

0 Le chien d'Alcibiade

Nous partons à la recherche des origines du langage mathématique, de la logique, et des démonstrations.

Nous partons pour la Grèce, plus particulièrement pour Athènes, au siècle de Périclès. L'histoire se passe donc avant Euclide, et même avant Aristote.

histoires de logique

Le chien d'Alcibiade

naissance du langage mathématique



hist-math.fr

Bernard YCART

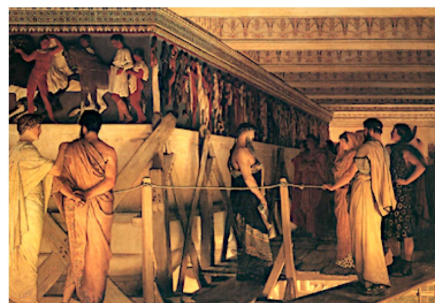
1 Phidias présentant la frise du Parthénon

C'est la période où le sculpteur Phidias achève la décoration du Parthénon, sur l'Acropole. Cette scène prise sur le vif, vingt-trois siècles plus tard, est sans garantie de ressemblance. Elle vous présente les principaux acteurs de notre histoire. Face à Phidias se tient Périclès et à sa droite sa compagne Aspasia. Le jeune homme tout à fait à gauche s'appelle Alcibiade, et le grand brun sur l'épaule duquel il s'appuie, est Socrate.

Notre témoin principal pour cette époque sera Platon. Il est né vers la fin du siècle de Périclès, il avait une trentaine d'années lors du procès de Socrate. Par ses fameux dialogues, nous savons que les relations entre Socrate et Alcibiade étaient tout sauf... platoniques. Voici le début du Protagoras.

Phidias présentant la frise du Parthénon

Lawrence Alma-Tadema (1868)



2 Alcibiade recevant les leçons de Socrate (1776)

« D'où viens-tu, Socrate ? mais faut-il le demander ? c'est de ta chasse ordinaire. Tu viens de courir après le bel Alcibiade. Aussi je t'avoue que l'autre jour que je m'amusai à le regarder, il me parut encore bien beau, quoiqu'il soit déjà homme fait ; car nous pouvons le dire ici entre nous, il n'est plus de la première jeunesse, et il a le menton tout couvert de barbe. »

Première jeunesse ou pas, le bel Alcibiade traînait bien des cœurs après lui, hommes ou femmes indifféremment. Avec ça, enfant gâté, arrogant, vaniteux, ambitieux, et profondément amoral. Quand il se présente ridiculement accoutré et plus qu'à moitié ivre, interrompant grossièrement un banquet, Socrate ne peut que le déplorer.

Alcibiade recevant les leçons de Socrate (1776)

Platon (ca 428-348 av. J.-C.) Protagoras



3 Alcibiade interrompt le banquet (A. Feuerbach 1869)

« Au secours, Agathon ! s'écria Socrate. L'amour de cet homme n'est pas pour moi un médiocre embarras, je t'assure. Depuis l'époque où j'ai commencé à l'aimer, je ne puis plus me permettre de regarder un beau garçon ni de causer avec lui sans que, dans sa fureur jalouse, il ne vienne me faire mille scènes extravagantes, m'injuriant, et s'abstenant à peine de porter les mains sur moi. Ainsi, prends garde qu'ici même il ne se laisse aller à quelque excès de ce genre, et tâche de nous raccommorder ensemble, ou bien protège-moi s'il veut se porter à quelque violence ; car il m'épouvante en vérité avec sa folie et ses emportements d'amour. »

Alcibiade interrompt le banquet (A. Feuerbach 1869)

Platon (ca 428-348 av. J.-C.) Le banquet



4 Socrate arrachant Alcibiade du sein de la volupté

Et les emportements d'amour ne manquaient pas, ce qui a fourni aux peintres nombre de sujets croustillants.

Socrate arrachant Alcibiade du sein de la volupté

François-André Vincent (1791)



5 Socrate venant chercher Alcibiade chez Aspasia

Certains lui ont même prêté une relation avec Aspasia, la propre compagne de Périclès. Ah tiens, Socrate et Alcibiade sont dans l'ombre, tandis que seule la jeune femme et le chien sont éclairés. Serait-ce le chien d'Alcibiade ?

Cette fois-ci, c'est Plutarque qui raconte.

Socrate venant chercher Alcibiade chez Aspasia

Jean-Léon Gérôme (1862)



6 Le chien d'Alcibiade (Victoria Park, Londres)

« Alcibiade avait un chien remarquable par sa taille et par sa beauté, et qui lui avait coûté soixante-dix mines ; il lui fit couper la queue, qui était son plus bel ornement : ses amis lui en firent des reproches, et lui rapportèrent que cette action était généralement blâmée, et faisait mal parler de lui. « Voilà précisément ce que je demandais, leur dit Alcibiade en riant. Tant que les Athéniens s'entretiendront de cela, ils ne diront rien de pis sur mon compte ». »

Faire parler de lui, voilà qui est important ; mais moins encore que séduire en parlant.

Le chien d'Alcibiade (Victoria Park, Londres)

Plutarque (46-125) Vies des hommes illustres



7 La jeunesse d'Alcibiade (Honoré Daumier 1842)

« Il aimait beaucoup mieux ne devoir qu'au charme de son éloquence le crédit et l'autorité qu'il désirait d'acquérir. Il avait un grand talent pour la parole, comme l'attestent les poètes comiques, et surtout le plus grand des orateurs, qui, dans son oraison contre Midias, dit qu'Alcibiade fut l'homme de son temps qui eut le plus d'éloquence. Si nous en croyons Théophraste, écrivain aussi versé dans l'étude de l'histoire et de l'antiquité qu'aucun autre philosophe, Alcibiade était l'orateur le plus habile, à trouver et à imaginer ce qui convenait à son sujet. »

De qui Alcibiade tenait-il une telle éloquence ? Peut-être de Socrate, ou bien de Périclès en personne, qui était son tuteur et l'avait adopté.

La jeunesse d'Alcibiade (Honoré Daumier 1842)
Plutarque (46-125) Vies des hommes illustres

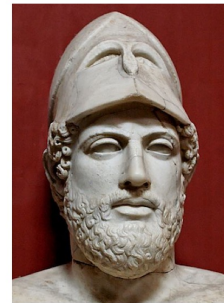


8 Périclès (495–429 av. J.-C.)

Pour vous préciser la période, Périclès serait né autour de la mort de Pythagore, et mort à la naissance de Platon. Il est l'inventeur de la démocratie. Enfin, au moins d'une forme de gouvernement participatif dans les cités-états. N'oubliez pas pour autant notre suffrage universel : les femmes, les esclaves et les étrangers en étaient exclus. Mais tout de même, c'était une nouveauté que de demander leur avis à tous les citoyens, et non plus seulement à quelques aristocrates.

Le corollaire de cette nouvelle organisation était une importance accrue donnée à la parole. Périclès lui-même était avant tout un grand orateur. Son discours en l'honneur des Athéniens tombés au combat est resté célèbre, grâce à Plutarque.

Périclès (495–429 av. J.-C.)



9 Oraison funèbre de Périclès

« Samos abattue, Périclès revint à Athènes. Là, il célébra avec pompe les funérailles des guerriers morts dans la guerre ; et, suivant l'usage, il prononça leur éloge funèbre, aux applaudissements de tous. Lorsqu'il descendit de la tribune, les femmes lui tendaient les mains, et elles lui jetaient des couronnes et des bandelettes, comme à un athlète vainqueur. »

Un athlète vainqueur : c'est bien d'un combat qu'il s'agit ! Dans la nouvelle organisation par assemblées de citoyens, entre l'Aréopage et l'Acropole, celui qui sait parler, qui sait emporter la conviction, acquiert du même coup le pouvoir. Écoutez le grand spécialiste de la pensée grecque, Jean-Pierre Vernant.

Oraison funèbre de Périclès

Plutarque (ca 46–125) Vies des hommes illustres

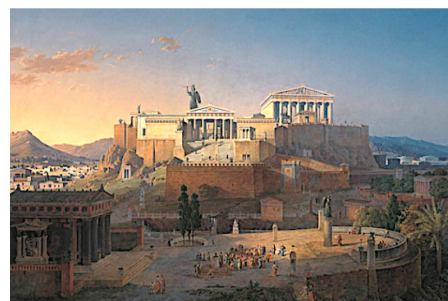


10 Aréopage et Acropole

« Ce qu'implique le système de la *polis*, c'est d'abord une extraordinaire prééminence de la parole sur tous les autres instruments du pouvoir. Elle devient l'outil politique par excellence, la clé de toute autorité dans l'État, le moyen de commandement et de domination sur autrui. [...] La parole n'est plus le mot rituel, la formule juste, mais le débat contradictoire, la discussion, l'argumentation. Elle suppose un public auquel elle s'adresse comme à un juge qui décide en dernier ressort, à mains levées, entre les deux partis qui lui sont présentés ; c'est ce choix purement humain qui mesure la force de persuasion respective des deux discours, assurant la victoire d'un des orateurs sur son adversaire. »

Aréopage et Acropole

J.-P. Vernant, Origines de la pensée Grecque (1962)



11 Agora depuis l'Aréopage

Un nouveau métier apparaît alors : professeur d'éloquence. On les appelle des « sophistes ». À l'origine, un sophiste est quelqu'un qui sait, mais surtout qui sait dire. Le problème est que nous n'en connaissons que ce que Platon nous en dit. Il les met en scène dans plusieurs dialogues, pour les opposer à Socrate, qui, bien sûr sort toujours vainqueur de ces confrontations. Que reproche-t-on aux sophistes ? Entre autres leur vénalité.

Agora depuis l'Aréopage



12 l'art de gagner de l'argent par la discussion

« Il résulte de tout ce que nous venons de dire, que par la sophistique il faut entendre l'art de s'approprier, d'acquérir avec violence, [...] un salaire payable en argent comptant, et qui prend, par l'appât trompeur de la science, des jeunes gens riches et de distinction.

[...] Ainsi l'art du sophiste n'est autre chose que l'art de gagner de l'argent par la discussion, qui lui-même fait partie de celui de la dispute, de la controverse, des combats et par conséquent de l'art d'acquérir, comme déjà nous l'avons trouvé. »

Cette caricature cache un reproche de fond. Les sophistes, selon Platon, ne sont intéressés que par la victoire, ils sont prêts à défendre n'importe quelle cause, n'importe quelle opinion. Peu importe qu'elle soit vraie ou fausse, qu'elle soit juste ou inique, qu'elle soit vertueuse ou immorale. Écoutez encore Socrate.

l'art de gagner de l'argent par la discussion

Platon (ca 328-348 av. J.-C.) Le sophiste

Il résulte de tout ce que nous venons de dire, que par la sophistique il faut entendre l'art de s'approprier, d'acquérir avec violence, [...] un salaire payable en argent comptant, et qui prend, par l'appât trompeur de la science, des jeunes gens riches et de distinction.

[...] Ainsi l'art du sophiste n'est autre chose que l'art de gagner de l'argent par la discussion, qui lui-même fait partie de celui de la dispute, de la controverse, des combats et par conséquent de l'art d'acquérir, comme déjà nous l'avons trouvé.

13 pour me déposséder de mon bien et de la vérité

« Tu es admirable de prétendre me réfuter avec des arguments de rhétorique, comme ceux qui croient faire la même chose devant les tribunaux. Là en effet un avocat s' imagine en avoir réfuté un autre, lorsqu'il a produit un grand nombre de témoins distingués pour appuyer ce qu'il avance, et que sa partie adverse n'en a produit qu'un seul, ou point du tout. Mais ce mode de réfutation ne sert de rien pour découvrir la vérité.

[...] Je suis, quoique seul, d'un autre avis : car tu ne dis rien qui m'oblige d'en changer, et tu ne fais que produire contre moi une foule de faux témoins pour me déposséder de mon bien et de la vérité. »

pour me déposséder de mon bien et de la vérité

Platon (ca 328-348 av. J.-C.) Le sophiste

Tu es admirable de prétendre me réfuter avec des arguments de rhétorique, comme ceux qui croient faire la même chose devant les tribunaux. Là en effet un avocat s' imagine en avoir réfuté un autre, lorsqu'il a produit un grand nombre de témoins distingués pour appuyer ce qu'il avance, et que sa partie adverse n'en a produit qu'un seul, ou point du tout. Mais ce mode de réfutation ne sert de rien pour découvrir la vérité.

[...] Je suis, quoique seul, d'un autre avis : car tu ne dis rien qui m'oblige d'en changer, et tu ne fais que produire contre moi une foule de faux témoins pour me déposséder de mon bien et de la vérité.

14 Masques de comédie et de tragédie (ca 250)

Notre perception est forcément biaisée. Sophiste, sophisme, sophistique, tous ces mots ont pour nous une connotation péjorative, à cause de Platon. Par contre, nous révérons les vrais philosophes, Socrate en tête. Mais la perception des contemporains était différente. Nous le savons, grâce à Aristophane. C'est un peu le Molière du temps. La pièce qui nous intéresse a pour titre « Les Nuées ».

Un vieillard, Strepsiade, a des dettes, dont il aimerait bien se débarrasser sans payer, grâce au « philosophoir des âmes sages ».

15 de profonds penseurs, beaux et bons

« STREPSIADE. [...] Là sont logés des hommes qui disent et démontrent que le ciel est un étouffoir, dont nous sommes entourés, et nous, des charbons. Ils enseignent, si on leur donne de l'argent, à gagner les causes justes ou injustes.

PHILIPPIDE. Qui sont-ils ?

STREPSIADE. Je ne sais pas exactement leur nom. Ce sont de profonds penseurs, beaux et bons. »

Masques de comédie et de tragédie (ca 250)

Aristophane (ca 445-385 av. J.-C.) Les Nuées



de profonds penseurs, beaux et bons

Aristophane (ca 445-385 av. J.-C.) Les Nuées

STREPSIADE. [...] Là sont logés des hommes qui disent et démontrent que le ciel est un étouffoir, dont nous sommes entourés, et nous, des charbons. Ils enseignent, si on leur donne de l'argent, à gagner les causes justes ou injustes.

PHILIPPIDE. Qui sont-ils ?

STREPSIADE. Je ne sais pas exactement leur nom. Ce sont de profonds penseurs, beaux et bons.

16 on gagne les causes injustes

« PHILIPPIDE. Ah ! oui, les misérables, je les connais. Ce sont des charlatans, des hommes pâles, des va-nu-pieds, que tu veux dire, et, parmi eux, ce maudit Socrate et Chéréphon.

STREPSIADE. Ils disent qu'il y a deux raisonnements : le supérieur et l'inférieur. Ils prétendent que, par le moyen de l'un de ces deux raisonnements, c'est-à-dire de l'inférieur, on gagne les causes injustes. Si donc tu m'y apprenais ce raisonnement injuste, de toutes les dettes que j'ai contractées pour toi, je ne paierais une obole à personne. »

on gagne les causes injustes

Aristophane (ca 445-385 av. J.-C.) Les Nuées

PHILIPPIDE. Ah ! oui, les misérables, je les connais. Ce sont des charlatans, des hommes pâles, des va-nu-pieds, que tu veux dire, et, parmi eux, ce maudit Socrate et Chéréphon.

STREPSIADE. Ils disent qu'il y a deux raisonnements : le supérieur et l'inférieur. Ils prétendent que, par le moyen de l'un de ces deux raisonnements, c'est-à-dire de l'inférieur, on gagne les causes injustes. Si donc tu m'y apprenais ce raisonnement injuste, de toutes les dettes que j'ai contractées pour toi, je ne paierais une obole à personne.

17 Socrate dans son panier

Le personnage comique du sophiste qui tient à Strepsiade les raisonnements les plus grotesques, c'est Socrate. Pour renforcer le trait comique, il se tient dans un panier, d'où il observe les cieux, et écoute ce que lui disent les Nuées. Il dit :

« Je ne pourrais jamais pénétrer nettement dans les choses d'en haut, si je ne suspendais mon esprit, et si je ne mêlais la subtilité de ma pensée avec l'air similaire. Si, demeurant à terre, je regardais d'en bas les choses d'en haut, je ne découvrirais rien. Car la terre attire à elle l'humidité de la pensée. C'est précisément ce qui arrive au cresson. »

Et présentant les Nuées qui l'inspirent :

Socrate dans son panier

Aristophane (ca 445-385 av. J.-C.) Les Nuées



18 une foule de sophistes

« Sache que ce sont elles qui nourrissent une foule de sophistes, des devins de Thourion, des empiriques, des oisifs à bagues qui vont au bout des ongles et à longs cheveux, des fabricants de chants pour les chœurs cycliques, des tireurs d'horoscopes, fainéants, dont elles nourrissent l'oisiveté, parce qu'ils les chantent. »

Et bien sûr, les Nuées ne se font pas faute de retourner le compliment à Socrate.

une foule de sophistes

Aristophane (ca 445-385 av. J.-C.) Les Nuées

Sache que ce sont elles qui nourrissent une foule de sophistes, des devins de Thourion, des empiriques, des oisifs à bagues qui vont au bout des ongles et à longs cheveux, des fabricants de chants pour les chœurs cycliques, **des tireurs d'horoscopes, fainéants, dont elles nourrissent l'oisiveté**, parce qu'ils les chantent.

19 prêtre des plus subtiles niaiseries

« Salut [...] toi, prêtre des plus subtiles niaiseries, dis-nous ce que tu désires. Car nous ne prêtons l'oreille à aucun des sophistes égarés dans les nuages, si ce n'est à Prodicos, à cause de sa sagesse et de son bon sens, et à toi, à cause de ta démarche fière dans les rues, ton regard dédaigneux, tes pieds nus, ta patience à supporter nombre de maux, et l'air de gravité que tu tiens de nous. »

Lisez donc les Nuées : vous allez adorer les dialogues hilariants entre le vieillard malhonnête mais plein de bon sens, et Socrate, jamais en retard d'un raisonnement fumeux.

Ce serait donc à ce bavard, qui « marche dans les airs et contemple le soleil » d'après Aristophane, que nous devrions l'essentiel de la philosophie occidentale, et le raisonnement mathématique en prime ? En un sens, oui. Écoutez à nouveau Jean-Pierre Vernant.

prêtre des plus subtiles niaiseries

Aristophane (ca 445-385 av. J.-C.) Les Nuées

Salut [...] toi, prêtre des plus subtiles niaiseries, dis-nous ce que tu désires. Car nous ne prêtons l'oreille à aucun des sophistes égarés dans les nuages, si ce n'est à Prodicos, à cause de sa sagesse et de son bon sens, et à toi, à cause de ta démarche fière dans les rues, **ton regard dédaigneux, tes pieds nus**, ta patience à supporter nombre de maux, et l'air de gravité que tu tiens de nous.

20 ce sont la rhétorique et la sophistique

« Historiquement, ce sont la rhétorique et la sophistique qui, par l'analyse qu'elles entreprennent des formes du discours en tant qu'instrument de victoire dans les luttes de l'assemblée et du tribunal, ouvrent la voie aux recherches d'Aristote définissant, à côté d'une technique de la persuasion, des règles de la démonstration et posant une logique du vrai, propre au savoir théorique, en face de la logique du vraisemblable ou du probable qui préside aux débats hasardeux de la pratique. »

Parmi les formes innombrables que peut prendre le discours, il en est une qui n'a pas manqué d'attirer l'attention des découvreurs. C'est celle qui rend la contradiction impossible : la démonstration mathématique rigoureuse. Quand on lui assène une démonstration, l'interlocuteur n'a que deux possibilités : soit il ne comprend pas auquel cas il a perdu parce qu'il est un imbécile, soit il comprend auquel cas il est d'accord et son interlocuteur a gagné. Que peut-on rêver de plus efficace ?

ce sont la rhétorique et la sophistique

J.-P. Vernant, Origines de la pensée Grecque (1962)

Historiquement, ce sont la rhétorique et la sophistique qui, par l'analyse qu'elles entreprennent des formes du discours en tant qu'instrument de victoire dans les luttes de l'assemblée et du tribunal, ouvrent la voie aux recherches d'Aristote définissant, à côté d'une technique de la persuasion, **des règles de la démonstration et posant une logique du vrai**, propre au savoir théorique, en face de la logique du vraisemblable ou du probable qui préside aux débats hasardeux de la pratique.

21 Carrés et losanges

Sauf que les premières démonstrations mathématiques rigoureuses n'ont pas été inventées par les Grecs. Elles leur ont été transmises par les Babyloniens et les Égyptiens. Il y a des chances que les toutes premières argumentations irréfutables aient consisté en des découpages de figures, je vous en parle ailleurs. L'argument consistant à dire que des morceaux de plan réagencés conservent la même surface totale, même s'il n'est pas strictement formalisé, a toujours été considéré comme imparable, dans toutes les civilisations qui ont développé des mathématiques.

Il est à la base du développement de l'algèbre par les Mésopotamiens, plus d'un millénaire avant Pythagore. Parmi les raisonnements de découpages, un des plus simples est le théorème de Pythagore pour un triangle isocèle. Le carré construit sur la diagonale a une surface double de celle du carré initial. Les figures de cette tablette l'illustrent. On le retrouve aussi dans les Shulba-Sutras hindous, là encore bien longtemps avant Pythagore.

Carrés et losanges

British Museum BM15285 (ca 1800 av. J.C.)



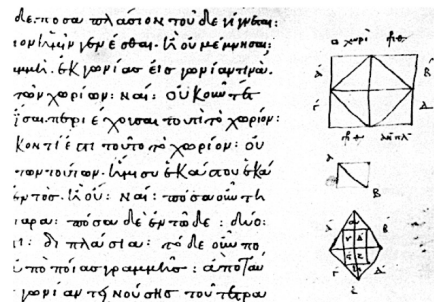
22 Ménon (Wien ÖNB, Suppl. gr. 7 X^e siècle)

Platon en a fourni la première version rédigée. Le Ménon est un dialogue dans lequel Socrate fait découvrir le théorème à un esclave qui ne peut qu'acquiescer à tout ce que Socrate lui assène. Et effectivement l'argumentation, si elle n'est pas mathématiquement formalisée à notre sens, est parfaitement rigoureuse, et bien sûr irréfutable.

Un autre dialogue de Platon, le Parménide, contient la première démonstration par récurrence de l'histoire. Elle est tout aussi rigoureuse.

Ménon (Wien ÖNB, Suppl. gr. 7 X^e siècle)

Platon (ca 428-348 av. J.C.)



23 Parménide

« – Il faut, pour le contact, au moins deux choses. – Oui.
– Si entre deux choses il s'en trouve une troisième à la suite de l'une et de l'autre, il y aura trois choses, mais seulement deux contacts. – Oui.
– Et chaque fois qu'on ajoute une chose, s'ajoute un nouveau contact, et toujours il y a un contact de moins qu'il n'y a de choses qui se touchent. [...] car on n'ajoute jamais pour une chose qu'un seul contact. – Fort bien.
– Donc, quel que soit le nombre des choses, le nombre des contacts sera toujours plus petit d'une unité. – Oui. »

Comme je vous l'ai déjà raconté, il faudra vingt siècles pour que la rigueur de ce raisonnement soit acceptée.

Parménide

Platon (ca. 428-348 av. J.C.)

– Il faut, pour le contact, au moins deux choses. – Oui.
– Si entre deux choses il s'en trouve une troisième à la suite de l'une et de l'autre, il y aura trois choses, mais seulement deux contacts. – Oui.
– Et chaque fois qu'on ajoute une chose, s'ajoute un nouveau contact, et toujours il y a un contact de moins qu'il n'y a de choses qui se touchent. [...] car on n'ajoute jamais pour une chose qu'un seul contact. – Fort bien.
– Donc, quel que soit le nombre des choses, le nombre des contacts sera toujours plus petit d'une unité. – Oui.

24 Statue de Périclès à Athènes

Alors, quelle est la part du mythe, et quelle est la part de la vérité historique ? Qu'est-ce que le langage mathématique doit vraiment à la Grèce de Périclès ? Serait-il la forme la plus aboutie de la rhétorique des sophistes, comme le croient certains ?

Statue de Périclès à Athènes

Périclès (495–429 av. J.-C.)



25 dans quelques ports de l'ancienne Grèce

« La science est née pour nous, dans quelques ports de l'ancienne Grèce, d'hommes qui aimaient se poser des questions et discuter sur les phénomènes célestes comme sur les problèmes de la cité, sur la manière de convaincre l'autre et parfois soi-même, et ainsi sur les pouvoirs, les prestiges et les pièges du langage, sur l'adéquation de l'esprit au monde. Parmi ces hommes, certains ne se satisfaisaient pas d'histoire ou de jeux verbaux, encore moins de l'autorité donnée à l'autre par une rhétorique convenue. »

dans quelques ports de l'ancienne Grèce

A. Lichnérowicz, *Universalité des mathématiques et compréhension du réel* (1987)

La science est née pour nous, dans quelques ports de l'ancienne Grèce, d'hommes qui aimaient se poser des questions et discuter sur les phénomènes célestes comme sur les problèmes de la cité, sur la manière de convaincre l'autre et parfois soi-même, et ainsi sur les pouvoirs, les prestiges et les pièges du langage, sur l'adéquation de l'esprit au monde. Parmi ces hommes, certains ne se satisfaisaient pas d'histoire ou de jeux verbaux, encore moins de l'autorité donnée à l'autre par une rhétorique convenue.

26 un discours cohérent et contraignant pour l'autre

« Ils conçurent le projet d'un type de discours sans quiproquo ni malentendu, un discours cohérent et contraignant pour l'autre quel qu'il soit, citoyen ou esclave, grec, métèque ou barbare, un discours capable, par sa forme même, d'interdire le refus de son contenu. De tels discours, ils réalisèrent quelques exemples d'abord locaux, mais fonctionnant clairement. Les mathématiques étaient nées avec la notion de démonstration. »

Ça, c'est le mythe. Ce que certains mathématiciens ont tenté de faire croire. Lesquels ? L'auteur de cette citation, André Lichnérowicz était aussi responsable de la commission chargée de la réforme des mathématiques modernes, de sinistre réputation. Pour rafraîchir la mémoire des plus âgés, et faire rigoler un peu les autres, voici la définition de la droite affine élaborée par ladite commission, à destination des élèves de quatrième. Elle a eu les honneurs du Canard Enchaîné, le 2 décembre 1970.

un discours cohérent et contraignant pour l'autre

A. Lichnérowicz, *Universalité des mathématiques et compréhension du réel* (1987)

Ils conçurent le projet d'un type de discours sans quiproquo ni malentendu, un discours cohérent et contraignant pour l'autre quel qu'il soit, citoyen ou esclave, grec, métèque ou barbare, un discours capable, par sa forme même, d'interdire le refus de son contenu. De tels discours, ils réalisèrent quelques exemples d'abord locaux, mais fonctionnant clairement. Les mathématiques étaient nées avec la notion de démonstration.

27 l'affine enivrante

« Un ensemble D est appelé droite affine réelle, lorsqu'à tout couple R de points distincts de D est associée une bijection unique de D sur l'ensemble des réels, etc. »

Comme le dit le journaliste, pour pondre des trucs comme ça à l'usage de gosses de quatrième, il faut être rudement fort en maths. Mais peut-être rien qu'en maths.

En tout cas, pas en histoire. Non, la rigueur mathématique n'est pas née en Grèce. Elle s'est développée graduellement, partout où les mathématiques sont apparues. Par contre, une certaine forme de rédaction des mathématiques, la présentation axiomatique-déductive, est bien due à Euclide, environ deux siècles après Socrate. Je vous raconte ailleurs comment les *Éléments* d'Euclide sont restés longtemps un standard d'exposition, mais aussi comment ils ont été graduellement remis en question.

Parmi les remises en question, celle de Clairaut fait jouer un rôle particulier aux sophistes.

28 pour fermer la bouche à la chicane

« Ce géomètre avait à convaincre des Sophistes obstinés, qui se faisaient gloire de se refuser aux vérités les plus évidentes : il fallait donc qu'alors la géométrie eût, comme la logique, le secours des raisonnements en forme, pour fermer la bouche à la chicane. Mais les choses ont changé de face. Tout raisonnement qui tombe sur ce que le bon sens seul décide d'avance, est aujourd'hui en pure perte, et n'est propre qu'à obscurcir la vérité, et à dégoûter les lecteurs. »

Certains sont allés beaucoup plus loin dans leur critique du formalisme. Pour une vision réaliste des mathématiques telles qu'elles sont, et non telles que certains voudraient les présenter, je vous conseille la lecture rafraîchissante de « Preuves et réfutations », par Imre Lakatos.

29 An authoritarian air is secured for the subject

« Dans le style déductiviste, toute proposition est vraie, toute inférence valide. Les mathématiques sont présentées comme un ensemble toujours plus vaste de vérités éternelles et immuables. Contre-exemples, réfutations, critiques ne peuvent y pénétrer. On donne un air d'autorité au sujet en commençant par des définitions déguisées, à l'épreuve des monstres, et issues de la démonstration. Ensuite le théorème dans sa forme définitive, fait disparaître la conjecture primitive, les réfutations et la critique de la preuve. Le style déductiviste cache la lutte, dissimule l'aventure. L'histoire toute entière disparaît. Les essais successifs de formulation du théorème au cours de la procédure de démonstration sont voués à l'oubli, tandis que le résultat final est exalté, élevé à une infaillibilité sacrée. »

l'affine enivrante

Le Canard Enchaîné (2 décembre 1970)



L'affine enivrante

EXTRAIT du projet misonni, au ministère de l'Éducation québécois, par la commission des programmes de mathématiques pour la classe de 4^e des lycées et pour le début du cours de géométrie :

« Structure affine sur une droite :

« Un ensemble D est appelé droite affine réelle lorsqu'à tout couple $R = (a, b)$ de points distincts de D est associée une bijection unique f_R de D sur l'ensemble des points réels vérifiant $f_R(a) = 0$, $f_R(b) = 1$, et cela de telle manière que si R' est un autre couple de points distincts de D , il existe deux nombres réels α et β tels que l'on ait pour tout point M de D :

$f_{R'}(M) = \alpha f_R(M) + \beta$.

Un tel couple R s'appelle un repère de D et $f_R(M)$ l'abscisse de M dans ce repère. »

Archimède, alors / pour pondre des trucs comme ça, à l'usage de gosses de 4^e, il faut être rudement fort en maths. Mais peut-être rien qu'en maths...

Le Huron.

pour fermer la bouche à la chicane

Clairaut, *Éléments de Géométrie* (1741)

Ce géomètre avait à convaincre des Sophistes obstinés, qui se faisaient gloire de se refuser aux vérités les plus évidentes : il fallait donc qu'alors la Géométrie eût, comme la Logique, le secours des raisonnements en forme, pour fermer la bouche à la chicane. Mais les choses ont changé de face. Tout raisonnement qui tombe sur ce que le bon sens seul décide d'avance, est aujourd'hui en pure perte, et n'est propre qu'à obscurcir la vérité, et à dégoûter les Lecteurs.

An authoritarian air is secured for the subject

I. Lakatos, *Proofs and Refutations* (1976)

In deductivist style, all propositions are true and all inferences valid. Mathematics is presented as an ever-increasing set of eternal, immutable truths. Counterexamples, refutations, criticism cannot possibly enter. An authoritarian air is secured for the subject by beginning with disguised monster-barring and proof-generated definitions and with the fully-fledged theorem, and by suppressing the primitive conjecture, the refutations, and the criticism of the proof. Deductivist style hides the struggle, hides the adventure. The whole story vanishes; the successive tentative formulations of the theorem in the course of the proof-procedure are doomed to oblivion while the end result is exalted into sacred infallibility.

30 références

Je suis pas sûr que l’infailibilité sacrée ait été le problème d’Alcibiade quand il est arrivé ivre à ce fameux banquet. Voici le début de son discours à Socrate :

« Je t’engage, si ce que je dis n’est pas vrai, à m’interrompre tant qu’il te plaira, et à relever mes mensonges. Du moins n’en dirai-je aucun sciemment. Que si, dans mes souvenirs, je passe d’une chose à l’autre sans beaucoup de suite, il ne faut pas t’en étonner. En l’état où je suis, il n’est pas trop aisé de rendre compte clairement et avec ordre de tes originalités. »

Allez, je vous propose de lever notre kylix de nectar à la santé du langage mathématique !

références

- J.-M. Charrue (2007) La démonstration, *Le Portique*, 5, 1–10
- J. de Romilly (1995) *Alcibiade, ou les dangers de l’ambition*, Paris : de Fallois
- S. Dubel, A.-M. Favreau-Linder, E. Oudot dir. (2015) *À l’école d’Homère : la culture des orateurs et des sophistes*, Paris : Éditions Rue d’Ulm
- P. O’Grady ed. (2008) *The sophists : an introduction*, London : Bloomsbury
- P. Remacle et al. (2004) *Site de l’antiquité grecque et latine du moyen-âge*, remacle.org
- J.-P. Vernant (1962) *Les origines de la pensée grecque*, Paris : Presses Universitaires de France