

## 0 L'aigrette du paon

Le paon, c'est l'oiseau national de l'Inde. C'est un symbole de grâce, de joie, de beauté, et d'amour. L'aigrette que le paon porte sur la tête, c'est comme le couronnement de la beauté. Et justement dans un des textes indiens les plus anciens sur l'astronomie, voici ce qu'on lit.

histoires de savants

### L'aigrette du paon

la poésie de Bhāskarāchārya



hist-math.fr

Bernard YCART

## 1 Comme l'aigrette du paon

« Comme l'aigrette du paon, comme le joyau sur la tête du serpent, ainsi la connaissance du calcul vient en tête de toutes les traditions qui sont les auxiliaires des Vedas. »

L'aigrette de paon dont il va être question ici est beaucoup plus récente.

### Comme l'aigrette du paon

Vedānga Jyotisa, 1<sup>er</sup> millénaire av. J.C.

Comme l'aigrette du paon, comme le joyau sur la tête du serpent, ainsi la connaissance du calcul vient en tête de toutes les traditions qui sont les auxiliaires des Vedas.

## 2 Bhāskarāchārya (1114–1185)

Il s'agit de Bhaskaracharya, qui a vécu au douzième siècle. Je ne vous garantis pas la ressemblance du portrait.

Le mot acharya signifie « maître », au sens de guide spirituel, celui dont on est le disciple. Comme nous ne sommes pas ses disciples, nous l'appellerons Bhaskara tout court. Il donne lui même sa date de naissance et sa date exacte de mort est hypothétique. On n'en sait pas beaucoup plus sur sa vie. Sauf que son petit-fils avait fondé une école pour enseigner ses livres, ce qui a sûrement aidé leur passage à la postérité.

### Bhāskarāchārya (1114–1185)



### 3 il est comme l'aigrette du paon

« Que triomphe l'illustre Bhāskarāchārya dont les exploits sont admirés par les sages et les savants. Poète doué de mérites religieux, il est comme l'aigrette du paon. »

On a trouvé une inscription gravée sur une pierre, qui décrit sa généalogie.

il est comme l'aigrette du paon

Bhāskarāchārya (1114–1185)

Que triomphe l'illustre Bhāskarāchārya dont les exploits sont admirés par les sages et les savants. Poète doué de mérites religieux, il est comme l'aigrette du paon.

### 4 la liane d'une vraie connaissance

« Son fils, dont les pieds sont révéérés par la multitude des poètes, était le sage Bhāskara, doté de mérites religieux et de gloire, racine pour la liane d'une vraie connaissance des Veda, [...] siège d'un savoir omniscient, avec les disciples duquel aucun raisonneur n'est capable de disputer où que ce soit. »

Bon : une fois époussetée l'emphase des panégyriques, il reste donc le souvenir d'un savant religieux, comme l'étaient la plupart des savants des siècles passés... et qui en plus était poète.

la liane d'une vraie connaissance

Bhāskarāchārya (1114–1185)

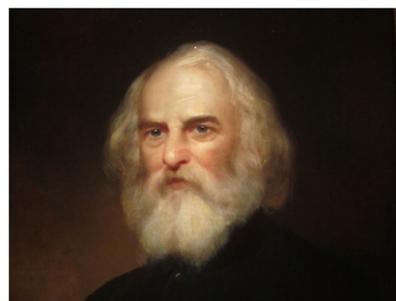
Son fils, dont les pieds sont révéérés par la multitude des poètes, était le sage Bhāskara, doté de mérites religieux et de gloire, racine pour la liane d'une vraie connaissance des Veda, [...] siège d'un savoir omniscient, avec les disciples duquel aucun raisonneur n'est capable de disputer où que ce soit.

### 5 Henry Wadsworth Longfellow (1807–1882)

La poésie de Bhaskara, il fallait un autre poète pour l'apprécier. C'est Henry Longfellow, un poète américain du dix-neuvième siècle.

Le problème des portraits peints, c'est qu'il ne sont commandés que quand le modèle est devenu très célèbre, donc très vieux.

Henry Wadsworth Longfellow (1807–1882)



### 6 Henry Wadsworth Longfellow (1807–1882)

Voici Longfellow au début de la quarantaine. Le livre qui nous intéresse, il l'écrit à quarante deux ans. Il l'intitule Kavanagh. Le roman commence par la description d'un personnage, M. Churchill, dans lequel Longfellow a clairement mis une grande partie de lui-même.

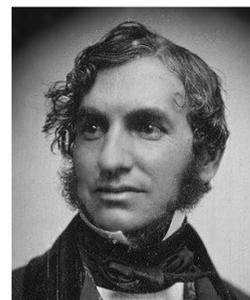
« La nature avait fait de M. Churchill un poète, mais la destinée en avait fait un maître d'école. Ceci produisait une discordance entre son existence intérieure et et son existence extérieure. »

Cette discordance qu'il décrit, Longfellow qui était lui aussi enseignant, la vivait sans doute au moment où il écrivait Kavanagh.

Voici ce qu'il fait dire à M. Churchill.

Henry Wadsworth Longfellow (1807–1882)

ca. 1850



## 7 how dull and prosaic

« Je pensais aujourd’hui à quel point on rend l’étude des mathématiques ennuyeuse et insipide dans les livres scolaires ; comme si la grande science des nombres avait été découverte et perfectionnée simplement pour les besoins du commerce. »

### how dull and prosaic

Longfellow, Kavanagh (1849)

I was thinking to-day how dull and prosaic the study of mathematics is made in our school-books ; as if the grand science of numbers had been discovered and perfected merely to further the purposes of trade.

## 8 something divine in the science of numbers

« Il y a quelque chose de divin dans la science des nombres. Comme Dieu, elle tient la mer dans le creux de sa main. Elle mesure la Terre ; elle pèse les étoiles ; elle illumine l’univers ; elle est loi, elle est ordre, elle est beauté. »

Puis M. Churchill va chercher un livre dans sa bibliothèque. C’est une traduction de la Lilavati de Bhaskara. Il l’ouvre et commence à lire.

### something divine in the science of numbers

Longfellow, Kavanagh (1849)

There is something divine in the science of numbers. Like God, it holds the sea in the hollow of its hand. It measures the earth ; it weighs the stars ; it illumines the universe ; it is law, it is order, it is beauty.

## 9 Lilavati was the name of the author’s daughter

« Lilavati était le nom de la fille de l’auteur. Il paraît que son ascendant astrologique montrait qu’elle était destinée à passer sa vie célibataire et à rester sans enfant. Le père calcula une heure favorable pour la marier. On dit que quand cette heure approcha, il fit venir sa fille et son futur gendre près de lui. Il posa la coupe sur le vase d’eau, et laissa un astrologue pour la surveiller. »

### Lilavati was the name of the author’s daughter

Longfellow, Kavanagh (1849)

Lilavati was the name of the author’s daughter, concerning whom it appeared, from the qualities of the Ascendant at her birth, that she was destined to pass her life unmarried, and to remain without children. The father ascertained a lucky hour for contracting her in marriage. [...] It is said that, when that hour approached, he brought his daughter and his intended son near him. He left the hour-cup on the vessel of water, and kept in attendance a time-knowing astrologer.

## 10 Ghatika Yantra

Il s’agit d’un dispositif de décompte du temps très ancien en Inde, qui est attesté bien avant Bhaskara. On le trouve décrit en particulier par Brahmagupta au septième siècle.

Vous voyez une coupe de cuivre avec un trou au fond. Elle flotte dans un vase plein d’eau, et se remplit petit à petit. La coupe met un certain temps à couler au fond du vase, en général de l’ordre d’une demi-heure.

### Ghatika Yantra

Clepsydre indienne



## 11 a curiosity natural to children

« Mais comme l'arrangement était contraire au destin, il arriva que la fille, par une curiosité naturelle aux enfants, regarda dans la coupe pour voir l'eau monter par le trou ; par hasard, une perle tomba de sa robe dans la coupe, roula jusqu'au trou et arrêta l'eau. »

Et voilà ! l'heure favorable est passée, le destin doit s'accomplir, la fille ne peut plus être mariée, et n'aura pas d'enfant.

### a curiosity natural to children

Longfellow, Kavanagh (1849)

But as the intended arrangement was not according to destiny, it happened that the girl, from a curiosity natural to children, looked into the cup to observe the water coming in at the hole; when by chance a pearl separated from her bridal dress, fell into the cup and, rolling down to the hole, stopped the influx of the water.

## 12 a book of your name

« le père déçu, dit à sa malheureuse fille, je vais écrire un livre qui portera ton nom, qui restera jusqu'à la fin des temps, car un nom honoré est une seconde vie, et le fondement d'une existence éternelle. »

Le problème avec cette magnifique légende, c'est qu'elle n'apparaît qu'en 1587, dans la préface d'une traduction de la Lilavati en persan, faite à la demande de l'empereur mogol Akhbar, par Abu al Fayd Faydi.

Lilavati est bien un prénom indien de fille, encore utilisé de nos jours d'ailleurs ; mais on ignore si Bhaskara a eu une fille. Certains commentateurs expliquent l'origine du nom, en disant que Lilavati est celle à propos de qui le jeu existe, celle qui procure le charme et la satisfaction. Le nom de ce livre est donc bien choisi.

Voici ce que Bhaskara en dit dans l'introduction.

### a book of your name

Longfellow, Kavanagh (1849)

the father, thus disappointed, said to his unfortunate daughter, I will write a book of your name, which shall remain to the latest times, for a good name is a second life, and the groundwork of eternal existence.

## 13 la grâce du jeu

« Je prononce, avec des mots brillants, agréables, aux syllabes réduites, une méthode de bon calcul qui procure une joie vive, et franche, et possède la grâce du jeu. »

La dédicace semble annoncer un livre de poésie.

### la grâce du jeu

Bhāskarā, Lilāvati (1150)

Je prononce, avec des mots brillants, agréables, aux syllabes réduites, une méthode de bon calcul qui procure une joie vive, et franche, et possède la grâce du jeu.

## 14 la tête d'un éléphant de bataille

« Saluez celui dont la tête est celle d'un éléphant de bataille, chez qui la joie du rire est produite sous la forme du bourdonnement des abeilles femelles, heureuses et brillantes dans leurs jeux sur ses tempes étincelantes et la masse de sa trompe terrible, lui chez qui éclôt un lotus de terre, sur le terrain de ses joues furieuses, formé de sa trompe droite barrissante. »

Pourtant le livre est bien une collection de méthodes et de problèmes mathématiques. Voici un de ces problèmes.

## 15 le paon et le serpent

« Au pied d'un poteau de neuf coudées était le terrier d'un serpent. Perché sur le poteau il y avait un paon. Le regard du paon tomba sur sa proie quand le serpent était à 27 coudées du poteau. Filant à la même vitesse que le serpent, à quelle distance du poteau le paon attrape-t-il le serpent ? »

Traduit en français, on ne dirait pas un poème. Pour vous donner une idée de l'original, voici la partie correspondante du manuscrit avec son illustration montrant le paon et le serpent.

## 16 le paon et le serpent

...

## 17 le paon et le serpent

Cet exercice du paon et du serpent, est une application du théorème de Pythagore.

Le théorème de Pythagore était connu des Indiens bien avant Bhaskara, mais lui en donne une démonstration autrement plus courte et plus élégante que celle d'Euclide. Voici ce qu'il dit.

### la tête d'un éléphant de bataille

Bhāskarā, Līlāvātī (1150)

Saluez celui dont la tête est celle d'un éléphant de bataille, chez qui la joie du rire est produite sous la forme du bourdonnement des abeilles femelles, heureuses et brillantes dans leurs jeux sur ses tempes étincelantes et la masse de sa trompe terrible, lui chez qui éclôt un lotus de terre, sur le terrain de ses joues furieuses, formé de sa trompe droite barrissante.

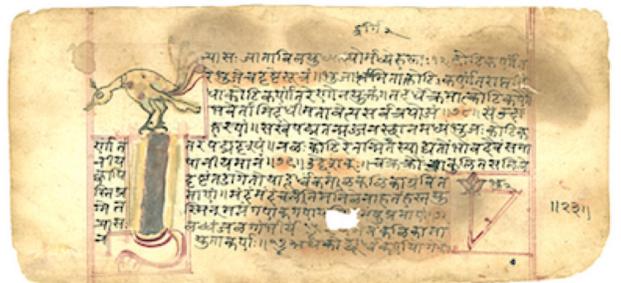
### le paon et le serpent

Bhāskarā, Līlāvātī (1150)

Au pied d'un poteau de neuf coudées était le terrier d'un serpent. Perché sur le poteau il y avait un paon. Le regard du paon tomba sur sa proie quand le serpent était à 27 coudées du poteau. Filant à la même vitesse que le serpent, à quelle distance du poteau le paon attrape-t-il le serpent ?

### le paon et le serpent

Bhāskarā, Līlāvātī (1150)



### le paon et le serpent



## 18 le théorème de Pythagore

« Le produit des deux côtés de l'angle droit, multiplié par deux, augmenté du carré de leur différence devrait être égal à la somme de leurs carrés. Donc, pour faire court, la racine carrée de la somme des carrés des deux côtés de l'angle droit est l'hypoténuse : ainsi c'est démontré. Et sinon, quand on a placé les parties de la figure, il suffit de le voir. »

Mmmh : ça ne ressemble pas vraiment à une démonstration.

## 19 le théorème de Pythagore

Pourtant avec la figure, ça devient très clair. Il y a dans le grand carré de surface  $c^2$ , quatre triangles de surface totale  $2ab$ , et un petit carré oblique de côté  $b-a$ . Faites vos comptes, ça donne bien  $c^2 = a^2 + b^2$ .

Une légende voudrait que Bhaskara se soit contenté du seul mot « Regardez ! » comme démonstration. Ce n'est pas tout à fait vrai, mais il faut reconnaître que sa figure rend le théorème de Pythagore particulièrement simple.

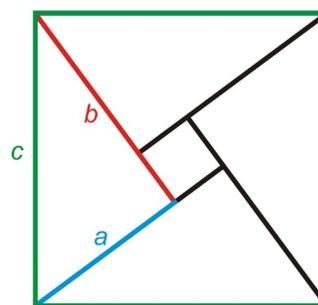
### le théorème de Pythagore

Bhāskarā, Līlāvātī (1150)

Le produit des deux côtés de l'angle droit, multiplié par deux, augmenté du carré de leur différence devrait être égal à la somme de leurs carrés. Donc, pour faire court, la racine carrée de la somme des carrés des deux côtés de l'angle droit est l'hypoténuse : ainsi c'est démontré. Et sinon, quand on a placé les parties de la figure, il suffit de le voir.

### le théorème de Pythagore

Bhāskarā, Līlāvātī (1150)



## 20 avec soixante trois palas de camphre

Croyez-moi, comprendre la Lilavati c'est autrement plus difficile que comprendre Euler ou Cauchy. Je voudrais que vous ayez une pensée reconnaissante pour les chercheurs qui, comme mon ami François Patte, consacrent leur vie à déchiffrer ces textes.

Vous voyez ici un fragment de manuscrit. Souvent, les fragments, écrits sur des matières végétales, sont en plus mauvais état que celui-ci. Il faut commencer par identifier des caractères sanscrits. Puis il faut reconnaître des mots, et faire une traduction littérale. Ensuite commence le plus difficile : Qu'est-ce qu'il a bien pu vouloir dire ?

Comme l'a écrit Bhaskara dans l'introduction, les mots sont choisis pour être brillants, agréables, et courts, c'est-à-dire pour leur valeur poétique. Les textes étaient faits pour être appris par cœur, puis commentés par des maîtres. Ajoutez à cela que les techniques de calcul, et le déroulement de la pensée, étaient très différents des nôtres. Cela rend la compréhension extrêmement longue et difficile.

L'exercice sur ce fragment est le suivant.

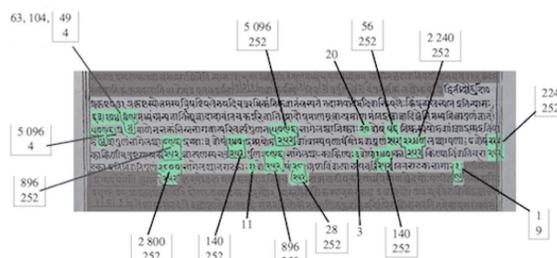
« Si, avec soixante-trois pala de pur camphre, on obtient cent quatre nishka, alors combien en obtient-on avec douze pala et un quart ? Ô mon ami, dis-le après avoir réfléchi ! »

Vous reconnaissez l'énoncé en haut à gauche. 63, puis cent quatre, puis douze et un quart, soit quarante neuf quarts. Faites votre règle de trois, vous trouvez 49 quarts, multiplié par 104, divisé par 63. Avant simplification, ça fait 5096 sur 252, qui est la fraction suivante en haut. Simplifiez par 4 et par 7, il vous reste 182 sur 9, soit vingt et deux neuvièmes. Comme vous le constatez, pour Bhaskara, ce n'est pas si simple !

Alors, profitons simplement de la poésie d'un essaim d'abeilles qui va de fleur en fleur.

### avec soixante trois palas de camphre

Bhāskara, Lilāvati (1150)



## 21 Kadamba

« Ô belle aux yeux de biche ! Le cinquième d'un essaim d'abeilles est allé sur un kadamba, »

### Kadamba



## 22 Śilīndhra

« le tiers sur un silīndhra ; »

Śilīndhra



## 23 Kutaja

« une autre partie, différence des deux multipliée par trois, se balançant, est allée sur un kutaja. »

Kutaja



## 24 Mālati

« Une abeille, ô ma chérie, qu'un même instant frappe du parfum d'une ketakī et d'une malatī, appelée par l'envoyé de sa bien-aimée, tournoie de-ci de-là dans le ciel ; dis le compte de ces abeilles. »

Les abeilles et les fleurs c'est gentil. Parmi les problèmes d'équations linéaires du premier degré à base de fractions, certains sont plus osés.

Mālati



## 25 combien de perles ?

« Le collier de perles d'une dame se casse quand elle commence un jeu amoureux avec son amant. Un tiers des perles tombent sur le sol, un cinquième roule sous le lit, la dame en ramasse un sixième, et son amant un dixième. Sachant que six perles sont restées sur le fil, combien de perles le collier avait-il ? »

Ne croyez pas que la Lilavati de Bhaskara soit un cas isolé. Il nous est resté un autre livre, plus vieux que la Lilavati de trois siècles, dont les exercices sont tout aussi poétiques.

combien de perles ?

Bhāskarā, Lilāvati (1150)

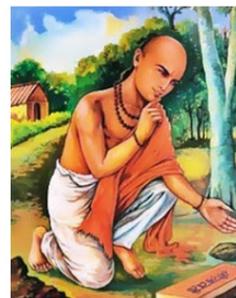
Le collier de perles d'une dame se casse quand elle commence un jeu amoureux avec son amant. Un tiers des perles tombent sur le sol, un cinquième roule sous le lit, la dame en ramasse un sixième, et son amant un dixième. Sachant que six perles sont restées sur le fil, combien de perles le collier avait-il ?

## 26 Mahāvīrāchārya

Il a été écrit par Mahaviracharya, ou le maître Mahavira, qui vivait au neuvième siècle dans le sud de l'Inde.

Mahāvīrāchārya

ix<sup>e</sup> siècle



## 27 une querelle d'amoureux

« Une nuit au printemps, une certaine jeune femme était amoureusement heureuse avec son mari sur le sol d'une belle demeure, blanche comme la lune, et située dans un jardin d'agrément avec des arbres ployant sous la charge des fleurs et des fruits, résonnant du son doux des perroquets, des coucous et des abeilles, qui étaient tous enivrés du miel tiré des fleurs du jardin.

Alors, une querelle d'amoureux survint entre le mari et la femme, le collier de perles de la femme se cassa et tomba au sol. Un tiers des perles atteint la servante, un sixième tomba sur le lit, ensuite la moitié de ce qui resta et encore la moitié de cette moitié etc. six fois, tomba un peu partout. Il resta 1161 perles sur le collier. Si tu sais comment traiter les problèmes de fractions, donne le nombre des perles de ce collier. »

Vous qui savez comment traiter les problèmes de fractions, vous ne manquerez pas de trouver 148 608 perles, ce qui devait être tout de même un peu encombrant. Surtout si on compare au collier de Bhaskara qui ne contenait que 30 perles.

Voici un autre exercice du même Mahavira.

## 28 cinq hommes concupiscent

« Soient cinq hommes concupiscent. Parmi eux trois sont effectivement aimés d'une fille publique. Elle dit à chaque homme séparément : je t'aime, toi seulement. Combien de ses affirmations sont vraies ? »

Il faut déjà comprendre que la dame adresse cinq affirmations à ses cinq soupirants, soit 25 propositions en tout. À chacun elle dit je t'aime, et je n'aime pas les 4 autres.

Conscient de l'importance pratique de la situation, Mahavira donne la solution dans le cas général.

une querelle d'amoureux

Mahāvīra, Ganita-sāra-saṅgraha, ca. 850

Une nuit au printemps, une certaine jeune femme était amoureusement heureuse avec son mari sur le sol d'une belle demeure, blanche comme la lune, et située dans un jardin d'agrément avec des arbres ployant sous la charge des fleurs et des fruits, résonnant du son doux des perroquets, des coucous et des abeilles, qui étaient tous enivrés du miel tiré des fleurs du jardin.

Alors, une querelle d'amoureux survint entre le mari et la femme, le collier de perles de la femme se cassa et tomba au sol. Un tiers des perles atteint la servante, un sixième tomba sur le lit, ensuite la moitié de ce qui resta et encore la moitié de cette moitié etc. six fois, tomba un peu partout. Il resta 1161 perles sur le collier. Si tu sais comment traiter les problèmes de fractions, donne le nombre des perles de ce collier.

cinq hommes concupiscent

Mahāvīra, Ganita-sāra-saṅgraha, ca. 850

Soient cinq hommes concupiscent. Parmi eux trois sont effectivement aimés d'une fille publique. Elle dit à chaque homme séparément : je t'aime, toi seulement. Combien de ses affirmations sont vraies ?

## 29 cinq hommes concupiscent

« Le nombre d'hommes, multiplié par le nombre de ceux qui sont aimés augmenté de un, puis diminué par deux fois le nombre d'hommes aimés, donne le nombre d'affirmations fausses. »

Disons que  $n$  est le nombre total et  $m$  le nombre de ceux que la dame aime effectivement. Mahavira dit que le nombre d'affirmations fausses est  $n$  fois  $(m + 1)$ , moins  $2m$ . Vous pouvez vérifier : il a raison.

## 30 références

Sachant que je ne comprends rien au sanscrit et pas grand chose aux mathématiques indiennes, combien des affirmations de cette histoire sont fausses ?

Il ne vous reste qu'à chercher la réponse dans les traductions de Bhaskara et de Mahavira, ou bien à demander à François Patte.

### cinq hommes concupiscent

Mahāvīra, *Ganita-sāra-saṅgraha*, ca. 850

Le nombre d'hommes, multiplié par le nombre de ceux qui sont aimés augmenté de un, puis diminué par deux fois le nombre d'hommes aimés, donne le nombre d'affirmations fausses.

$n = 5$  hommes au total

$n = 3$  aimés

$n(m + 1) - 2m = 14$  faux

$n^2 - n(m + 1) + 2m = 11$  vrai

### références

- G. G. Joseph (2011) *The crest of the peacock, non-European roots of mathematics*, 3<sup>rd</sup> ed., Princeton : Princeton University Press
- A. Narayanan (2004) *Bhaskaracharya*, <http://www.indiavideo.org>
- F. Patte (2004) L'œuvre mathématique et astronomique de Bhāskarācārya : le Siddhāntaśiromani, volume II. Genève : Droz
- F. Patte (2006) L'algèbre en Inde au XII<sup>e</sup> siècle, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres*, 150(4), 1897–1915
- K. Plofker (2009) *Mathematics in India*, Princeton : Princeton University Press