l'arc de grand Cercle HP perpendiculaire au côté opposé CL, & faites ces deux Analogies,

| | |
|---|---|
| *Comme le Sinus Total* | 100000000 |
| *Au Sinus du complement de l'angle HCL* | 99396968 |
| *Ainsi la Tangente du côté HC* | 99414585 |
| *A la Tangente du Segment CP* | 98811553 |

qui se trouvera de 37. 25'. & qui étant ici ôté de la base CL, ou de 48. 54'. il restera 11. 29'. pour l'autre Segment LP.

Planche 42. 119. Fig.

*Comme le Sinus du complement du Segment CP* 98999506

*Au Sinus du complement du Segment LP* 99912184

*Ainsi le Sinus du complement du côté HC* 9876789

*Au Sinus du complement du côté HL* 99680567

qui se trouvera de 21. 42'. qui étant reduits en lieuës Parisiennes par la Regle de Trois, en disant, si un degré, ou 60 minutes d'un grand Cercle de la Terre vaut 28 lieuës Parisiennes, combien vaudront 21. 42'. ou 1302 minutes? on trouvera 607 lieuës Parisiennes pour la distance de Paris à Constantinople.

## *Remarque.*

Lorsque les deux Lieux proposez sont éloignez entre eux d'une distance considerable, comme dans cet exemple, on pourra sans aucun calcul trouver presque aussi exactement cette distance en degrez & en minutes d'un grand Cercle de la Terre, par la Projection Ortographique de la Sphere, comme vous allez voir.

120, Fig. Décrivez du centre A, avec une ouverture volontaire du Compas le Demi-cercle BCDE, que vous prendrez pour le Meridien de Paris. Prenez sur ce Demi-cercle l'arc BF de 48. 51'. telle qu'est la Latitude de Paris, pour avoir le lieu de Paris en F, par où vous tirerez du centre A, le Rayon AF.

Prenez sur le même Demi-cercle les arcs BC,

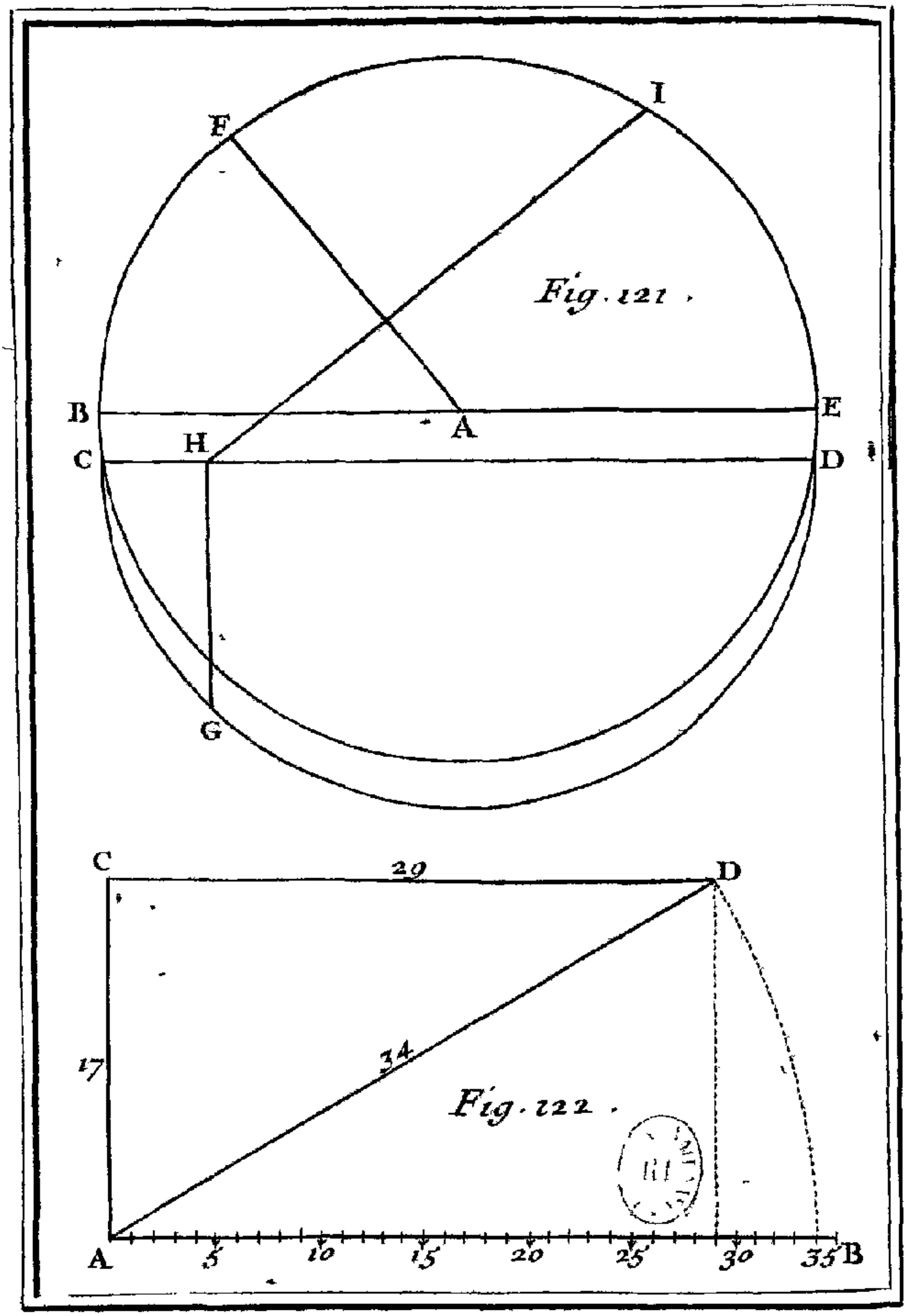



Fig. 121.

Fig. 122.

To 1.

ED, chacun de 41. 6′. telle qu'est la Latitude de Constantinople, & tirez la ligne CD, qui representera le Parallele de Constantinople, sur lequel vous déterminerez le lieu de Constantinople, en cette sorte. Planche 42. 120, Fig.

Ayant décrit autour du Diametre CD le Demi-cercle CGD, prenez sur sa circonference l'arc CG de 29. 30′. telle qu'est la difference des Longitudes de Paris & de Constantinople, & tirez du point G la ligne GH perpendiculaire au Diametre CD, pour avoir en H le lieu de Constantinople, d'où l'on tirera la ligne HI perpendiculaire à la ligne AF, & l'arc FI étant mesuré, donnera en degrez & en minutes la distance qu'on cherche, qui se trouvera d'environ 22 degrez, comme auparavant.

Nous avons pris la Latitude BC de Constantinople dans le même Hemisphere que la Latitude BF de Paris à l'égard de la ligne BE, qui represente l'Equateur, c'est-à-dire, depuis l'Equateur BE vers le lieu de Paris F, parce que les Latitudes de ces deux Villes sont Septentrionales: car si l'une avoit été Meridionale, comme celle de Pernambouc dans le Bresil Region considerable de l'Amerique Meridionale, laquelle Latitude est de 7. 40′. il auroit fallu prendre l'arc BC de 7. 40′. vers l'autre côté, & achever le reste comme nous avons dit, en sorte que l'arc CG soit de 44. 15′. telle qu'est la Difference des Latitudes de Paris & de Pernambouc: & parce que l'arc FI se trouve d'environ 70 degrez, si l'on reduit ces 70 degrez en lieuës, en les multipliant par 28, on aura 1960 lieuës Parisiennes pour la distance de Paris à Pernambouc. Planche 43. 121. Fig.

Lorsque la distance des deux Lieux proposez ne sera pas beaucoup considerable, comme celle de

Planche 43. 111. Fig. Lyon à Genéve, qui est plus Septentrional que Lyon de 36 minutes, parce que la Latitude de Lyon est de 45. 46′. & que celle de Genéve est de 46. 22′. & qui est plus Oriental que Lyon de 6 minutes de temps, qui valent 1. 30′. de l'Equateur; la Methode precedente, quoique bonne en elle-même, ne pourra pas bien réüssir, & dans ce cas, on pourra se servir de la suivante qui n'est pas geometrique, mais qui dans une petite distance ne manquera pas sensiblement.

112. Fig. Ayant tiré la ligne AB divisée en autant de parties égales & de telle grandeur qu'il vous plaira, qui representeront des lieuës, tirez-luy la perpendiculaire AC de 17 lieuës prises sur l'Echelle AB, telle qu'est la difference des Latitudes, que nous avons trouvée de 36 minutes, qui étant reduites en lieuës, en donnant 28 lieuës Parisiennes à un degré d'un grand Cercle de la Terre, font environ 17 lieuës.

Aprés cela ajoûtez ensemble les Latitudes des deux Lieux proposez, sçavoir 45. 46′. & 46. 22′. & prenez la moitié de leur somme 92. 8′. pour avoir une Latitude moyenne 46. 4′. à l'égard de laquelle vous trouverez *par Probl.* 8. la quantité d'un arc de 1. 30′. telle qu'est la difference des Longitudes des deux Villes proposées. Cette quantité se trouvera d'environ 29 lieuës Parisiennes, c'est pourquoy vous tirerez par le point C, parallelement à la ligne AB, la droite CD de 29 parties prises sur l'Echelle AB, & vous porterez sur la même Echelle AB, la longueur de la ligne AD, qui se trouvant ici d'environ 34 parties fait connoître que de Lyon à Genéve il y a en ligne droite environ 34 lieuës Parisiennes.

Parce que le Triangle ACD est rectangle en C,

& que le côté AC est de 17 parties, & l'autre côté CD de 19, on peut trouver par le calcul l'hypotenuse AD, ou la distance qu'on cherche, en ajoûtant ensemble le quarré 289 du côté AC, & le quarré 841 du côté CD, & en prenant la Racine quarrée de la somme 1130, qui donnera presque 34 lieuës Parisiennes pour la ligne AD, qui represente la distance des deux Lieux proposez, car le point A étant pris pour le lieu de Lyon, le point D peut être pris pour le lieu de Genéve, & la ligne AD pour l'arc du grand Cercle qui passe par ces deux Villes, parce que la ligne AC represente la difference de leurs Latitudes, ou la distance de leurs Paralleles, & la ligne CD la difference moyenne de leurs Longitudes, ou la distance moyenne de leurs Meridiens, &c. Planche 42. 122. Fig.

## PROBLEME X.

*Décrire la ligne courbe que feroit un Vaisseau sur la Mer en faisant sa route par un même Rumb marqué dans la Boussole.*

SUpposons que l'arc AB, dont le centre est C, soit un quart de la circonference de l'Equateur Terrestre, en sorte que le centre C soit la representation de l'un des deux Poles du Monde, & que toutes lignes droites tirées de ce centre C, par les divisions de l'arc AB, comme CD, CE, CF, &c. representent autant de Meridiens. Planche 44. 123. Fig.

Supposons encore qu'un Navire parte du point A de l'Equateur, dont le Meridien est AC, pour aller en G, par le Rumb ou Vent AH, qui fasse avec le Meridien AC, un angle CAH, par exemple de 60 degrez, qu'on appelle *Inclinaison de la Loxodro-*

Planche 44. n. 3. Fig. *mie.* Il est évident que si le Vaisseau a toûjours le Cap au même Rumb, c'est-à-dire, qu'étant en H sous le Meridien AD, il continuë son chemin par le Rumb ou Vertical HI incliné au Meridien AD du même angle de 60 degrez, en sorte que l'angle CHI soit aussi de 60 degrez; les trois points A, H, I, ne soit pas en ligne droite. Pareillement si le même Navire continuë sa route depuis I, où il a la ligne AE pour Meridien, en K, par le Rumb IK, qui fait avec le Meridien CE, l'Angle CIK aussi de 60 degrez, les trois points H, I, K, ne feront pas une ligne droite, & ainsi ensuite jusqu'en L sur le dernier Meridien CB.

D'où il est aisé de conclure, que la ligne AHIKL, que le Vaisseau a décrit en suivant le même Vent, & qu'on appelle *Ligne Loxodromique*, ou simplement *Loxodromie*, est une ligne courbe qui s'écarte continuellement du lieu G, où l'on s'étoit proposé d'aller, & qui imite la figure d'une ligne Spirale, qui, comme vous voyez, se va toûjours approchant du Pole C.

*Remarque.*

Si l'on divise la Ligne Loxodromique AKL en plusieurs parties égales si petites qu'elles puissent passer pour des lignes droites, comme AH, HI, IK, &c. & que par les points de division H, I, K, &c. l'on fasse passer autant de Paralleles, ou Cercles de Latitude; tous ces Cercles seront également éloignez entre eux, de sorte que les arcs des Méridiens DH, MI, NK, &c. seront égaux entre eux, aussi-bien que les arcs correspondans AD, HM, IN, &c. non pas en degrez, mais en lieuës, à cause de l'égalité des Triangles rectilignes rectangles ADH, HMI, INK, &c.

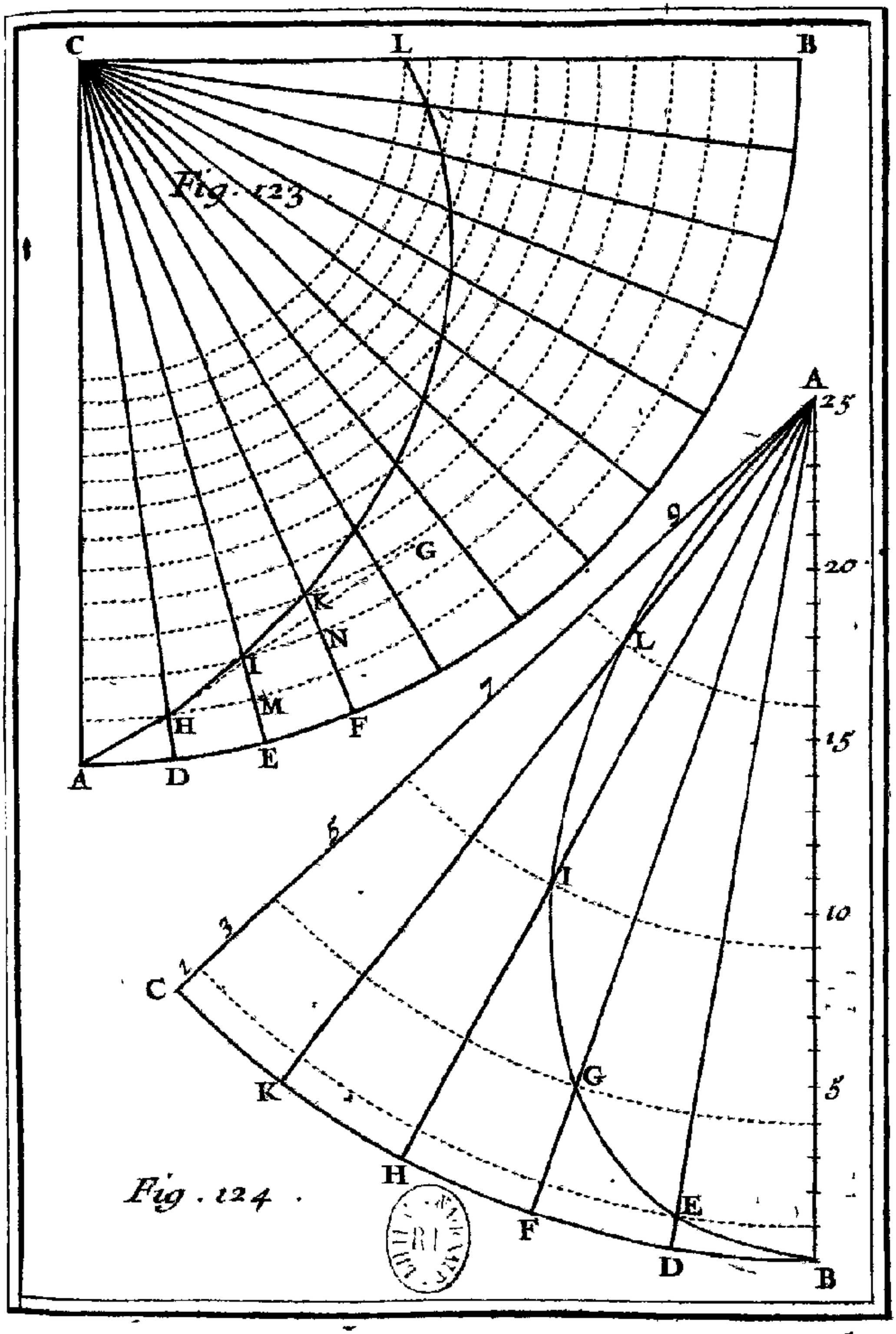



Fig. 124.

Quand on sçait le temps qu'on a employé pendant un Vent favorable à parcourir une Loxodromie tres-petite, comme AH, en suivant un même Rumb, & qu'ainsi l'on sçait l'arc AD, qu'il est facile de reduire en lieuës, en donnant 20 lieuës à un degré: & qu'étant en H, on a *Pris Hauteur*, c'est-à-dire, qu'étant en ce Lieu on a observé la Hauteur du Pole, ou la Latitude DH, qu'il est aussi aisé de reduire en lieuës; on pourra aisément connoître le chemin qu'on aura fait depuis A en H, en ajoûtant ensemble les quarrez des lignes AD, DH, & en prenant la Racine quarrée de la somme. *Planche 44. 123. Fig.*

Il est visible que la Loxodromie est une ligne droite lorsque son Angle d'inclinaison est nul, c'est-à-dire, lorsque le Vaisseau navigue Nord & Sud, ou suit le Rumb Nord & Sud marqué par la Boussole, quand l'aiguille ne décline point: parce que dans ce cas le Vaisseau avançant selon la Ligne Meridienne, doit necessairement décrire cette ligne qui est droite, puisqu'elle est la commune Section du Meridien & de l'Horizon.

Il arrivera la même chose, lorsque le Navire étant sous l'Equateur celeste, ou sous quelqu'un de ses Paralleles, met le Cap à l'Est ou à l'Ouëst, c'est-à-dire, navigue directement à l'Est ou à l'Ouëst, en sorte que l'Inclinaison de la Loxodromie soit de 90 degrez, parce que dans ce cas, le Vaisseau décrit ou l'Equateur Terrestre, ou l'un de ses Paralleles qui font avec tous les Meridiens des Angles droits, ou de 90 degrez.

Enfin, il est visible, que comme nous avons déja dit, un Vaisseau qui navigue par un même Rumb oblique, en sorte que l'Inclinaison de la Loxodromie soit un angle oblique, c'est-à-dire, aigu, ou obtus, décrit sur la Surface de la Mer une ligne

Planche 44. 123. Fig. courbe, comme AKL, pour aller de A en G, par le Rumb oblique AH, parce que les Meridiens Terrestres CA, CD, CE, CF, &c. ne sont pas paralleles entre eux, étant certain que s'ils étoient paralleles, au lieu de décrire la ligne courbe AKL, qui fait avec ces Meridiens des angles égaux, il décriroit la ligne droite AG, qui feroit avec ces mêmes Meridiens des angles égaux.

Cette ligne courbe AKL ressemble à celle que décriroit un corps pesant, comme une pierre, qui tomberoit de la Surface de la Terre jusqu'à son centre, s'il est vray que la Terre se meuve autour de son Axe d'Occident en Orient : comme vous allez voir par la description de cette ligne courbe, qui est telle.

## PROBLEME XI.

*Representer la ligne courbe que décriroit par le mouvement de la Terre un corps pesant en tombant librement de haut en bas jusqu'au centre de la Terre.*

124. Fig. SOit le centre de la Terre A, & une partie de sa circonference, representée par l'arc BC, que le point B ait parcouru par le mouvement de la Terre en un certain temps, en parcourant en des temps égaux les arcs égaux BD, DF, FH, HK, KC.

Cela étant supposé, le Demi-diametre de la Terre AB prendra au premier temps la situation AD, & la pierre qui étoit en B, sera décenduë en E, lorsque le point B sera parvenu en D : & lorsqu'au second temps il sera parvenu en F, le Demi-diametre AB aura pris la situation AF, & la pierre sera décenduë en G ; de sorte que la partie FG sera 4, lorsque la partie DE sera 1, par la na-

ture des corps pesans, qui en tombant librement de haut en bas acquierent en temps égaux des degrez égaux de vîtesse, en parcourant des espaces qui croissent comme les quarrez 1, 4, 9, 16, 25, &c. des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c. ces espaces croissant les uns par dessus les autres, selon les nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, &c. c'est pourquoy lorsqu'au troisiéme temps, le point D sera parvenu en H, le Demi-diametre AB aura pris la situation AH, & la pierre sera décenduë en I, de sorte que la partie HI sera 9: & lorsqu'au quatriéme temps le point B sera parvenu en K, le Demi-diametre AB prendra la situation AK, & la pierre sera décenduë en L, de sorte que la partie KL sera 16: & enfin le point B étant parvenu au cinquiéme temps en C, auquel cas le Demi-diametre AB aura pris la situation AC, la pierre sera décenduë en A, & toute la ligne CA sera 25. Ainsi la pierre en décendant continuellement, sera la ligne courbe BEGILA, laquelle par consequent vous pourrez representer en cette sorte. Planche 44. 124. Fig.

Parce que la somme des cinq premiers nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, est le nombre quarré 25, dont la Racine quarrée est 5, parcourez sur la ligne droite AB 25 parties égales d'une grandeur volontaire, depuis B jusqu'en A, d'où comme centre, vous décrirez par le même point B, l'arc de Cercle BC aussi d'une grandeur volontaire. Divisez cet arc BC en cinq parties égales aux points D, F, H, K, par où vous tirerez au centre A les rayons ou Demi-diametres AD, AF, AH, AK, sur lesquels vous trouverez les points E, G, I, L, de la ligne courbe que vous voulez décrire, en prenant la partie DE d'une partie égale de la ligne AB, FG de quatre parties, HI de neuf parties, & KL de seize parties, &c.

## PROBLEME XII.

*Connoître quand une Année proposée est Bissextile.*

QUoique l'Année Solaire, ou le temps que le Soleil employe à parcourir par son mouvement propre tout le Zodiaque, soit d'environ 365 jours, 5 heures, & 49 minutes : neanmoins on ne la fait que de 365 jours, pour le moins quand elle n'est pas Bissextile, en omettant les 5 heures & les 49 minutes, qui font presque 6 heures, n'y ayant que 11 minutes à redire, afin de pouvoir commencer l'Année toûjours à une même heure ; ce qui fait que chaque Année commune se trouve trop courte d'environ 6 heures, qui en quatre Années font presque un Jour, qu'on ajoûte entre le 23. & le 24. de Février de chaque quatriéme Année, laquelle à cause de cela a été appellée *Bissextile* ; parce qu'à cette Année là, qui est de 366 jours, on dit deux jours de suite le sixiéme des Calendes de Mars, afin que les Nones & les Ides se trouvent dans leurs places ordinaires.

C'est pourquoy pour sçavoir si une Année proposée est Bissextile, il en faut diviser le nombre par 4, & s'il ne reste rien de la division, cette Année sera Bissextile, ou de 366 jours, & elle ne le sera pas, c'est-à-dire, qu'elle sera seulement de 365 jours, s'il reste quelque chose aprés la division. Ainsi l'on connoît que cette Année 1693. n'est pas Bissextile, parce que divisant 1693 par 4, il reste 3, ce reste 3 faisant connoître que la troisiéme Année aprés 1693. sçavoir 1696. sera Bissextile.

Neanmoins quoiqu'en divisant par 4, les Années 1700, 1800, 1900, il ne reste rien, il ne faut

pas croire pour cela que ces Années soient Bissextiles, ce qui vient de la Reformation du Calendrier, qui a été faite par le Pape Gregoire XIII. en l'Année 1582. à cause des six heures qu'on ajoûte à chaque quatriéme Année, qui sont un peu plus qu'il ne faut, l'excés étant de onze minutes, qui dans l'espace de quatre Siecles font environ trois jours de trop, que l'on recompense en ne faisant point Bissextiles les trois Années 1700, 1800, 1900, parce que l'Année 1600 a été Bissextile.

*Remarque.*

Cette Reformation du Calendrier au Siecle passé par le Pape Gregoire XIII. qui en l'Année 1582. fit retrancher dix jours de l'Année, qui s'étoient augmentez depuis Jules Cesar qui a institué l'Année Bissextile; a donné le nom de *Calendrier Gregorien*, & de *Calendrier nouveau*, au Calendrier, dont l'Eglise Romaine se sert à present, & dans lequel on void les *Calendes*, qui sont les premiers jours de chaque mois, d'où il semble avoir tiré son nom, & ensuite les *Nones*, & les *Ides*, qui étoient autrefois en usage parmi les Romains.

On a au Siecle passé retranché dix jours de l'Année, par lesquels l'Equinoxe du Printemps anticipoit le 21. de Mars, car il arrivoit le 11. de ce mois, afin que cet Equinoxe qui regle le temps auquel les Fideles doivent celebrer la Fête de Pâques, arrive toûjours le 21. de Mars, comme il arrivoit au temps du Concile de Nycée: ce qui rend à l'Année Solaire un Siege déterminé, c'est-à-dire, que par cette Reformation faite au Siecle passé les Equinoxes, & les Solstices sont retenus & dans les mêmes jours & dans les mêmes mois.

C'est pourquoy les Nations qui par une opiniâtreté ridicule, n'ont pas voulu recevoir cette Reformation, comptent les Equinoxes, & tous les autres temps de l'Année dix jours plus tard que nous; & si elles continuent dans cette obstination il arrivera dans la suite, qu'ils celebreront la Nativité de Nôtre Seigneur Jesus-Christ au Solstice d'Eté, & la Fête de la Saint Jean Baptiste au Solstice d'Hyver.

## PROBLEME XIII.

*Trouver le Nombre d'or en une Année proposée.*

NOus avons dit au Problême precedent, que l'Année Solaire est de 365 jours, & 5 heures, & 49 minutes, & nous dirons ici que l'*Année Lunaire*, où la somme de douze revolutions de la Lune par son propre mouvement dans le Zodiaque, est de 354 jours, 8 heures, & 49 minutes, qui est, comme vous voyez, plus courte que l'Année Solaire d'environ 11 jours, ce qui fait que l'Année Lunaire finit 11 jours plûtôt que l'Année Solaire, & que par consequent les Nouvelles-Lunes arrivent 11 jours plûtôt en une Année qu'en la precedente.

Ainsi vous voyez que le Soleil & la Lune ne finissent pas toûjours leurs Periodes en même temps: & ils ne repassent pas les mêmes dispositions, où ils se sont rencontrez auparavant, c'est-à-dire que les Nouvelles-Lunes n'arrivent pas les mêmes mois, ni les mêmes jours d'une Année qu'elles étoient arrivées en une autre Année, si ce n'est dans l'espace d'environ 19 Années; j'ay dit environ, parce qu'il s'en manque 1 heure, 27 minutes, & 32 secondes, ce qui est peu de chose, les Nouvelles-Lu-

nes n'anticipant que d'un jour dans l'espace d'environ 312 Années, ce qui a été l'une des causes de la Reformation du Calendrier, & qu'au lieu du Nombre d'or, qui est une periode de 19 Années, on y a mis les Epactes.

Ce nombre donc de 19 Années Solaires, au bout desquelles le Soleil & la Lune retournent ensemble dans les mêmes points où ils étoient auparavant, est ce qu'on appelle *Nombre d'or*, qui a été ainsi appellé par les Atheniens qui l'ont reçû avec tant d'applaudissement, qu'ils le firent décrire en gros caracteres d'or au milieu de la Place publique. Il a été aussi appellé *Cycle Lunaire*, parce que c'est une periode ou revolution de 19 Années Solaires qui font autant que 19 Années Lunaires, entre lesquelles il y en a douze *Communes*, ou de douze Mois Synodiques chacune, & sept *Emboliſmiques*, c'est-à-dire, de treize Lunes chacune, ce qui fait en tout 235 Lunaisons, au bout desquelles les Nouvelles-Lunes arrivent les mêmes jours des mêmes mois qu'auparavant.

Pour trouver le Nombre d'or pour une Année proposée, par exemple, pour cette Année 1693; ajoûtez 1 au nombre 1693, & divisez la somme 1694 par 19, & en negligeant le quotient vous aurez seulement égard au reste qui donnera 3 pour le Nombre d'or de l'Année 1693. On ajoûte 1 au Nombre des Années, parce qu'à la premiere Année de Jesus-Christ on avoit 2 de Nombre d'or.

*Remarque.*

Il est évident que quand on a une fois trouvé le Nombre d'or pour une Année, l'on peut avoir par la seule addition le Nombre d'or pour l'Année sui-

vante, sçavoir en ajoûtant 1 à ce Nombre d'or trouvé : & par la seule soustraction le Nombre d'or pour l'Année precedente, sçavoir en ôtant 1 du même Nombre d'or trouvé. Ainsi ayant trouvé 3 pour le Nombre d'or de l'Année 1693. en ajoûtant 1 à ce Nombre trouvé 3, on a 4 pour le Nombre d'or de l'Année 1694, & en ôtant 1 du même Nombre trouvé 3, on a 2 pour le Nombre d'or de l'Année 1692.

Il est aussi évident qu'à toutes les Années qui ont un même Nombre d'or, les Nouvelles-Lunes arrivent les mêmes jours & les mêmes mois. Ainsi parce qu'en cette Année 1693. qui a 3 pour Nombre d'or, la Lune est Nouvelle les Calendes du mois d'Aoust, c'est-à-dire, le premier jour de ce mois, elle sera aussi Nouvelle le premier jour du même mois aux années 1712. 1731. 1750. &c. qui ont aussi 3 pour Nombre d'or.

## PROBLEME XIV.

*Trouver l'Epacte pour une Année proposée.*

NOus avons dit au Problême precedent, que l'Année Solaire surpasse l'Année Lunaire d'environ 11 jours, ce qui arrivera precisément si l'on compare l'Année Solaire commune, qu'on appelle *Année Egyptienne*, parce qu'elle n'est que de 365 jours, avec l'Année Lunaire commune, qui est de 354 jours seulement, & par consequent moindre que l'Année Solaire commune justement de 11 jours, laquelle difference de 11 jours est ce qu'on appelle *Epacte*, laquelle étant ajoûtée à l'Année Lunaire commune, qui est le temps de douze Lunaisons, ou Lunes, ou *Mois Synodiques*, dont chacun

est de 29 jours & demi, on a l'Année Solaire commune.

On appelle *Mois Synodique*, le temps depuis une Nouvelle-Lune jusqu'à l'autre Nouvelle-Lune, qui est, comme nous avons dit, de 29 jours & demi, ou plus rigoureusement de 29 jours, 12 heures, & 44 minutes, & qui par consequent surpasse de 2 jours & 7 heures le *Mois Periodique*, c'est-à-dire, la revolution ou periode de la Lune par son mouvement propre depuis un point du Zodiaque jusqu'au même point, laquelle Periode est de 27 jours, 5 heures, & 44 minutes, qui doit être necessairement moindre que le Mois Synodique, à cause du mouvement propre du Soleil, par lequel il fait pendant le Mois Periodique environ 27 degrez, que la Lune doit parcourir aprés être retournée au point où elle étoit conjointe avec le Soleil, pour le pouvoir atteindre, ce qu'elle ne fait que dans l'espace d'environ 2 jours & 7 heures aprés avoir achevé sa periode ou revolution dans le Zodiaque.

Avant que de vous enseigner la maniere de connoître l'Epacte, qui dans chaque Année ne commence qu'au mois de Mars, nous dirons ici que les Mois Synodiques étant chacun d'environ 29 jours & demi, on les trouve dans le Calendrier alternativement de 29 & de 30 jours, sçavoir le premier mois de 30 jours, & le second de 29: & pareillement le troisiéme mois de 30 jours, & le quatriéme de 29, & ainsi ensuite. Le mois de 29 jours se nomme *Mois Cave*, & le mois de 30 jours s'appelle *Mois Plein*. Lorsque l'Année est Bissextile, auquel cas le mois de Février est de 29 jours, on fait en ce Mois le Mois Periodique de 30 jours.

Le premier Mois commence parmi le commun dans la Nouvelle-Lune de Janvier, qui autrefois étoit en Septembre parmi les Juifs : & l'Eglise le commence dans la *Nouvelle-Lune de Pâques*, qui est celle où la Lune se trouve Pleine aprés l'Equinoxe du Printemps, ou le jour même de l'Equinoxe, que l'Eglise a fixé au 21. de Mars, parce que, comme nous avons déja dit ailleurs, au temps du Concile de Nicée l'Equinoxe du Printemps arrivoit à peu prés ce jour-là.

D'où il suit que lorsque la Lune se trouve Pleine avant le 21. de Mars. Cette Lunaison n'est pas le premier mois de l'Année, mais le dernier de l'Année precedente : & que pour être le premier, il faut que la *Pleine-Lune*, qui est le quatorziéme jour de la Lune, arrive ou le 21. de Mars, ou immediatement aprés le 21. Mars : & alors les Catholiques Romains celebrent Pâques le Dimanche qui suit immediatement aprés cette Pleine-Lune, en memoire de la glorieuse Resurrection de Nôtre Seigneur Jesus-Christ.

D'où il suit encore que toutes les Lunes qui commencent depuis le 8. de Mars jusqu'au 5. d'Avril inclusivement, peuvent être Pascales, & que par consequent la Pâque ne se peut point celebrer avant le 22. de Mars, ni aprés le 25. d'Avril, & qu'ainsi Pâque peut arriver plus tard en une Année qu'en une autre de 35 jours. Elle se celebrera le 22 de Mars, lorsque la Lune se trouvera Pleine le 21. de ce mois, & que ce jour est un Samedi, comme il est arrivé cette Année 1693. & elle se celebrera le 25. d'Avril, lorsque la Lune se trouvera Pleine le 18. de ce mois, & que ce jour est un Dimanche, comme il est arrivé en l'Année 1666.

Pour trouver l'Epacte d'une Année proposée, laquelle

laquelle Epacte ne commence, comme nous avons déja dit, qu'au mois de Mars, trouvez par le Problême precedent le Nombre d'or qui convient à cette Année, & ayant multiplié ce nombre toûjours par 11, qui est la difference de l'Année Solaire & de l'Année Lunaire, divisez le produit toûjours par 30, qui est le nombre des jours d'un Mois Synodique, & en negligeant le quotient de la division, ayez égard au reste qui sera l'Epacte qu'on cherche, si l'Année proposée est avant la Reformation du Calendrier; mais si elle est aprés la Reformation du Calendrier jusqu'à l'Année 1700, il en faut ôter toûjours 10, à cause des 10 jours qu'on a retranchez de l'Année dans la Reformation du Calendrier: ou bien il en faut ôter 11, si l'Année proposée est dans le Siecle suivant, sçavoir depuis l'Année 1700. jusqu'à l'Année 1800. parce que l'Année 1700. qui selon le Calendrier Julien devroit être Bissextile, ne le sera pas selon le Calendrier Gregorien, que nous suivons à present depuis la Reformation du Calendrier sous Gregoire XIII. Que si la Soustraction ne se peut pas faire, pour avoir un reste moindre que 10, ou que 11, il le faudra augmenter de 30, afin de pouvoir ôter 10 de la somme pour ce Siecle, ou 11 pour le Siecle suivant, & le reste sera l'Epacte de l'Année proposée.

Comme pour trouver l'Epacte de cette Année 1693. dont le Nombre d'or a été trouvé 3 au Problême precedent, en multipliant ce nombre 3 par 11, & en divisant le produit 33 par 30, il reste 3, d'où il faudroit ôter 10, & comme cela ne se peut pas, on ajoûtera 30 à ce reste 3, & l'on ôtera 10 de la somme 33, pour avoir au reste 23 l'Epacte de cette Année 1693.

Pareillement pour trouver l'Epacte de l'Année 1724. dont le Nombre d'or est 15, comme l'on connoît par le Problême precedent, en multipliant ce nombre 15 par 11, & en divisant le produit 165 par 30, il reste 15, d'où ôtant 11, au lieu de 10., il reste 4 pour l'Epacte de l'Année proposée 1724.

*Remarque.*

La premiere Epacte qu'on trouve sans en ôter 10 pour ce Siecle, ou 11 pour le Siecle 1700. & aussi pour le Siecle 1800, à cause de l'Equation de la Lune, s'appelle *Epacte vieille*, parce qu'elle convient aux Années avant la Reformation du Calendrier, c'est-à-dire, avant l'Année 1582.

Cette Epacte vieille se peut trouver sans la division, en cette sorte. Faites valoir 10 l'extremité d'en haut du pouce de la main gauche, 20 la jointure du milieu, & 30, ou plûtôt 0, ou rien l'autre extremité, ou la racine : & comptez le Nombre d'or de l'Année proposée sur le même pouce, en commençant à compter 1 à l'extremité, 2 à la jointure, 3 à la racine, & ensuite 4 à l'extremité, 5 à la jointure, 6 à la racine, & de même 7 à l'extremité, 8 à la jointure, 9 à la racine, & ainsi ensuite, jusqu'à ce que vous soyez parvenu au Nombre d'or courant, auquel on n'ajoûtera rien s'il tombe à la Racine, parce que nous luy avons attribué 0, mais on luy ajoûtera 10 s'il tombe à l'extremité, & 20 s'il tombe à la jointure, parce que nous les avons fait valoir autant; & la somme sera l'Epacte qu'on cherche, pourvû qu'on en ôte 30 quand elle sera plus grande.

Par le même artifice l'on pourra trouver l'Epacte pour quelque Année que ce soit de ce Siecle, pourvû

que l'on fasse valoir 20 l'extremité du pouce, 10 la jointure, & 0, ou rien la Racine, & que l'on commence à compter 1 sur la racine, 2 à la jointure, &c.

Il est évident par ce qui a été dit, que pour trouver l'Epacte d'une Année proposée, lorsqu'on a celle de l'Année precedente, il n'y a qu'à ajoûter 11 à l'Epacte de cette année precedente : & que si à cette Epacte trouvée on ajoûte pareillement 11, on aura l'Epacte de l'Année suivante, & ainsi ensuite, où l'on aura soin d'ôter toûjours 30 de la somme, lorsqu'elle sera plus grande, & d'ajoûter 12 au lieu de 11, lorsqu'on aura 19, ou plûtôt 0 pour Nombre d'or.

Ainsi ayant trouvé 23 pour l'Epacte de cette Année 1693. en ajoûtant 11 à cette Epacte 23, la somme est 34, de laquelle ôtant 30, le reste 4 est l'Epacte de l'Année 1694, à laquelle Epacte 4 si l'on ajoûte pareillement 11, on aura 15 pour l'Epacte de l'Année 1695. & ainsi ensuite.

On peut encore trouver tres-facilement l'Epacte pour une Année proposée depuis la Reformation du Calendrier jusqu'à la fin de ce Siecle, c'est-à-dire, depuis l'Année 1572. jusqu'à l'Année 1699. inclusivement, par le moyen de la Table suivante, qui est composée de deux colonnes, dont la premiere vers la gauche contient tous les Nombres d'or depuis l'unité jusqu'à 19, & la seconde vers la droite comprend autant de Nombres en continuelle proportion arithmetique, dont l'excés est 2, en commençant depuis 6, qui répond au premier Nombre d'or 1, jusqu'à 36, qui répond au dernier Nombre d'or 19.

Ayant trouvé par le Problême precedent, le Nombre d'or pour l'Année proposée, par exemple

3 pour cette Année 1693. multipliez toûjours par
5 le nombre 4, qui répond à la droite dans la seconde colonne au Nombre d'or 3, qui est dans la premiere, & ajoûtez au produit 20 le même Nombre d'or 3, pour avoir en la somme 23 l'Epacte pour l'Année proposée 1693.

| | |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 2 | 2 |
| 3 | 4 |
| 4 | 6 |
| 5 | 8 |
| 6 | 10 |
| 7 | 12 |
| 8 | 14 |
| 9 | 16 |
| 10 | 18 |
| 11 | 20 |
| 12 | 22 |
| 13 | 24 |
| 14 | 26 |
| 15 | 28 |
| 16 | 30 |
| 17 | 32 |
| 18 | 34 |
| 19 | 36 |

Il peut arriver que cette somme sera plus grande que 30, dans ce cas, il en faut ôter 30 autant de fois qu'il sera possible, & le reste sera l'Epacte qu'on cherche. Comme pour trouver l'Epacte de l'Année 1699, qui a 9 pour Nombre d'or, comme l'on connoît par le Problême precedent, en multipliant par 5 le nombre 16, qui se trouve dans la Table precedente vis-à-vis de ce Nombre d'or 9, & ajoûtant le même Nombre d'or 9 au produit 80, on a 89, d'où ôtant deux fois 30, c'est-à-dire, 60, le reste 29 est l'Epacte qui convient à l'Année 1699.

## PROBLEME XV.

*Trouver l'âge de la Lune en un jour donné d'une Année proposée.*

POur trouver l'âge de la Lune, par exemple aujourd'huy 18. Avril de l'Année 1693. qui a 23 pour Epacte, comme l'on connoît par le Problême precedent; ajoûtez à cette Epacte 23 le nombre 2 des mois inclusivement depuis le mois de Mars jusqu'au mois d'Avril, & ôtez la somme 25

de 30, ou bien de 60 si elle surpasse 30, & le reste 5 fera connoître que la Lune est Nouvelle le 5. d'Avril, ce qui suffit pour sçavoir l'âge de la Lune, car si du jour proposé 18. on ôte 5, le reste 13 est l'âge de la Lune.

Ou bien sans sçavoir le jour de la Nouvelle-Lune, si vous ne voulez, ajoûtez ensemble ces trois choses, l'Epacte courante 23, le nombre 2 des mois de Mars & Avril, & le nombre 18 du jour proposé, & la somme 43 seroit l'âge de la Lune pour ce jour-là, si elle n'étoit pas plus grande que 30, dans ce cas, il en faut ôter 30, & il restera 13 pour l'âge de la Lune qu'on cherche.

*Remarque.*

Comme l'Epacte d'une Année ne commence qu'au mois de Mars, si l'on veut sçavoir l'âge de la Lune au jour d'un mois qui precede le mois de Mars, par exemple, le 15. de Janvier de la même Année 1693. au lieu de se servir de l'Epacte 23, on se servira de l'Epacte 12 de l'Année precedente 1692. Ajoûtant donc à cette Epacte 12 le nombre 11 des mois inclusivement depuis le mois de Mars jusqu'au mois proposé de Janvier, & de plus le nombre 15 du jour donné, & ôtant 30 de la somme 38, le reste 8 est l'âge de la Lune qu'on demande, & qui étant ôté du nombre donné 15 du jour du mois, le reste 7 fait connoître que la Lune a été Nouvelle le 7. du mois de Janvier de l'Année 1693.

Ou bien pour trouver le jour de la Nouvelle-Lune au mois de Janvier de la même Année 1693. on ajoûtera à l'Epacte 12 de l'Année precedente 1692. le nombre 11 des mois compris inclusivement entre les mois de Mars & le mois de Janvier,

& l'on ôtera de 30 la somme 23, & le reste 7, fait connoître que la Lune a été Nouvelle environ le 7. Janvier de l'Année 1693. J'ay dit environ, parce que par les Epactes on s'éloigne quelquefois d'un jour de la Nouvelle-Lune, comme il arrive dans cet exemple, parce que par les Tables Astronomiques on connoît que la Lune doit avoir été Nouvelle le 6. Janvier de l'Année 1693. & que par consequent elle doit avoir été Pleine le 20. du même mois, comme l'on connoît en ajoûtant toûjours 14 au nombre trouvé 6 du jour de la Nouvelle-Lune, &c.

## PROBLEME XVI.

*Trouver la Lettre Dominicale, & le Cycle Solaire d'une Année proposée.*

COmme l'Année commune est de 365 jours, qui font 52 semaines & un jour, & l'Année Bissextile de 366 jours, qui font 52 semaines & deux jours: & que les sept jours de la semaine, qu'on appelle *Feries*, sont representez dans le Calendrier nouveau par les sept premieres lettres de l'Alphabet A, B, C, D, E, F, G, qu'on appelle *Lettres Dominicales*, parce que chacune sert à son tour pour indiquer le Saint Dimanche; il est évident que ces Lettres reviendroient dans le même ordre de sept ans en sept ans, s'il n'étoit interrompu de quatre ans en quatre ans par le jour qu'on ajoûte à chaque Année Bissextile: ce qui fait que cet ordre ne sçauroit revenir qu'au bout de quatre fois sept Années, c'est-à-dire de 28 ans, & c'est ce qu'on appelle *Cycle Solaire*, & aussi *Cycle de la Lettre Dominicale*.

Ainsi vous voyez que le Cycle Solaire, ou le Cycle de la L ttre Dominicale, est le nombre de 28. ans, qu'il faut aux Lettres Dominicales, pour revenir dans le même ordre qu'elles avoient été auparavant. Ce Cycle a été inventé pour pouvoir facilement connoître en toute l'Année quels sont les jours du Saint Dimanche, par la Lettre Dominicale de cette Année, qu'on peut trouver ainsi.

Pour trouver la *Lettre Dominicale* pour une Année proposée depuis Jesus-Christ, selon le Calendrier nouveau, ajoûtez au nombre de l'Année proposée, sa quatriéme partie, ou sa plus prochainement moindre, si ce nombre ne se peut exactement diviser par 4, & ayant ôté 5 de la somme, pour ce Siecle 1600, 6 pour le Siecle suivant 1700, 7 pour le Siecle 1800, & 8 pour les Siecles 1900, 2000, parce que les Années 1700. 1800. 1900. ne seront point Bissextiles: & pareillement 9 pour le Siecle 2100, 10 pour le Siecle 2200, & 11 pour les Siecles 2300, & 2400, parce que les trois Années 2100. 2200. 2300. ne seront point Bissextiles, & ainsi ensuite; divisez le reste toûjours par 7, & sans avoir égard au quotient, le reste de la division vous fera connoître la Lettre Dominicale qu'on cherche, en la comptant depuis la derniere G vers la premiere A: de sorte que s'il ne reste rien, la Lettre Dominicale sera A; s'il reste 1, la Lettre Dominicale sera G; s'il reste 2, la Lettre Dominicale sera F, & ainsi des autres, en vous souvenant qu'outre cette Lettre Dominicale, qui servira jusqu'à la Fête de saint Mathias, on doit encore prendre sa precedente, qui servira aprés la Fête de saint Mathias, lorsque l'Année est Bissextile.

Ainsi pour trouver la Lettre Dominicale de cette Année 1693. ajoûtez à ce nombre 1693 sa qua-

triéme partie 423, & aprés avoir ôté 5 de la somme 2116, divisez le reste 2111 par 7, & sans avoir égard au quotient 301, le reste 4 vous fait connoître qu'en cette Année 1693. nous avons la quatriéme Lettre Dominicale : sçavoir D, en commençant à compter depuis la derniere Lettre G, par un ordre retrograde. Voyez la Table qui est sur la fin du *Probl.* 19. & qui vous servira pour trouver avec facilité la Lettre Dominicale pour quelque Année que ce soit depuis Jesus-Christ sans aucun calcul.

Pour trouver le *Cycle Solaire* d'une Année proposée, comme de l'Année presente 1693. ajoûtez toûjours 9 à ce nombre d'Année 1693, & divisez la somme 1702 par 28 : & sans avoir égard au quotient 60, le reste de la division vous fera connoître que le Cycle Solaire pour cette Année 1693. est 22.

*Remarque.*

Il est évident que quand on a une fois connu le nombre du Cycle Solaire pour une Année depuis Jesus-Christ, on a en ajoûtant 1 à ce nombre, le Cycle Solaire de l'Année suivante, & qu'en ôtant 1 du même nombre, on a le Cycle Solaire de l'Année precedente. Ainsi ayant trouvé 22 pour le Cycle Sore de cette Année 1693. en ajoûtant 1 à 22, on a 23 pour le Cycle Solaire de l'Année suivante 1694. & en ôtant 1 du même nombre 22, on a 21 pour le Cycle Solaire de l'Année precedente 1692.

Il est évident aussi que quand on a une fois la Lettre Dominicale d'une Année depuis Jesus-Christ, on a facilement la Lettre Dominicale pour l'Année suivante, ou pour la precedente : sçavoir en prenant pour cette Lettre Dominicale la Lettre qui suit

dans l'ordre de l'Alphabet, pour l'Année precedente, & reciproquement pour l'Année suivante on prendra la Lettre precedente, qui servira pour toute l'Année, si cette Année n'est pas Bissextile : car si elle est Bissextile, cette Lettre ne servira que jusqu'au 24. de Février, l'autre Lettre qui precedera en l'ordre de l'Alphabet, servant pour le reste de l'Année, parce que l'Année Bissextile ayant un jour de plus, a deux Lettres Dominicales.

Ainsi ayant connu que la Lettre Dominicale de cette Année 1693. est D, on connoîtra que la Lettre Dominicale de l'Année suivante 1694. est C, & que l'Année precedente 1692. qui étoit Bissextile, avoit ces deux Lettres Dominicales F, E, dont la premiere F a servi jusqu'au 24. de Février, l'autre Lettre E ayant servi pour le reste de l'Année.

On peut sans la division trouver immediatement le Cycle Solaire pour une Année proposée depuis Jesus-Christ, par le moyen de la Table suivante, qui est composée de deux colonnes, dont celle qui est à la gauche, contient les Années de Jesus-Christ, depuis 1 jusqu'à 10, & depuis 10 jusqu'à 100, de dixaine en dixaine, & ensuite depuis 100 jusqu'à 1000 de centaine en centaine, & pareillement depuis 1000 jusqu'à 9000, de mille en mille, & il est facile de la continuer à l'infini, si l'on sçait la maniere de mettre dans la colonne qui est à la droite, vis-à-vis de ces Années les nombres du Cycle Solaire, ce qui se fait ainsi.

Ayant mis vis-à-vis des dix premieres Années les mêmes nombres pour les Cycles Solaires de ces mêmes Années, & aussi 20 pour le Cycle Solaire de la 20. Année, au lieu de mettre 30 pour le Cycle Solaire de la 30. Année, mettez seulement 2, qui est l'excés de 30 sur 28, ou sur la periode du

Cycle Solaire : & pour la 40. Année, qui est la somme des Années 10 & 30, mettez la somme 12.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 100 | 16 |
| 2 | 2 | 200 | 4 |
| 3 | 3 | 300 | 20 |
| 4 | 4 | 400 | 8 |
| 5 | 5 | 500 | 24 |
| 6 | 6 | 600 | 12 |
| 7 | 7 | 700 | 0 |
| 8 | 8 | 800 | 16 |
| 9 | 9 | 900 | 4 |
| 10 | 10 | 1000 | 20 |
| 20 | 20 | 2000 | 12 |
| 30 | 2 | 3000 | 4 |
| 40 | 12 | 4000 | 24 |
| 50 | 22 | 5000 | 16 |
| 60 | 4 | 6000 | 8 |
| 70 | 14 | 7000 | 0 |
| 80 | 24 | 8000 | 20 |
| 90 | 6 | 9000 | 12 |

des Cycles Solaires 10 & 2, qui conviennent à ces Années, & ainsi des autres, en ôtant toûjours 28 de la somme des Cycles Solaires, quand elle sera plus grande. Voilà pour la construction de la Table, venons maintenant à son usage.

Premierement, si l'Année proposée, dont on cherche le Cycle Solaire, se trouve dans la Table precedente, on aura ce Cycle Solaire en ajoûtant 9 au nombre qui luy répond dans la colonne droite. Ainsi en ajoûtant 9 au nombre 12 qui répond à l'Année 2000 dans la Table precedente, on a 21 pour Cycle Solaire de l'Année proposée.

Mais si l'Année donnée ne se trouve pas exactement dans la Table precedente, on la divisera en plusieurs Années qui s'y puissent trouver, & l'on ajoûtera ensemble tous les nombres qui se trouveront dans la colonne droite vis-à-vis de ces Années qui sont à la gauche, & la somme de tous ces nombres étant augmentée de 9, on aura le Cycle Solaire de l'Année proposée, pourvû qu'on ôte 28 de cette somme autant de fois qu'il sera possible, quand elle sera plus grande.

Comme pour trouver le Cycle Solaire de cette Année 1693. on reduira ce nombre d'Années 1693 en ces autres quatre 1000, 600, 90, 3, ausquels il répond dans la Table precedente ces quatre nombres 20, 12, 6, 3, dont la somme 41 étant augmentée de 9, on a cette seconde somme 50, d'où ôtant 28, il reste 22 pour le nombre du Cycle Solaire de cette Année 1693.

On ajoûte 9 à la somme de tous ces nombres, parce que le Cycle Solaire avant la premiere Année de Jesus-Christ est 9, & que par consequent le commencement de ce Cycle a été dix ans avant la Nativité de Jesus-Christ, ce qui se peut connoître en cette sorte.

Sçachant par tradition, ou autrement, le Cycle Solaire d'une Année, par exemple 22 pour cette Année 1693. ôtez 22 de 1693; & divisez le reste de 1671 par 28, & enfin ôtez de 28 le reste 19 de la division, & le nombre restant 9 est le Cycle Solaire avant la premiere Année de Jesus-Christ.

On pourra de la même façon construire une Table propre pour connoître le Nombre d'or d'une Année proposée, avec cette difference, qu'au lieu d'ôter 28, il faut ôter 19, parce que la periode de ce Cycle est 19; & qu'au lieu d'ajoûter 9, il

faut ajoûter seulement 1, parce que le Nombre d'or avant la premiere Année de Jesus-Christ est 1; & que par consequent le commencement de ce Cycle a été deux ans avant la Nativité de Jesus-Christ, c'est-à-dire, que la premiere Année de Jesus-Christ a eu 2 pour Nombre d'or, &c.

On peut aussi trouver autrement la Lettre Dominicale d'une Année proposée, ce qui servira pour trouver la Lettre qui convient à chaque jour de la même Année, comme vous allez voir.

Divisez le nombre des jours qui se sont écoulez inclusivement depuis le premier de Janvier jusqu'au jour proposé, qui doit être un Dimanche quand on veut trouver la Lettre Dominicale de l'Année, autrement on trouvera seulement la Lettre qui convient au jour proposé. Divisez, dis-je, ce nombre de jours par 7, & s'il ne reste rien de la division, la Lettre qu'on cherche sera G, & s'il reste quelque chose, ce nombre restant fera connoître le nombre de la Lettre qu'on demande, en la comptant selon l'ordre de l'Alphabet depuis la premiere Lettre A.

Ainsi pour connoître la Lettre qui convient à ce jour auquel nous écrivons ces lignes, sçavoir le 26. d'Avril de l'Année 1693. en divisant par 7 le nombre 116 des jours compris inclusivement entre le 1. de Janvier & le 26. d'Avril, le reste de la division est 4, qui fait connoître que la quatriéme Lettre D convient au jour proposé, lequel étant un Dimanche, l'on conclud que la Lettre Dominicale pour cette Année 1693. est D.

## PROBLEME XVII.

*Trouver à quel jour de la Semaine tombe un jour donné d'une Année proposée.*

NOus avons déja dit que les Jours de la Semaine sont appellez *Feries*, & nous dirons ici que la premiere Ferie est le jour du saint Dimanche, que la seconde Ferie est le Lundy, que la troisiéme est le Mardy, & ainsi ensuite jusqu'au Samedy, qui est la septiéme Ferie, & qui a été appellé *Samedy*, ou *Jour du Sabbath*, c'est-à-dire, jour du repos, parce que c'est ce jour-là que Dieu se reposa dans la Creation du Monde.

Pour trouver en quelle Ferie tombe un jour proposé de quelque Année depuis Jesus-Christ, ajoûtez au nombre donné des Années sa quatriéme partie, ou sa plus proche qui soit moindre, quand il n'en a pas une juste, & ajoûtez encore à la somme le nombre des jours compris inclusivement entre le 1. de Février, & le jour proposé, pour avoir une seconde somme, de laquelle il faudra toûjours ôter 12, & diviser le reste toûjours par 7, & le reste de la division sera le nombre de la Ferie qu'on cherche, sçavoir Dimanche s'il reste 1, Lundy s'il reste 2, Mardy s'il reste 3, & ainsi ensuite: & quand il ne restera rien, le jour proposé sera un Samedy.

Ainsi pour sçavoir à quel jour de la Semaine tombe par exemple le 27. d'Avril de l'Année 1693, ajoûtez à ce nombre d'Années 1693. sa quatriéme partie 423, & de plus le nombre 117 des jours qui se sont écoulez inclusivement depuis le 1. de Janvier & le 27. d'Avril, & ayant ôté 12 de

la somme 2233, divisez le reste 2221 par 7, & sans avoir égard au quotient 317, le reste 2 de la division vous fait connoître que le 27. d'Avril de cette Année 1693. est la seconde Ferie, c'est-à-dire, un Lundy.

*Remarque.*

Cette Methode suppose que l'on suit le Calendrier nouveau, car en suivant le Calendrier Julien, au lieu d'ôter 12 de la somme, il ne faut ôter que 2, sçavoir 10 de moins, à cause des dix jours qui ont été retranchez de l'Année en 1582. Ainsi avant cette Année 1582. il ne faut ôter que 2 de la somme, & achever le reste, comme il a été dit. Mais il faudra ôter 13 de la même somme pour le Siecle suivant, parce qu'en l'Année 1700. on omettra un jour, en ne la faisant point Bissextile, comme elle le devroit être, selon le Calendrier Julien. Voyez le *Probl.* 19.

Nous remarquerons ici en passant, que les noms des jours de la Semaine viennent des Idolâtres, qui ont marqué chaque jour de la Semaine par le nom particulier d'une Planete. Neanmoins au lieu de dire *Jour du Soleil*, nous disons *Dimanche*, c'est à dire, *Jour du Seigneur*, parce que Jesus-Christ a voulu ressusciter un tel jour : & au lieu de dire *Jour de Saturne*, nous disons *Samedy*, c'est-à-dire, *Jour du Sabbath*, ou *Jour du repos*, parce que, comme nous avons déja dit auparavant, Dieu s'est reposé le septiéme jour dans la Creation du Monde.

## PROBLEME XVIII.

*Trouver la Fête de Pâques, & les autres Fêtes mobiles en une Année proposée.*

I

NOus avons remarqué au *Probl.* 14. que la Pâque se peut celebrer depuis le 22. de Mars, sçavoir lorsque la Lune étant Nouvelle le 8. Mars, son 14. jour tombe au 21. de Mars, & que ce jour est un Samedy, jusqu'au 25. d'Avril inclusivement, sçavoir lorsque la Lune étant Nouvelle le 5. d'Avril, le 14. jour tombe au 18. de ce mois, & que ce jour est un Dimanche, parce que dans ce cas, on remet à celebrer la Pâque au Dimanche suivant, c'est-à-dire, sept jours aprés, pour ne la pas celebrer avec les Juifs, cela ayant été ainsi arrêté par les Conciles, & sur tout par le Concile de Nicée, qui a été tenu au commencement du quatriéme Siecle en la presence du grand Constantin. Ainsi vous voyez que le commencement de la Lune Pascale est entre le huitiéme de Mars & le cinquiéme d'Avril inclusivement.

Nous avons aussi dit au même *Probl.* 13. qu'on appelle *Epactes* les 11 jours, par lesquels l'Année Solaire surpasse l'Anné Lunaire, ce qui a fait donner le même nom d'Epactes à ces trente nombres qui sont placez vis-à-vis des jours de chaque mois dans le Calendrier nouveau par un ordre retrograde, dont celles qui sont depuis XIX jusqu'à XXIX inclusivement sont appellées *Epactes Embolismiques*, parce qu'en leur ajoûtant XI, qui est la veritable Epacte, la somme surpasse une Lune complette, c'est-à-dire 30, & qu'ainsi il y a treize Lunes qui finissent dans les Années, où ces Epactes Embolismiques servent d'Epactes.

Ces trente Epactes ainsi disposées dans le Calendrier Gregorien, servent à nous faire connoître les jours en toute une Année, ausquels la Lune se trouve Nouvelle. Ainsi l'Epacte 23 de cette Année 1693. répondant dans le Calendrier Gregorien au 8. de Janvier, au 6. de Février, au 8. de Mars, au 6. d'Avril, au 6. de May, au 4. de Juin, au 4. de Juillet, au 2. d'Aoust, au 1. de Septembre, au 30. d'Octobre, au 28. de Novembre, & au 28. de Decembre, fait connoître que les Nouvelles-Lunes Ecclesiastiques arrivent ces mêmes jours.

C'est pourquoy si vous voulez connoître par le Calendrier nouveau, le jour auquel on doit celebrer Pâques en une Année proposée, par exemple, en cette Année 1693. dont l'Epacte est 23; cherchez cette Epacte 23 dans le Calendrier, entre le 8. de Mars & le 5. d'Avril inclusivement, & vous trouverez qu'elle répond au 8. de Mars, qui sera par consequent le premier jour de la Lune Pascale: c'est pourquoy si vous comptez ensuite 14 jours, en commençant à compter 1 sur 8, 2 sur 9, & ainsi ensuite, vous tomberez au 21. du même mois, qui sera par consequent le jour de la Pleine-Lune Pascale, & comme ce jour est un Samedy, le Dimanche suivant, sçavoir le 22. de Mars a été le jour de Pâques, en cette Année 1693.

Pareillement pour connoître par le moyen du même Calendrier, le jour auquel on a celebré la Fête de Pâques en l'Année 1666. dont l'Epacte est 24, en cherchant cette Epacte 24 dans le Calendrier Gregorien entre le 8. de Mars & le 5. d'Avril, inclusivement, & ayant trouvé qu'elle répond au 5. d'Avril, qui a été par consequent le premier jour de la Lune Pascale, comptez 14 jours depuis ce 5. en commençant à compter 1 sur 5, & vous arrive-

rez

rez au 18. d'Avril, qui se rencontrant un Dimanche, comme l'on connoît par *Probl.* 17. le Dimanche suivant, sçavoir le 25. d'Avril a été le jour de Pâques en l'Année 1666. Ainsi des autres.

Mais comme l'on n'a pas toûjours un Calendrier entre les mains, on pourra se servir de la Table suivante, qui est composée de 9 colonnes de haut en bas, dont la premiere vers la gauche contient les sept Lettres Dominicales par ordre, & la derniere à la droite comprend les Mois & les jours des mêmes Mois, ausquels se doit celebrer la Pâque aux Années qui ont les mêmes Lettres Dominicales, que l'on void écrites dans la premiere colonne, & les mêmes Epactes que l'on voit marquées par ordre dans les autres sept colonnes d'entre-deux.

Ainsi vous voyez que pour connoître par le moyen de cette Table le jour auquel on doit celebrer la Fête de Pâques en une Année proposée depuis Jesus-Christ, on doit sçavoir l'Epacte de cette Année *par Probl.* 14. & aussi la Lettre Dominicale *par Probl.* 16. car vis-à-vis de cette Lettre Dominicale, & de cette Epacte, l'on trouvera dans la derniere colonne le jour de la Fête de Pâques, qui regle toutes les autres Fêtes Mobiles. Comme pour connoître le jour de Pâques en cette Année 1693, dont la Lettre Dominicale est D, & l'Epacte est 23, on trouvera vis-à-vis de cette Epacte 23, & de cette Lettre Dominicale D, que le jour de Pâques est le 22. Mars. Pareillement pour connoître le jour de Pâques en l'Année 1666. dont la Lettre Dominicale est C, & l'Epacte est 24, on trouvera vis-à-vis de l'Epacte 24, & de la Lettre Dominicale C, le 25. d'Avril pour le jour de Pâques qu'on cherche.

*Table pour trouver la Fête de Pâques.*

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | | | 26. Mars |
| | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 2. Avril |
| A | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 9. Avril |
| | 4 | 3 | 2 | 1 | * | 29 | 28 | 16. Avril |
| | 27 | 26 | 25 | 24 | | | | 23. Avril |
| | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | | 27. Mars |
| | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 3. Avril |
| B | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 10. Avril |
| | 3 | 2 | 1 | * | 29 | 28 | 27 | 17. Avril |
| | 26 | 25 | 24 | | | | | 24 Avril |
| | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 28. Mars |
| | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 4. Avril |
| C | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 11. Avril |
| | 2 | 1* | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 18. Avril |
| | 25 | 24 | | | | | | 25. Avril |
| | 23 | | | | | | | 22. Mars |
| | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 29. Mars |
| D | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 5. Avril |
| | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 12. Avril |
| | 1* | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 19. Avril |
| | 23 | 22 | | | | | | 23. Mars |
| | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 30. Mars |
| E | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 6. Avril |
| | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 13. Avril |
| | * | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 20. Avril |
| | 23 | 22 | 21 | | | | | 24. Mars |
| | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 31. Mars |
| F | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 7. Avril |
| | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | * | 14. Avril |
| | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | | 21. Avril |
| | 23 | 22 | 21 | 20 | | | | 25. Mars |
| | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 1. Avril |
| G | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 8. Avril |
| | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | * | 29 | 15. Avril |
| | 28 | 27 | 16 | 25 | 24 | | | 22. Avril |

Le jour de la Pleine-Lune Pascale se nomme *Terme de Pâques*, lequel étant connu, le jour de

Pâques est aisé à connoître, comme vous avez vû, mais on le peut trouver encore autrement sans Table, ni sans Calendrier, en cherchant le Terme de Pâques, en cette sorte.

Si l'Epacte nouvelle de l'Année proposée n'excede pas 23, ôtez-la de 44, & le reste donnera le jour de Mars pour le Terme de Pâques, si ce reste ne surpasse pas 31, car s'il excede 31, le surplus donnera le jour d'Avril pour le Terme de Pâques. Mais si l'Epacte courante est plus grande que 23, ôtez-la de 43, ou seulement de 42, quand elle sera 24 ou 25 de different caractere: & le reste donnera le jour d'Avril pour le Terme de Pâques.

Ainsi pour avoir le Terme de Pâques en cette Année 1693. dont l'Epacte est 23, ôtant 23 de 44, le reste donne le 21. de Mars pour le Terme de Pâques: & pareillement pour trouver le Terme de Pâques en l'Année 1666. dont l'Epacte est 24, ôtant 24 de 42, on aura le 18. d'Avril, pour le Terme de Pâques. Ainsi des autres.

Puisque la Fête de Pâques regle toutes les autres Fêtes Mobiles, il sera facile de connoître les jours ausquels ces Fêtes se doivent célebrer ayant une fois connu le jour de Pâques; car le Lundy aprés le cinquiéme Dimanche, c'est-à-dire 35 jours aprés Pâques viennent les *Rogations*, aprés lesquelles, sçavoir le Jeudy suivant, suit immediatement l'*Ascension* de Nôtre Seigneur Jesus-Christ, le 40. jour aprés Pâques: & 10 jours aprés, ou le 50. jour aprés Pâques on celebre la Fête de la *Pentecôte*; le Dimanche suivant, sçavoir 56 jours aprés Pâques on celebre la Fête de la *Sainte Trinité*, & le Jeudy suivant, ou 11 jours aprés la Pentecôte, c'est à dire, 60 jours aprés Pâques, arrive la *Fête-Dieu*.

Le neuviéme Dimanche avant Pâques est la *Septuagesime*, qui est éloignée de Pâques de 63 jours; le Dimanche suivant, ou le huitiéme Dimanche avant Pâques est la *Sexagesime*, qui est éloignée de Pâques de 56 jours; le Dimanche suivant, ou le septiéme Dimanche avant Pâques est la *Quinquagesime*, qui est éloignée de Pâques de 49 jours; & le Mercredy suivant qui est éloigné de Pâques de 46 jours, est le *Jour des Cendres*.

Pour le Dimanche de l'*Avent*, qui ne dépend point de Pâques, c'est celuy qui tombe ou à la Fête de saint André, ou qui est le plus proche de cette Fête. L'Eglise appelle *Quadragesime* le premier Dimanche du Carême : *Reminiscere* le second Dimanche du Carême : *Oculi* le troisiéme Dimanche du Carême : *Lætare* le quatriéme Dimanche du Carême : *Judica* le Dimanche de la Passion, qui est le cinquiéme Dimanche du Carême : & *Osanna* le Dimanche des Rameaux, qui est le sixiéme Dimanche du Carême, ou le premier Dimanche avant Pâques.

Elle appelle *Quasimodo*, le premier Dimanche aprés Pâques : *Misericordia* le second Dimanche aprés Pâques : *Jubilate* le troisiéme Dimanche aprés Pâques : *Cantate* le quatriéme Dimanche aprés Pâques ; & *Vocem Jucunditatis* le cinquiéme Dimanche aprés Pâques, ou le Dimanche avant les Rogations.

Enfin, les *Jeûnes*, ou les *Quatre-Temps* se trouvent par le moyen de ce petit vers,

*Pentec. Cru. Luc. Cin. sunt tempora quatuor anni.*

dont le sens est tel. Les Quatre-Temps arrivent le Mercredy d'aprés la Pentecôte, le Mercredy d'a-

prés l'Exaltation de la Sainte Croix en Septembre, le Mercredy d'aprés la Fête de sainte Luce en Decembre, & le Mercredy d'aprés les Cendres.

## PROBLEME XIX.

*Trouver à quel jour de la Semaine commence chaque Mois d'une Année proposée.*

CE Problême se peut aisément resoudre par le moyen de la Table suivante, sçavoir en cherchant à la tête la Lettre Dominicale de l'Année proposée, par exemple D, pour cette Année 1693.

*Table pour trouver le commencement de chaque Mois.*

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Janvier | Dimanche | Sam. | Vendr. | Jeudy | Mercr. | Mardy | Lundy |
| Février | Mercredy | Mardy | Lundy | Dim. | Sam. | Vendr | Jeudy |
| Mars | Mercredy | Mardy | Lundy | Dim. | Sam. | Vendr. | Jeudy |
| Avril | Samedy | Vendr. | Jeudy | Mercr. | Mardy | Lundy | Dim. |
| May | Lundy | Dim. | Samed. | Vendr. | Jeudy | Mercr. | Mardy |
| Juin | Jeudy | Mercr | Mardy | Lundy | Dim. | Sam. | Vendr. |
| Juillet | Samedy | Vendr. | Jeudy | Mercr. | Mardy | Lundy | Dim. |
| Aoust | Mardy | Lundy | Dim. | Sam. | Vendr | Jeudy | Mercr. |
| Septembre | Vendredy | Jeudy | Mercr. | Mardy | Lundy | Dim. | Sam. |
| Octobre | Dimanche | Sam. | Vendr | Jeudy | Mercr. | Mardy | Lundy |
| Novembre | Mercredy | Mardy | Lundy | Dim. | Sam. | Vendr. | Jeudy |
| Decembre | Vendredy | Jeudy | Mercr. | Mardy | Lundy | Dim. | Sam. |

car au dessous de cette Lettre D, l'on trouve que Janvier commence par un Jeudy, Février par un Dimanche, Mars aussi par un Dimanche, Avril par un Mercredy, May par un Vendredy, Juin par un Lundy, Juillet par un Mercredy, Aoust par un Samedy, Septembre par un Mardy, Octobre par un

Jeudy, Novembre par un Dimanche, & Decembre par un Mardy.

Lorſque l'Année eſt Biſſextile, auquel cas elle a deux Lettres Dominicales, comme l'Année paſſée 1692. qui a eu ces deux Lettres Dominicales F, E, on ſe ſervira de la premiere F, pour les deux premiers Mois, Janvier, Février, & de la derniere E pour les dix autres Mois.

## PROBLEME XX.

*Trouver le quantiéme du mois ſe rencontre un jour donné de la Semaine en une Année propoſée.*

CE Problême ſe peut auſſi aiſément reſoudre par le moyen de la Table ſuivante, qui montre les jours du mois, auſquels ſe rencontre chaque jour de la Semaine, lorſque le commencement du mois arrive un certain jour de la ſemaine, ce qui ſe peut connoître par le Problême precedent, aprés quoy on achevera le reſte en cette ſorte.

*Table pour trouver à quel jour du mois arrive un jour propoſé d'une Semaine.*

| DIMANCHE. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Dimanche | 1 | 8 | 15 | 22 | 29 |
| Lundy | 2 | 9 | 16 | 23 | 30 |
| Mardy | 3 | 10 | 17 | 24 | 31 |
| Mercredy | 4 | 11 | 18 | 25 | |
| Jeudy | 5 | 12 | 19 | 26 | |
| Vendredy | 6 | 13 | 20 | 27 | |
| Samedy | 7 | 14 | 21 | 28 | |

| LUNDY. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Lundy | 1 | 8 | 15 | 22 | 29 |
| Mardy | 2 | 9 | 16 | 23 | 30 |
| Mercredy | 3 | 10 | 17 | 24 | 31 |
| Jeudy | 4 | 11 | 18 | 25 | |
| Vendredy | 5 | 12 | 19 | 26 | |
| Samedy | 6 | 13 | 20 | 27 | |
| Dimanche | 7 | 14 | 21 | 28 | |

| MARDY. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Mardy | 1 | 8 | 15 | 22 | 29 |
| Mercredy | 2 | 9 | 16 | 23 | 30 |
| Jeudy | 3 | 10 | 17 | 24 | 31 |
| Vendredy | 4 | 11 | 18 | 25 | |
| Samedy | 5 | 12 | 19 | 26 | |
| Dimanche | 6 | 13 | 20 | 27 | |
| Lundy | 7 | 14 | 21 | 28 | |

| VENDREDY. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Vendredy | 1 | 8 | 15 | 22 | 29 |
| Samedy | 2 | 9 | 16 | 23 | 30 |
| Dimanche | 3 | 10 | 17 | 24 | 31 |
| Lundy | 4 | 11 | 18 | 25 | |
| Mardy | 5 | 12 | 19 | 26 | |
| Mercredy | 6 | 13 | 20 | 27 | |
| Jeudy | 7 | 14 | 21 | 28 | |

| MERCREDY. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Mercredy | 1 | 8 | 15 | 22 | 29 |
| Jeudy | 2 | 9 | 16 | 23 | 30 |
| Vendredy | 3 | 10 | 17 | 24 | 31 |
| Samedy | 4 | 11 | 18 | 25 | |
| Dimanche | 5 | 12 | 19 | 26 | |
| Lundy | 6 | 13 | 20 | 27 | |
| Mardy | 7 | 14 | 21 | 28 | |

| SAMEDY. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Samedy | 1 | 8 | 15 | 22 | 29 |
| Dimanche | 2 | 9 | 16 | 23 | 30 |
| Lundy | 3 | 10 | 17 | 24 | 31 |
| Mardy | 4 | 11 | 18 | 25 | |
| Mercredy | 5 | 12 | 19 | 26 | |
| Jeudy | 6 | 13 | 20 | 27 | |
| Vendredy | 7 | 14 | 21 | 28 | |

| JEUDY. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Jeudy | 1 | 8 | 15 | 22 | 29 |
| Vendredy | 2 | 9 | 16 | 23 | 30 |
| Samedy | 3 | 10 | 17 | 24 | 31 |
| Dimanche | 4 | 11 | 18 | 25 | |
| Lundy | 5 | 12 | 19 | 26 | |
| Mardy | 6 | 13 | 20 | 27 | |
| Mercredy | 7 | 14 | 21 | 28 | |

Pour sçavoir le quantiéme du mois de May par exemple, de cette année 1693. arrive le Lundy, ayant trouvé par le Problême precedent, que le

mois de May a commencé en cette Année 1693. par un Vendredy, je cherche dans la Table precedente le Lundy à la colonne de la main gauche sous le Vendredy qui est écrit en lettres capitales, & je trouve vis-à-vis ces quatre nombres 4, 11, 18, 25, qui signifient que le Lundy arrive en cette Année 1693. le 4. 11. 18. & 25. jour du mois de May; & l'on connoîtra de la même façon que le Dimanche arrive le 3. 10. 17. 24. & 31. jour du mois de May de la même Année 1693. Ainsi des autres.

Pareillement pour sçavoir le quantiéme du mois d'Avril de l'Année passée 1692. vient le Lundy, sçachant par le Problême precedent que le mois d'Avril a commencé un Mardy en l'Année 1692. je cherche dans la Table precedente sous Mardy, qui est écrit en lettres capitales, le Lundy à la gauche, & je trouve vis-à-vis à la droite ces quatre nombres 7, 14, 21, 28, qui font connoître qu'en l'Année 1692. le Lundy est arrivé le 7. 14. 21. & 28. jour du mois d'Avril: & l'on connoîtra de la même façon, que le Jeudy est arrivé le 3. 10. 17. & 24. en laissant 31, parce que le mois d'Avril n'a que 30 jours.

*Remarque.*

On peut aussi par le moyen de la Table precedente, & du Problême precedent, resoudre le *Probl.* 17. c'est-à-dire, trouver à quelle Ferie, ou à quel jour de la Semaine tombe un jour proposé de quelque mois que ce soit, & pour quelque Année que ce soit depuis Jesus-Christ, comme vous allez voir.

Le Château de Namur s'est rendu à l'obeïssance du Roy le 30. Juin 1692. & l'on veut sçavoir à quel jour de la Semaine cela est arrivé. Ayant connu

par le Problême precedent que le mois de Juin a commencé par un Dimanche, je cherche le nombre 30 dans la Table precedente sous Dimanche en lettres capitales, & je trouve dans la premiere colonne vers la gauche, que le 30. de Juin a répondu à un Lundy, & qu'ainsi c'est un Lundy que le Château de Namur a capitulé.

Puisque nous avons donné une Table pour trouver à quel jour du mois arrive un jour proposé de la Semaine, ou reciproquement à quel jour de la Semaine tombe un jour proposé du mois, & une autre Table pour connoître à quel jour de la Semaine commence chaque mois d'une Année proposée depuis Jesus-Christ : & que cela dépend de la Lettre Dominicale, dont nous avons enseigné l'invention au *Probl.* 16. nous donnerons aussi une Table pour trouver autrement & plus facilement la même Lettre Dominicale à perpetuité, selon le Calendrier nouveau.

Cette Table que vous avez dans les deux pages suivantes, a été divisée pour une plus grande commodité en deux parties, dont la premiere sert pour connoître la Lettre Dominicale, selon le Calendrier Gregorien depuis la Naissance de Nôtre Seigneur jusqu'à la fin de ce Siecle 1600, & l'autre pour connoître la même Lettre Dominicale pour les Siecles suivans 1700, 1800, 1900, & ainsi ensuite jusqu'au Siecle 2700, & il est facile de la continuer à l'infiny.

Cette separation a été ainsi faite pour la distinction des Années qui font les commencemens des Siecles, & qui ne sont pas Bissextiles selon le Calendrier Gregorien, sçavoir 1700. 1800. 1900. 2100. 2200. 2300. 2500. 2600. 2700. comme elles le devroient être, selon le Calendrier Ju-

lien : ce qui fait qu'à ces Années on n'a pas ajoûté en dessous une double Lettre Dominicale, comme nous avons fait aux Années 1600. 2000. 2400. qui sont Bissextiles, & pareillement aux Années 1628. 1656. 1684. sçavoir les deux Lettres BA, parce que ces Années sont aussi Bissextiles : & pareillement les deux Lettres FG aux Années Bissextiles 1732 1760. 1788. &c.

*Table des Lettres Dominicales pour chaque Année, depuis la Naissance de Nôtre Seigneur jusqu'à l'Année 1700.*

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 0 | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | | |
| | | | | 700 | 800 | 900 | 1000 | 1100 | 1200 | 1300 | | |
| | | | | 1400 | 1500 | 1600 | | | | | | |
| 0 | 28 | 56 | 84 | G F | A G | B A | C B | D C | E D | F E | | |
| 1 | 29 | 57 | 85 | E | F | G | A | B | C | D | | |
| 2 | 30 | 58 | 86 | D | E | F | G | A | B | C | | |
| 3 | 31 | 59 | 87 | C | D | E | F | G | A | B | | |
| 4 | 32 | 60 | 88 | B A | C B | D C | E D | F E | G F | A G | | |
| 5 | 33 | 61 | 89 | G | A | B | C | D | E | F | | |
| 6 | 34 | 62 | 90 | F | G | A | B | C | D | E | | |
| 7 | 35 | 63 | 91 | E | F | G | A | B | C | D | | |
| 8 | 36 | 64 | 92 | D C | E D | F E | G F | A G | B A | C B | | |
| 9 | 37 | 65 | 93 | B | C | D | E | F | G | A | | |
| 10 | 38 | 66 | 94 | A | B | C | D | E | F | G | | |
| 11 | 39 | 67 | 95 | G | A | B | C | D | E | F | | |
| 12 | 40 | 68 | 96 | F E | G F | A G | B A | C B | D C | E D | | |
| 13 | 41 | 69 | 97 | D | E | F | G | A | B | C | | |
| 14 | 42 | 70 | 98 | C | D | E | F | G | A | B | | |
| 15 | 43 | 71 | 99 | B | C | D | E | F | G | A | | |
| 16 | 44 | 72 | | A G | B A | C B | D C | E D | F E | G F | | |
| 17 | 45 | 73 | | F | G | A | B | C | D | E | | |
| 18 | 46 | 74 | | E | F | G | A | B | C | D | | |
| 19 | 47 | 75 | | D | E | F | G | A | B | C | | |
| 20 | 48 | 76 | | C B | D C | E D | F E | G F | A G | B A | | |
| 21 | 49 | 77 | | A | B | C | D | E | F | G | | |
| 22 | 50 | 78 | | G | A | B | C | D | E | F | | |
| 23 | 51 | 79 | | F | G | A | B | C | D | E | | |
| 24 | 52 | 80 | | E D | F E | G F | A G | B A | C B | D C | | |
| 25 | 53 | 81 | | C | D | E | F | G | A | B | | |
| 26 | 54 | 82 | | B | C | D | E | F | G | A | | |
| 27 | 55 | 83 | | A | B | C | D | E | F | G | | |

*Suite de la Table des Lettres Dominicales jusqu'à l'Année 2800.*

| | | | | 1600 | 1700 | 1800 | 1900 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 2000 | 2100 | 2200 | 2300 |
| | | | | 2400 | 2500 | 2600 | 2700 |
| 0 | 28 | 56 | 84 | B A | C | E | G |
| 1 | 29 | 57 | 85 | G | B | D | F |
| 2 | 30 | 58 | 86 | F | A | C | E |
| 3 | 31 | 59 | 87 | E | G | B | D |
| 4 | 32 | 60 | 88 | D C | F E | A G | C B |
| 5 | 33 | 61 | 89 | B | D | F | A |
| 6 | 34 | 62 | 90 | A | C | E | G |
| 7 | 35 | 63 | 91 | G | B | D | F |
| 8 | 36 | 64 | 92 | F E | A G | C B | E D |
| 9 | 37 | 65 | 93 | D | F | A | C |
| 10 | 38 | 66 | 94 | C | E | G | B |
| 11 | 39 | 67 | 95 | B | D | F | A |
| 12 | 40 | 68 | 96 | A G | C B | E D | G F |
| 13 | 41 | 69 | 97 | F | A | C | E |
| 14 | 42 | 70 | 98 | E | G | B | D |
| 15 | 43 | 71 | 99 | D | F | A | C |
| 16 | 44 | 72 | | C B | E D | F G | B A |
| 17 | 45 | 73 | | A | C | E | G |
| 18 | 46 | 74 | | G | B | D | F |
| 19 | 47 | 75 | | F | A | C | E |
| 20 | 48 | 76 | | E D | G F | B A | D C |
| 21 | 49 | 77 | | C | E | G | B |
| 22 | 50 | 78 | | B | D | F | A |
| 23 | 51 | 79 | | A | C | E | G |
| 24 | 52 | 80 | | G F | B A | D C | F E |
| 25 | 53 | 81 | | E | G | B | D |
| 26 | 54 | 82 | | D | F | A | C |
| 27 | 55 | 83 | | C | E | G | B |

Pour connoître par le moyen de cette Table la Lettre Dominicale pour une Année proposée depuis Jesus-Christ, par exemple, pour cette Année 1693. cherchez à la Table l'Année 1600. & à côté vers la gauche le reste des Années 93, & vis-à-vis des deux vous trouverez D pour la Lettre Dominicale de cette Année 1693. Ainsi des autres.

## PROBLEME XXI.

*Trouver le nombre de l'Indiction Romaine pour une Année proposée.*

LEs Grecs comptoient autrefois leurs Années par *Olympiades*, qui est une revolution de quatre Années, au bout de laquelle ils celebroient des Jeux qu'ils appelloient *Olympiques*, parce qu'ils furent autrefois instituez par Hercule proche la Ville d'Olympe en Arcadie; mais depuis que Rome eut soûmis la Grece à sa Domination, elle ne voulut plus que l'on comptât par Olympiade, ayant trouvé ce terme de quatre Années trop court, & elle le mit à trois Lustres, ou à quinze Années, qu'on appella *Indiction*.

Ainsi l'Indiction est un espace de quinze Années, au bout duquel on commence de nouveau à compter par une circulation continuelle. Cette Periode de quinze Années a été appellée *Indiction*, parce que selon quelques Auteurs elle servoit aux Romains à indiquer l'Année qu'il falloit payer la Taille ou le Tribut à la Republique, ce qui luy a donné le nom d'*Indiction Romaine*, & on la nomme aussi *Indiction Pontificale*, qui a son commencement au premier jour de Janvier, parce que la Cour de Rome s'en sert dans ses Bulles & dans toutes ses Expeditions.

J'ay dit, selon quelques Auteurs, parce qu'on ne trouve nulle part de quelle cause est procedé ce nombre de quinze années pour supputer les Indictions, sinon que les Soldats aprés avoir servy quinze ans dans les Armées, & aprés avoir reçû comme quinze Soldes, pouvoient être honorablement congediez avec toutes sortes de franchises, & s'ils y vouloient demeurer, ils joüissoient de plus grands privileges. Il semble donc que cette façon de compter quinze années de solde par autant d'années d'Indiction soit arrivée de ce que tous les ans l'Indiction se faisoit aux Provinces par l'ordre du Prince, pour fournir & distribuer la munition aux Soldats, ce qui est la cause que l'Indiction a été quelquefois appellée *Distribution* & *Largesse*.

Quoiqu'il en soit, voici la maniere de trouver le nombre de l'Indiction Romaine pour une Année proposée depuis Jesus-Christ. Parce qu'en l'Année 1632. par exemple, le nombre de l'Indiction étoit 15, en divisant 1632 par 15, le reste 12 de la division fait connoître que la 12. Année de Jesus-Christ on avoit 12 d'Indiction, & que par consequent trois ans avant la Nativité de Nôtre Seigneur, on a eu le commencement du Cycle de l'Indiction.

C'est pourquoy pour trouver le nombre de l'Indiction Romaine pour quelque Année que ce soit depuis Jesus-Christ, par exemple, pour cette Année 1693. ajoûtez 3 à 1693, & divisez la somme 1696 par 15, & le reste 1 est le nombre de l'Indiction pour cette Année 1693. De même pour trouver l'Indiction pour l'Année 1700, on ajoûtera 3 à 1700, & l'on divisera la somme 1703 par 15, & le reste de la division donnera 8 pour le nombre de l'Indiction que l'on cherche.

## PROBLEME XXII.

*Trouver le nombre de la Periode Julienne pour une Année proposée.*

QUoique l'Indiction Romaine n'ait aucune connexion avec les mouvemens celestes, neanmoins on ne laisse pas de comparer cette revolution de 15 années avec la Periode du Cycle Lunaire de 28 années, & la Periode du nombre d'or de 19 années, en multipliant ensemble ces trois Cycles 15, 28, 19, pour avoir en leur produit solide cette fameuse Periode de 7980 ans, qu'on appelle *Periode Julienne*, parce que c'est Julius Scaliger qui en a parlé le premier, & que les Chronologistes modernes ont introduite, pour y rapporter toute la difference des temps par quelque évenement dans les Histoires, étant certain que ce nombre de 7980 ans contient toutes les differentes combinaisons des trois Cycles precedens, qui dans tout ce temps ne peuvent jamais plus d'une fois se rencontrer d'une même maniere.

Il sera facile de trouver le nombre de cette Periode de 7980 ans pour une Année proposée depuis Jesus-Christ, si l'on sçait une fois son commencement, c'est-à-dire, le temps qu'elle doit avoir commencé avant la premiere Année de Jesus-Christ, & mêmes avant la Creation du Monde : car comme ce Cycle est grand, son commencement dans lequel chacun des trois Cycles qui le composent, auroit eu le même nombre 1, surpasse de plusieurs années, non-seulement l'Epoque des Chrétiens, mais encore le terme que l'Ecriture Sainte attribuë à la Création du Monde. Voici donc la maniere de trouver

le commencement de cette grande Periode.

Parce qu'en la premiere Année de Jesus-Christ on a eu 4 d'Indiction, 10 de Cycle Solaire, & 2 de Cycle Lunaire, ou de Nombre d'or, multipliez le

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 6916 | | 4845 | | 4200 |
| *Indiction* | 4 | *Cycle Sol.* | 10 | *Cycl. Lun.* | 2 |
| | 27664 | | 48450 | | 8400 |
| | | | | | 48450 |
| | | 4714 | | | 27664 |
| | | 1692 | | | 84514 (10 |
| | | 6406 | | | 7980 |
| | | | | | 4714 |

nombre 4 de l'Indiction toûjours par 6916, le nombre 10 du Cycle Solaire toûjours par 4845, & le nombre 2 du Cycle Lunaire toûjours par 4200, & ajoûtez ensemble les trois produits 27664, 48450, 8400, pour diviser leur somme 84514 par 7980, qui est la Periode Julienne, & en negligeant le quotient 10, le reste 4714 de la division fait connoître que le commencement de la Periode Julienne est 4714 années avant la Naissance de Jesus-Christ.

Sçachant donc que le commencement de la Periode Julienne est 4714 ans avant la Naissance de nôtre Sauveur, si l'on veut sçavoir le nombre de cette Periode pour une Année proposée depuis Jesus-Christ, par exemple, pour cette Année 1693. ajoûtez au nombre 4714 des années du commencement de la Periode Julienne le nombre 1692 des années qui se sont écoulées depuis la Naissance

de

Nôtre Seigneur jusqu'à la presente année 1693. & la somme 6406 sera l'Année Julienne qu'on cherche.

Ou bien servez-vous de la Methode precedente, c'est-à-dire, multipliez le nombre 1 de l'Indiction pour cette Année 1693. par 6916, le nombre 22 du Cycle Solaire par 4845, & le nombre

| | | |
|---|---|---|
| 6916 | 4845 | 4200 |
| *Indiction* 1 | *Cycle Sol.* 22 | *Cycle Lun.* 3 |
| 6916 | 9690 | 12600 |
| | 9690 | 106590 |
| | 106590 | 6916 |
| | | 126106 ( 15 |
| | | 7980 |
| | | 46306 |
| | | 7980 |
| | | 6406 |

3 du Cycle Lunaire par 4200, & ajoûtez ensemble les trois produits 6916, 106590, 12600, pour diviser leur somme 126106 par 7980, & sans se mettre en peine du quotient 15, le reste de la division donnera 6406, comme auparavant, pour l'Année Julienne qu'on cherche. Voyez le Problême suivant.

*Remarque.*

Comme la Periode Julienne n'a été inventée que pour arriver à l'origine des temps, & qu'elle

n'a que deux Cycles naturels & astronomiques, sçavoir le Cycle Solaire, & le Cycle Lunaire : le Cycle de l'Indiction étant arbitraire & politique, il semble qu'au lieu de ce troisiéme Cycle on devroit plûtôt prendre le nombre 30 du Cycle naturel des Epactes, & la Periode qui se formeroit par la multiplication continuelle de ces trois Cycles 28, 19, 30, sçavoir 15960 seroit plus propre pour la Chronologie, non-seulement parce qu'elle est composée de trois Cycles naturels, qu'il est bon de ne point separer, mais encore parce qu'elle est plus étenduë que la Periode Julienne qui n'en est que la moitié.

Cette Periode de 15960 années a été appellée par son Auteur Jean Louis d'Amiens Capucin, *Periode de Loüis le Grand*, parce qu'il l'a imaginée sous le Regne heureux de Loüis LE GRAND. Or quoique la Periode Julienne étant doublée égale à celle-ci, il ne faut pas croire pour cela qu'elle doive faire le même effet dans la Chronologie que la Periode de Loüis le Grand, car il s'en faut de beaucoup, comme dit l'Auteur de cette Periode, de laquelle nous ne parlerons pas davantage, parce que quoy qu'excellente, les Chronologistes ont donné la preference à la Periode Julienne, pour être venuë la premiere.

## PROBLEME XXIII.

*Trouver le nombre de la Periode Dionisienne pour une Année proposée.*

SI l'on multiplie seulement la Periode 28 du Cycle Solaire par la Periode 19 du Cycle Lunaire, il se formera une Periode de 532 Ans,

qu'on appelle *Periode Dionisienne*; du nom de son inventeur, & qui sert à connoître toutes les differences & tous les changemens, qui se peuvent rencontrer entre les Nouvelles-Lunes & les Lettres Dominicales dans le cours de 532 Ans, aprés lesquels les combinaisons des uns & des autres retournent dans le même ordre, & continuent dans la même suite.

Pour trouver le nombre de cette Periode de 532 Ans, pour une Année proposée depuis Jesus-Christ, par exemple, pour cette Année 1693. qui a 22

| | | |
|---|---|---|
| *Cycle Sol.* 22 | *Cycle Lun.* 3 | 2682 |
| 57 | 476 | 532 ( 5 |
| 154 | 1428 | 22 |
| 110 | 1254 | |
| 1254 | 2682 | |

de Cycle Solaire, & 3 de Cycle Lunaire, multipliez le nombre 22 du Cycle Solaire toûjours par 57, & le nombre 3 du Cycle Lunaire toûjours par 476, & ajoûtez ensemble les deux produits 1254, 1428, pour diviser leur somme 2682 toûjours par 532, c'est-à-dire, par la Periode Dionisienne, & sans vous mettre en peine du quotient 5, arrêtez-vous au reste de la division, qui vous donnera 22 pour le nombre de la Periode Dionisienne en cette Année 1693.

*Remarque.*

Le nombre 57, par lequel on a multiplié le nombre 22 du Cycle Solaire, est tel qu'étant di-

visé par la Periode 28 du Cycle Solaire, il reste 1, & qu'étant divisé par la Periode 19 du Cycle Lunaire, il ne reste rien : & reciproquement le nombre 476, par lequel on a multiplié le nombre 3 du Cycle Lunaire, est tel qu'étant divisé par la Periode 19 du Cycle Lunaire, il reste 1, & qu'étant divisé par la Periode 28 du Cycle Solaire, il ne reste rien. Ainsi le premier nombre 57 fait connoître l'Année Dionisienne, à laquelle on a 0, ou 19 de Nombre d'or, & 1 de Cycle Solaire : & le second nombre 476 fait connoître l'Année Dionisienne, à laquelle on a 0 ou 28 de Cycle Solaire, & 1 de Nombre d'or.

Pour trouver le premier nombre 57, qui doit être multiple de 19, afin qu'étant divisé par 19, il ne reste rien, si l'on met par exemple le double de 19, sçavoir 38 pour le nombre qu'on cherche, ce nombre 38 étant divisé par 28, il reste 10, au lieu de rester 1, comme porte la Question : & comme ce reste 10 est moindre que le diviseur 28 de 18, il est évident que si l'on ajoûte 18 à 38, on aura 56, qui étant divisé par 28, il ne restera rien ; c'est pourquoy si au lieu d'ajoûter 18 à 38, on ajoûte 19, on aura 57, qui sera le nombre qu'on cherche, parce qu'il se rencontre multiple de 19, sçavoir le triple.

Si de la Periode Dionisienne 532, on ôte ce premier nombre trouvé 57, & qu'au reste 475, on ajoûte 1, on aura le second nombre 476, que l'on peut aussi trouver immediatement par un raisonnement semblable au precedent, excepté qu'il y a plus de tentatives à faire, comme vous allez voir.

Pour donc trouver le second nombre 476, qui doit être multiple de 28, afin qu'étant divisé par

28, il ne reste rien, si l'on met par exemple le double de 28, sçavoir 56 pour le nombre qu'on cherche, ce nombre 56 étant divisé par 19, il reste 18, au lieu qu'il devroit rester 1, comme porte la Question : & comme ce reste 18 est moindre que le diviseur 19 de 1, il est évident que si l'on ajoûte 1 à 56, on aura 57, qui étant divisé par 19, il ne restera rien ; c'est pourquoy si au lieu d'ajoûter 1 à 56, on ajoûte 2, on aura 58, qui étant divisé par 19, il restera 1. Mais comme ce nombre 58 ne se rencontre pas multiple de 28, il n'est pas le nombre qu'on cherche ; ainsi l'on en cherchera un autre de la même façon, en multipliant 28 par 3, par 4, par 5, & ainsi ensuite jusqu'à ce qu'on rencontre un multiple de 28, qui étant divisé par 19, il reste 1, ce qui arrivera ici en multipliant 28 par 17, & le produit 476 sera le nombre qu'on cherche, & qui étant pareillement ôté de la Periode Dionisienne 532, & le reste 56 étant augmenté de l'Unité, on aura 57 pour le premier nombre.

Pareillement le nombre 6916, par lequel on a multiplié dans le Problême precedent le nombre de l'Indiction, est tel qu'étant divisé par la Periode 15 de l'Indiction, il reste 1, & qu'étant divisé par la Periode 28 du Cycle Solaire, & par la Periode 19 du Cycle Lunaire, ou ce qui est la même chose, par le produit 532 de ces deux Periodes, il ne reste rien : & le nombre 4845, par lequel on a multiplié dans le Problême precedent le nombre du Cycle Solaire, est tel qu'étant divisé par la Periode 28 du Cycle Solaire, il reste 1, & qu'étant divisé par la Periode 19 du Cycle Lunaire, & par la Periode 15 de l'Indiction, ou ce qui est la même chose, par le produit 285 de ces deux Periodes,

il ne reste rien : & enfin le nombre 4200, par lequel on a multiplié dans le Problême precedent le nombre du Cycle Lunaire, est tel qu'étant divisé par la Periode 19 du Cycle Lunaire, il reste 1, & qu'étant divisé par la Periode 15 de l'Indiction, & par la Periode 28 du Cycle Solaire, ou ce qui est la même chose, par le produit 4200 de ces deux Periodes, il ne reste rien.

Le premier nombre 6916 nous fait connoître l'Année Julienne, à laquelle nous avons 1 d'Indiction, & 0 de Nombre d'or, & de Cycle Solaire, ou 0 de Periode Dionisienne : le second nombre 4845 nous fait connoître l'Année Julienne, à laquelle on a 1 de Cycle Solaire, & 0 de Nombre d'or, & d'Indiction : & le troisiéme nombre 4200 nous fait connoître l'Année Julienne, à laquelle on a 1 de Nombre d'or, & 0 de Cycle Solaire, & d'indiction. Ces trois nombres ont été trouvez comme les deux precedens.

## PROBLEME XXIV.

*Connoître les Mois de l'Année, qui ont 31 jours, & ceux qui n'en ont que 30.*

Planche 45. 125. Fig.

ELevez le Pouce A, le Doigt du milieu C, & l'Auriculaire E, ou le petit doigt de la main gauche, & abaissez les deux autres, sçavoir l'Index B, qui suit le Pouce, & l'Annulaire D, qui est entre le Doigt du milieu, & l'Auriculaire. Aprés cela commencez à compter Mars sur le Pouce A, Avril sur l'Index B, May sur le Doigt du milieu C, Juin sur l'Annulaire D, Juillet sur l'Auriculaire E : & de nouveau continuez à compter Aoust sur le Pouce, Septembre sur l'Index, Octobre sur le

Ces 2 Figures sont du 1.r Tome Page 390

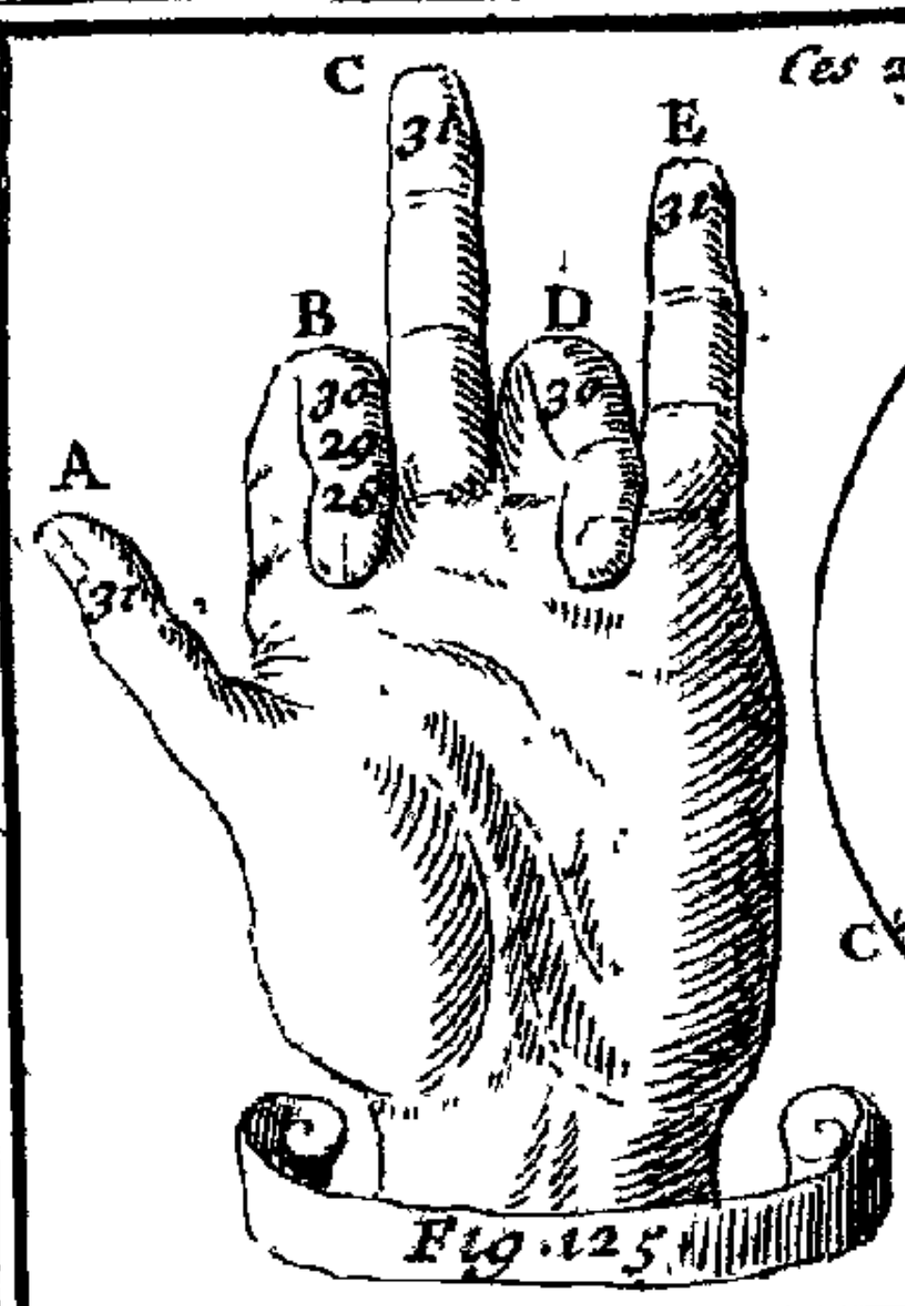
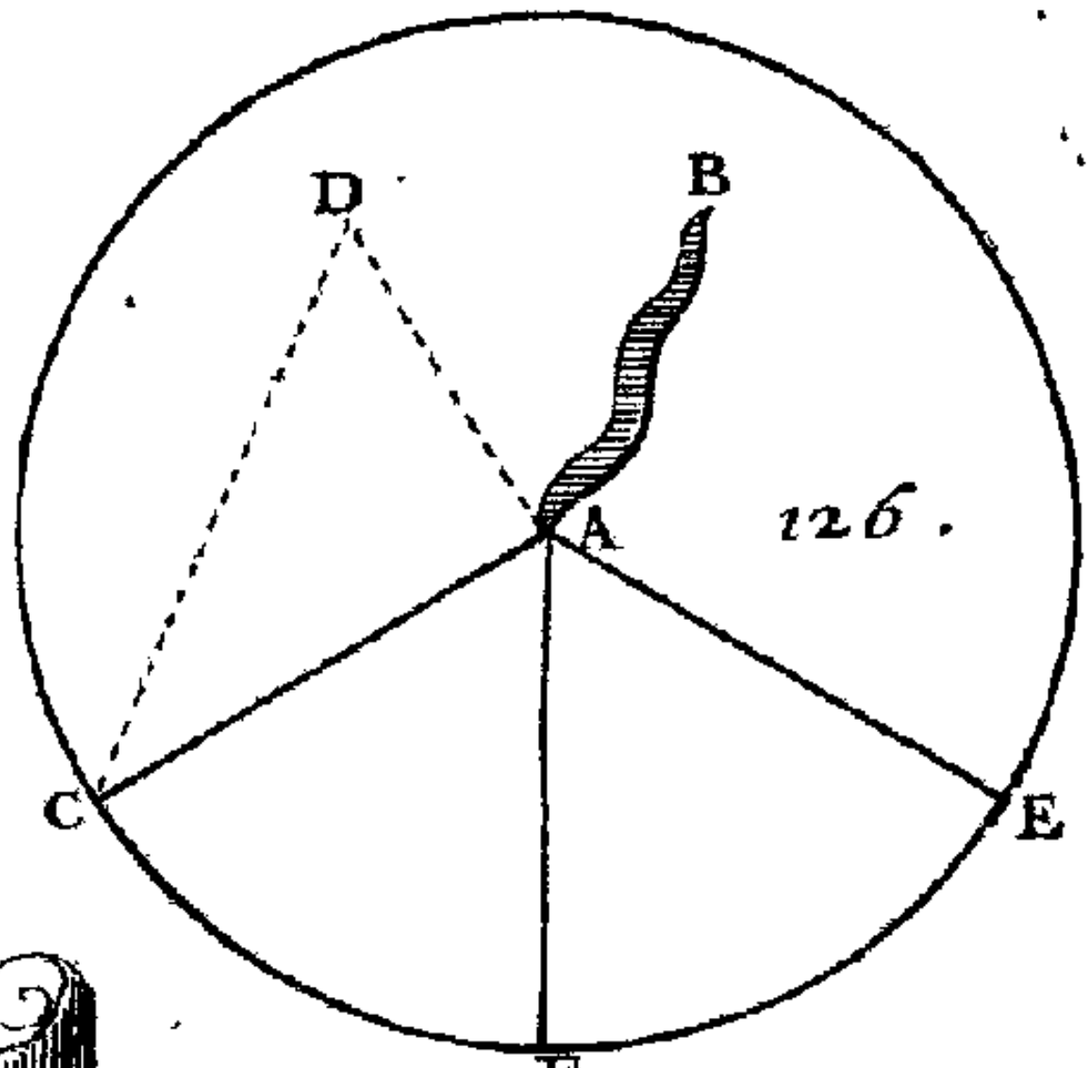
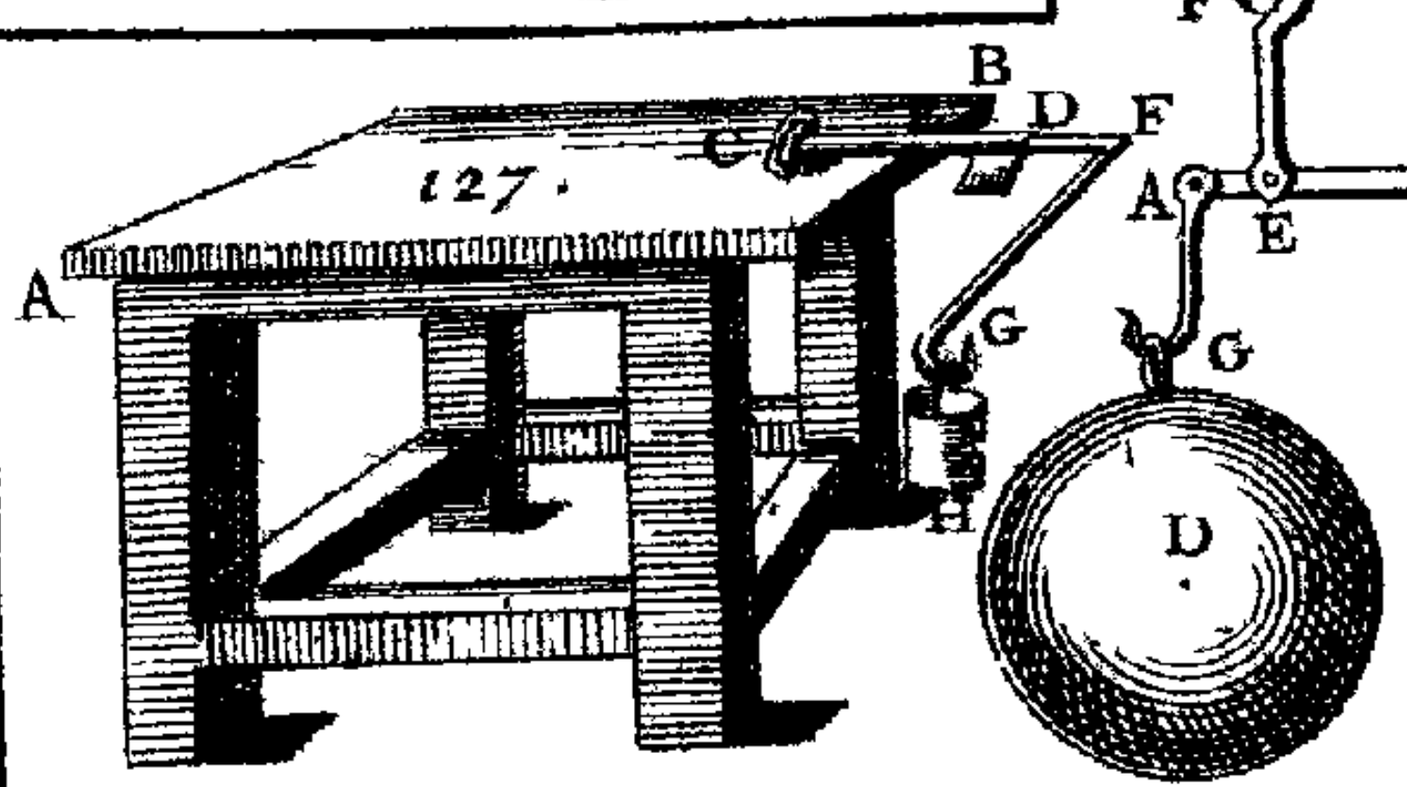


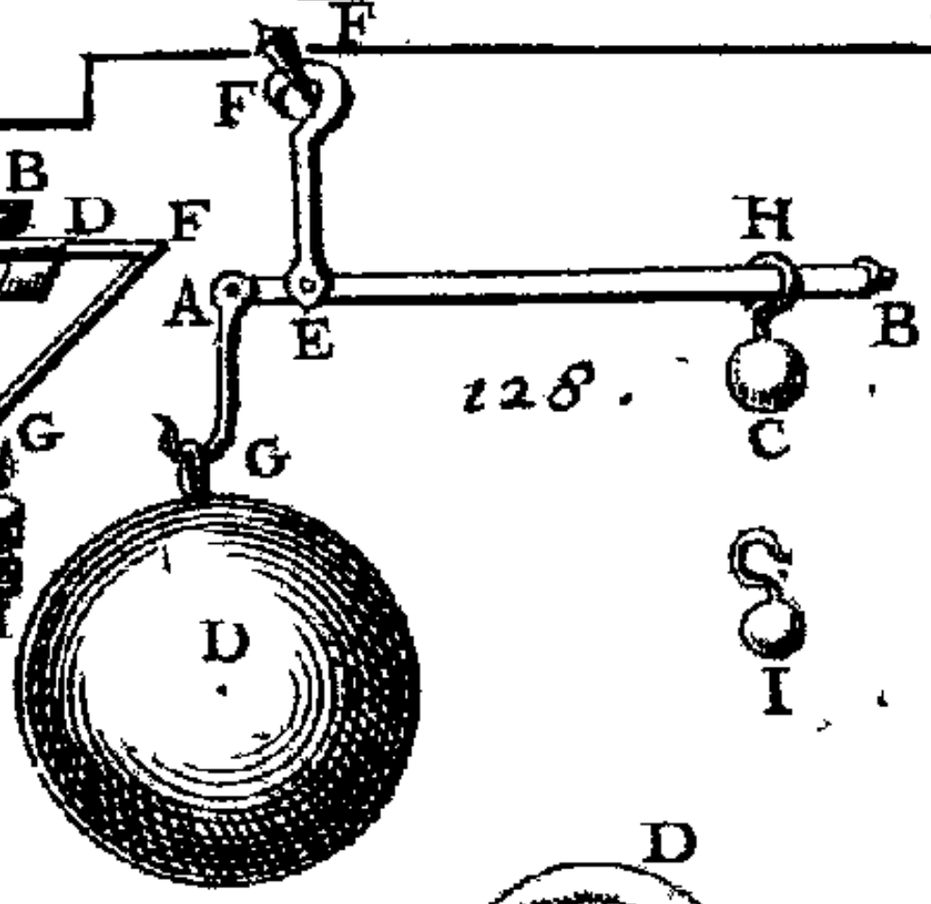

Fig. 125.



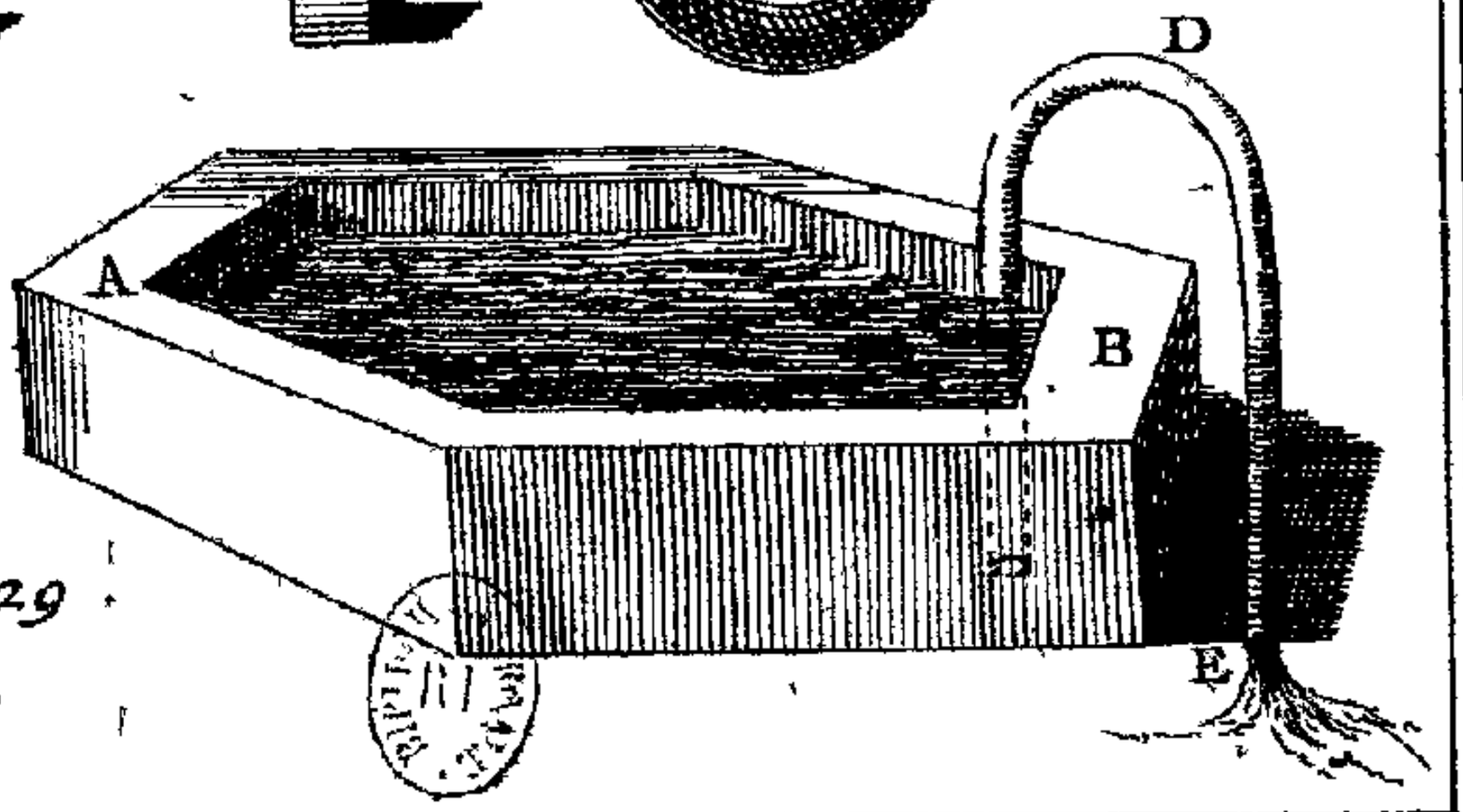

126.




127.




128.




129.

Berey fecit

Pl. 1.ere

Doigt du milieu, Novembre sur l'Annulaire, Decembre sur l'Auriculaire : & enfin en recommençant continuez à compter Janvier sur le Pouce, & Février sur l'Index ; & alors tous les Mois qui tomberont sur les Doigts élevez A, C, E, auront 31 jours, & ceux qui tomberont sur les Doigts abaissez B, D, n'en auront que 30, excepté le Mois de Février, qui n'a jamais plus de 29 jours quand l'Année est Bissextile, & seulement 28, lorsque l'Année est commune. Planche 45. 125. Fig.

## PROBLE'ME XXV.

*Trouver le jour de chaque Mois, auquel le Soleil entre dans un Signe du Zodiaque.*

LE Soleil entre au commencement des Signes du Zodiaque environ le 20. de chaque Mois de l'Année, sçavoir au commencement de ♈ environ le 20. Mars, au commencement de ♉ environ le 20. Avril, & ainsi ensuite : & pour sçavoir ce jour un peu plus exactement, servez-vous de ces deux Vers artificiels, dont l'Usage est tel ;

*Inclita Laus Justis Impenditur, Hæresis Horret,*
*Grandia Gesta Gerens Felici Gaudet Honore.*

Distribuez les douze dictions de ces deux Vers aux douze Mois de l'Année, en commençant par Mars que vous attribuerez à *Inclita*, & en finissant par Février, qui répondra à *Honore* : & considerez le nombre que la premiere lettre de chaque mot obtient dans l'Alphabet, car si de 30 vous ôtez ce nombre, vous aurez au reste le nombre du Mois qu'on cherche.

Par exemple, *Inclita* répond au mois de Mars, & au Signe du Belier, & sa premiere lettre I est la 9. lettre de l'Alphabet, si l'on ôte 9 de 30, le reste 21 fait connoître que le 21. de Mars le Soleil entre dans Aries. Pareillement *Gaudet* répond au mois de Janvier & au Signe du Verseau, & sa premiere lettre G est la 7. dans l'ordre Alphabetique, en ôtant 7 de 30, le reste 23 fait connoître que le 23. Janvier le Soleil entre au Verseau. Ainsi des autres.

## PROBLEME XXVI.

*Trouver le degré du Signe, où le Soleil se rencontre en un jour proposé de l'Année.*

POur sçavoir le lieu du Soleil dans le Zodiaque, c'est-à-dire, en quel degré d'un Signe le Soleil est à chaque jour de quelque Mois que ce soit, par exemple, aujourd'huy 18. May, auquel il répond dans les deux Vers du Problême precedent, ce mot *Justis*, dont la premiere lettre I est la 9. de l'Alphabet, ajoûtez ce nombre 9 au nombre 18 du jour proposé, & la somme 27 vous fera connoître que le 18. de May le Soleil occupe le 27. degré du Taureau, qui répond à la diction precedente *Laus*, la premiere *Inclita* répondant au Belier, comme nous avons dit au Problême precedent.

Cela se pratique ainsi, lorsque la somme est moindre que 30, comme ici, car quand elle sera plus grande que 30, on prendra le Signe qui répond au mot Latin du mois proposé, & l'on ôtera 30 de cette somme, pour avoir au reste le degré de ce Signe.

Comme pour sçavoir le degré du Signe courant du Soleil, le 25. du mois d'Aoust, auquel il répond dans le premier des deux Vers precedens le mot Latin *Horret*, qui appartient au Signe de la Vierge, & dont la premiere lettre H est la 8. de l'Alphabet; ajoûtez 8 à 25, & ôtez 30 de la somme 33, & le reste 3 vous fait connoître que le Soleil est au 3. degré de la Vierge le 25. du mois d'Aoust.

*Remarque.*

Dans ce Problême & dans le precedent, nous avons supposé que l'on sçache l'ordre des douze Signes du Zodiaque, & les Mois qui leur répondent, ce que peu de personnes ignorent : neanmoins pour ceux qui ne le sçavent pas, nous avons ici ajoûtez ces deux Vers Latins,

*Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,*
*Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.*

où l'on se souviendra que le premier Signe *Aries*, répond au Mois de Mars, le second *Taurus* au Mois d'Avril, & ainsi ensuite jusqu'au dernier *Pisces*, qui répond au Mois de Février.

## PROBLEME XXVII.

*Trouver le Lieu de la Lune dans le Zodiaque en un jour proposé d'une Année.*

ON trouvera premierement le Lieu du Soleil dans le Zodiaque, comme il a été enseigné

au Problême precedent, & ensuite la distance de la Lune au Soleil, ou l'arc de l'Ecliptique, compris entre le Soleil & la Lune, comme nous allons enseigner.

Ayant trouvé *par Probl.* 14. l'âge de la Lune, & l'ayant multiplié toûjours par 12, divisez le produit toûjours par 30, & le quotient donnera le nombre des Signes, & le reste de la division donnera le nombre des degrez de la distance de la Lune au Soleil. C'est pourquoy si selon l'ordre des Signes on compte cette distance dans le Zodiaque, en commençant depuis le Lieu du Soleil, on aura le Lieu de la Lune qu'on cherche.

Comme si l'on veut sçavoir le Lieu de la Lune aujourd'huy 18. May 1693. auquel jour le Soleil occupe le 27. degré du Taureau, & l'âge de la Lune est 14; en multipliant 14 par 12; & en divisant le produit 168 par 30, le quotient 5, & le reste 18 de la division, font connoître que la Lune est éloignée du Soleil de 5 Signes & de 18 degrez. Si donc on compte 5 Signes & 18 degrez dans le Zodiaque depuis le 27. degré du Taureau, qui est le Lieu du Soleil, on tombera sur le 15. degré du Scorpion, qui est le Lieu de la Lune.

## PROBLEME XXVIII.

### *Trouver à quel Mois de l'Année appartient une Lunaison.*

DAns l'Usage du Calendrier Romain, chaque Lunaison est estimée appartenir au Mois où elle se termine, suivant cette ancienne maxime des Computistes

*In quo completur mensi Lunatio detur.*

c'est pourquoy pour sçavoir si une Lunaison appartient à un Mois proposé de quelque Année que ce soit, par exemple, à ce Mois de May 1693. ayant trouvé *par Probl.* 14. l'âge de la Lune au dernier jour de May qui a 31 jours, sçavoir 27, cet âge 27 fait connoître que la Lune finit au mois suivant, c'est-à-dire, au mois de Juin, & que par consequent elle appartient à ce Mois. Il fait aussi connoître que la Lunaison precedente a fini au mois de May, & que par consequent elle appartient à ce Mois. Ainsi des autres.

## PROBLEME XXIX.

*Connoître les Années Lunaires qui sont communes; & celles qui sont Embolismiques.*

CE Problême est aisé à resoudre par le moyen du precedent, par lequel on connoît facilement qu'un même Mois Solaire peut avoir deux Lunaisons, parce qu'il se peut faire que deux Lunes finissent en un même Mois, sçavoir lorsqu'il aura 30, ou 31 jours: comme Novembre qui a 30 jours, où une Lune peut finir le premier de ce mois, & la suivante le dernier, ou le 30. du même Mois; & alors cette Année aura treize Lunes, & sera par consequent Embolismique. En voici un exemple.

En l'Année 1712. la premiere Lune de Janvier finissant au huitiéme de ce mois, la deuxiéme de Février au sixiéme, la troisiéme de Mars au huitiéme, la quatriéme d'Avril au sixiéme, la cinquiéme de May aussi au sixiéme, la sixiéme de Juin au quatriéme, la septiéme de Juillet aussi au quatriéme,

la huitiéme d'Aoust au deuxiéme, la neuviéme de Septembre au premier, la dixiéme d'Octobre aussi au premier, l'onziéme aussi d'Octobre au trentiéme du même Mois, la douziéme de Novembre au vingt-neuviéme, & la treiziéme de Decembre au vingt-huitiéme; l'on connoît par là que cette Année étant de treize Lunes est Embolismique.

On connoît pour le Calendrier nouveau, pour lequel tout ce que nous avons dit touchant le Compost Ecclesiastique, se doit entendre, que toutes les Années civiles Lunaires, qui ont leur commencement au premier de Janvier, sont Embolismiques, quand elles ont pour Epacte *, 29, 28, 27, 26, 25, 24, 23, 22, 21, 19, & aussi 18, quand le Nombre d'or est 19.

Ainsi l'on connoît qu'en cette Année 1693. dont l'Epacte est 23, l'Année Lunaire civile est Embolismique, c'est-à-dire, qu'elle a treize Lunes, ce qui arrive à cause que le mois d'Aoust a deux Lunaisons, une Lune finissant le premier de ce Mois, & la suivante finissant le trentiéme du même Mois.

## PROBLEME XXX.

*Trouver le temps auquel la Lune éclaire pendant la nuit en un jour proposé.*

AYant trouvé *par Probl.* 14. l'âge de la Lune, & l'ayant augmenté d'une Unité, multipliez la somme par 4, si cette somme ne passe pas 15, car si elle passe 15, il la faut ôter de 30, & multiplier le reste par 4; aprés quoy l'on divisera le produit par 5, & le quotient donnera autant de douziémes parties de la Nuit, pendant lesquelles la Lune luit. Ces douziémes parties sont appellées *Heures inégales*, qu'il faut compter aprés le

Coucher du Soleil, lorſque la Lune croît, & avant le Lever du Soleil, lorſque la Lune décroît.

Comme ſi l'on veut ſçavoir le temps que la Lune luit pendant la nuit de ce jour 21. May 1693. auquel l'âge de la Lune eſt 17, ajoûtant 1 à 17, & ôtant la ſomme 18 de 30, il reſtera 12, lequel étant multiplié par 4, & le produit 48 étant diviſé par 5, le quotient donnera 9 heures inégales & $\frac{3}{5}$, pour le temps auquel la Lune éclaire la nuit avant le Lever du Soleil.

*Remarque.*

Il eſt aiſé de reduire les Heures inégales en Heures égales, ou Aſtronomiques, qui ſont la 24. partie d'un Jour naturel comprenant le Jour & la Nuit, lorſque l'on ſçait la longueur de la nuit au jour propoſé. Comme en cet exemple, ſçachant qu'à Paris la nuit du 21. May eſt de 8 heures & 34 minutes, en diviſant ces 8 heures & 34 minutes par 12, on aura 42 minutes & 50 ſecondes, pour la valeur d'une Heure inégale, laquelle étant multipliée par $9\frac{3}{5}$, qui eſt le nombre des Heures inégales, pendant leſquelles la Lune éclaire depuis ſon Lever juſqu'au Lever du Soleil, on aura 6 Heures égales, & environ 51 minutes pour le temps compris entre le Lever de la Lune & le Lever du Soleil.

COROLLAIRE.

Par là on peut *trouver l'heure du Lever de la Lune*, ſçachant l'heure du Lever du Soleil: car ſi à l'heure du Lever du Soleil, qui eſt 4 heures & 17 minutes, on ajoûte 12 heures, & que de la

somme 16 heures & 17 minutes, on ôte 6 heures & 51 minutes, qui est le temps compris entre le Lever de la Lune & le Lever du Soleil, on aura au reste 9 heures & 26 minutes pour l'heure du Lever de la Lune.

## PROBLEME XXXI.

### *Trouver la Hauteur du Soleil, & la Ligne Meridienne.*

LOrsque dans le *Probl.* 3. nous avons enseigné la maniere de trouver la Latitude d'un Lieu proposé de la Terre, nous avons supposé que l'on sçavoit connoître la hauteur du Soleil, & aussi la Ligne Meridienne, puisque nous nous sommes servi de la Hauteur Meridienne. Ainsi avant que de finir, nous ajoûterons ici en peu de mots, le moyen de connoître la Hauteur du Soleil en tout temps, & ensuite la Ligne Meridienne.

Planche 45. 126. Fig. Premierement pour trouver la Hauteur du Soleil à quelque heure du jour, élevez à Angles droits sur un Plan Horizontal, le stile AB d'une longueur volontaire, & marquez un point, comme C, à l'extremité de l'ombre du stile AB, dans le temps que vous voudrez connoître l'élevation du Soleil sur l'Horizon. Aprés cela tirez par le pied du stile A, & par le point d'ombre C, la ligne AC, qui representera le Vertical du Soleil, & luy tirez par le même pied du stile A, la perpendiculaire AD égale au stile AB. Enfin tirez par le point D, & par le point d'ombre C, la droite CD, qui representera le rayon du Soleil, tiré de son centre par l'extremité B du stile AB, & qui fera au point C, avec le Vertical du Soleil AC, l'Angle ACD, qui étant mesuré avec un Transporteur, ou autrement,

donnera les degrez de la hauteur du Soleil, qu'on cherche.

Secondement pour trouver la Ligne Meridienne, marquez sur quelque Plan Horizontal, environ deux ou trois heures avant Midy, le point d'ombre C, comme il vient d'être dit: & décrivez du pied du stile A, qui represente le Zenit, par ce point d'ombre C, la circonference de Cercle CFE, qui representera l'Almicantarat du Soleil. Aprés cela marquez aprés Midy un second point d'ombre, comme E, lorsque l'extremité de l'ombre du stile AB sera retournée sur la circonference CFE; & ayant divisé l'arc CE en deux également au point F, tirez par ce point de milieu F, & par le pied du stile A, la droite AF, qui sera la Ligne Meridienne qu'on cherche.

## PROBLEME XXXII.

*Connoître facilement les Calendes, les Nones, & les Ides à chaque mois de l'Année.*

LEs Calendes, les Nones, & les Ides, qui étoient autrefois en usage parmi les Romains, se peuvent connoître facilement par le moyen de ces trois Vers Latins,

*Principium mensis cujusque vocato* Kalendas,
*Sex Maius* Nonas, *October, Julius, & Mars,*
*Quatuor at reliqui: dabit* Idus *quilibet Octo.*

dont le premier montre que les *Calendes* sont le premier jour de chaque mois, ce premier jour étant chez les Romains le premier jour de l'apparition de la Lune sur le soir, auquel ils avoient coûtume d'appeller à la Ville le Peuple de la Campagne, pour apprendre ce qu'il avoit à faire pendant le reste du mois.

Le second Vers fait connoître que les *Nones* sont les septiémes jours des quatre mois Mars, May, Juillet, & Octobre, & les cinquiémes jours des autres mois; & l'on connoît par le troisiéme Vers, que les *Ides* sont huit jours aprés les Nones, sçavoir les quinziémes jours de Mars, May, Juillet, & Octobre, & les treiziémes jours des autres mois.

Les Romains comptoient les autres jours à rebours, en allant toûjours en diminuant, & ils donnoient le nom des Nones d'un mois aux jours qui sont entre les Calendes & les Nones de ce mois, & le nom des Ides d'un mois aux jours qui sont entre les Nones & les Ides de ce mois, & enfin le nom des Calendes d'un mois aux jours qui restent depuis les Ides jusqu'à la fin du mois precedent.

Ainsi dans les quatre mois, par exemple Mars, May, Juillet, & Octobre, où les Nones ont six jours, le deuxiéme jour du Mois s'appelle VI. *Nonas*, c'est-à-dire, le sixiéme jour avant les Nones, la preposition *antè* étant sous-entenduë: & pareillément le troisiéme jour se nomme V. *Nonas*, pour dire le cinquiéme jour des Nones, ou avant les Nones, & ainsi des autres. Mais au lieu d'appeller le sixiéme jour du mois II. *Nonas*, on dit, *Pridie Nonas*, c'est-à-dire, la veille des Nones.

FIN.

BIBLIOTHEQUE NATIONALE R.F. IMPRIMÉS