

0 Les héritiers d'Euclide

Depuis le temps que je vous en parle, qu'est ce que je vais bien pouvoir vous raconter de neuf sur Euclide ?

1 Euclide (1945)

Que l'on ne sait pratiquement rien sur sa vie ? C'est comme d'habitude chez les Grecs. Que l'on n'a aucune représentation fiable ? Même chose. Tant vaut choisir ce portrait imaginé par Max Ernst : il vous plaît ?

Ah mais attendez, si Max Ernst a choisi de représenter Euclide avec un visage en forme de pyramide, c'est bien qu'il savait que tout un chacun comprendrait immédiatement l'association entre Euclide et la géométrie. Cela dure depuis vingt-trois siècles !

Alors, plutôt que de vous parler d'Euclide sans rien savoir de certain, plutôt que de survoler les centaines de pages des *Éléments* sans rien approfondir, j'ai plutôt envie de vous raconter la postérité d'Euclide.

Mais que cela ne vous empêche pas de vous plonger dans les versions des *Éléments* que vous avez en ligne.

2 Traduction des *Éléments* en arabe (x^e siècle)

Les témoignages abondent sur l'importance des éléments d'Euclide dans la formation des mathématiciens arabes. Cette traduction provient de la Maison de la Sagesse, elle a été révisée par Thabit Ibn Qurra en personne.

Thabit ibn Qurra avait été recruté par les frères Banu Musa comme traducteur à Bagdad. Les trois frères Banu Musa ne se distinguent que rarement entre eux. Il existe pourtant un traité, écrit par Muhammad et Ahmad, dans lequel ils reconnaissent la supériorité du troisième, al-Hassan, en géométrie.

histoires de géométrie

Les héritiers d'Euclide

postérité des *Éléments*



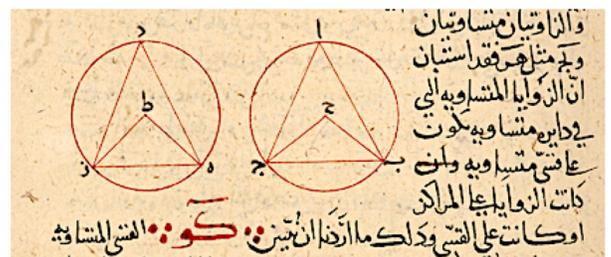
hist-math.fr

Bernard YCART

Euclide (1945)
Max Ernst (1891-1976)



Traduction des *Éléments* en arabe (x^e siècle)
Oxford, Bodleian Library, MS Thurston 11



3 Lemmes au livre des coniques

« Grâce à sa puissance dans la discipline de la géométrie et sa supériorité en celle-ci, il a été possible à al-Ḥasan ibn Mūsā d'étudier la discipline de la section du cylindre lorsque celui-ci est coupé par un plan non parallèle à sa base [...] »

Eh bien d'après un biographe, cet al-Hasan n'aurait lu que les six premiers livres d'Euclide. Oh tout de même ! Bien sûr, le sultan al-Mamun n'avait pas manqué de lui reprocher de n'avoir pas terminé la lecture d'un ouvrage aussi fondamental. Mais al-Hasan était capable de retrouver tout seul le contenu des autres livres, alors il avait pu se faire pardonner.

Pour le témoignage suivant, nous faisons un bond de quatre siècles, et nous nous rendons de l'autre côté du monde arabe, à Marrakech. Le sujet est Ibn Munim al-Abdari, qui vivait au début du treizième siècle. Il est resté dans l'histoire comme un des tout premiers combinatoriciens.

4 Ibn Munim al-Abdarī (ca 1160–1228)

« On rapporte au sujet de sa passion pour la géométrie qu'il ne dormait pas des nuits entières, jusqu'à ce qu'il passe en revue le livre des *Éléments* d'Euclide, commençant par la dernière proposition qu'il contient et allant à reculons vers celle qui la précède et ainsi de suite jusqu'à la première proposition puisque la compréhension de chaque proposition est basée sur la compréhension de celle qui la précède. Il était célèbre et connu pour cela. »

5 Traduction de Naṣīr al Dīn al-Tūsī (1201–1274)

Les plus grands savants arabes ont étudié Euclide : non seulement les frères Banu Musa, et Thabit Ibn Qurra à Bagdad, mais après eux al-Haytham, al-Biruni, et bien sûr al-Tusi. Ceci est tiré d'un manuscrit de la version d'al-Tusi. Les annotations que vous voyez dans la marge à gauche sont écrites en syriaque.

Lemmes au livre des coniques

Muhammad, Ahmad Banū Mūsā, (ca. 820–870)

Grâce à sa puissance dans la discipline de la géométrie et sa supériorité en celle-ci, il a été possible à al-Ḥasan ibn Mūsā d'étudier la discipline de la section du cylindre lorsque celui-ci est coupé par un plan non parallèle à sa base [...].

Ibn Munim al-Abdarī (ca 1160–1228)

Abd al-Malik, Biographie

On rapporte au sujet de sa passion pour la géométrie qu'il ne dormait pas des nuits entières, jusqu'à ce qu'il passe en revue le livre des *Éléments* d'Euclide, commençant par la dernière proposition qu'il contient et allant à reculons vers celle qui la précède et ainsi de suite jusqu'à la première proposition puisque la compréhension de chaque proposition est basée sur la compréhension de celle qui la précède. Il était célèbre et connu pour cela.

Traduction de Naṣīr al Dīn al-Tūsī (1201–1274)

Qatar Add MS23387

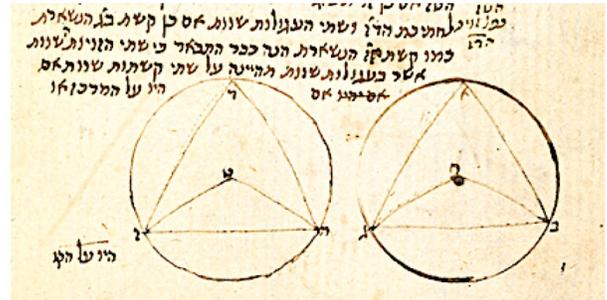


6 Traduction en hébreu

Cela prouve bien que dans l'empire multiculturel qu'avaient fondé les descendants du Prophète, les Éléments d'Euclide ont été compris et traduits dans d'autres langues que l'arabe. Vous voyez ici une version médiévale en hébreu.

Traduction en hébreu

Bodleian, MS Hunt. 46



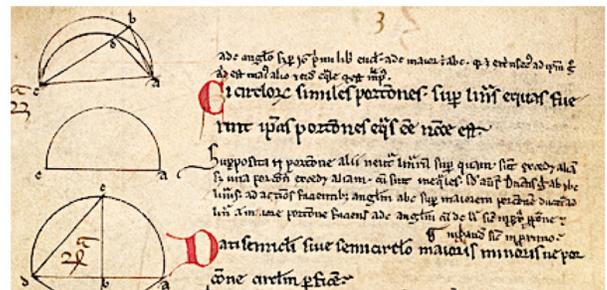
7 Traduction en latin (XIII^e siècle)

Pendant le Moyen-Âge européen, alors que l'héritage grec en arithmétique et en musique avait été transmis par les livres de Boèce, il ne semble pas que les éléments d'Euclide aient fait l'objet d'un enseignement systématique.

Ils n'avaient pas pour autant disparu. Dans la « Géométrie » faussement attribuée à Boèce et datant probablement des successeurs de Gerbert au onzième siècle, on trouve les propositions des trois premiers livres d'Euclide, mais sans les démonstrations.

Traduction en latin (XIII^e siècle)

Bodleian, MS Savile 19



8 Preclarissimus liber elementorum Euclidis

À la Renaissance, les Éléments sont un des tous premiers livres de mathématiques à être imprimés. L'édition est soignée, avec de nombreuses gravures sur bois. La base du texte est une traduction de l'arabe par Adelard de Bath, que Campanus de Novare avait réécrite et commentée.

Jusque vers le milieu du seizième siècle, les Éléments vont rester un écrit savant. La transition vers un véritable outil d'enseignement date de la seconde moitié du seizième. Selon les pays, elle a été incarnée avec plus ou moins de vigueur. Je vais vous présenter deux cas, l'Angleterre et la France, et surtout deux personnages que je crois représentatifs de leur époque, John Dee et Pierre de la Ramée.

Preclarissimus liber elementorum Euclidis

Campanus de Novare (1220-1296)



9 The elements of geometrie (1570)

Voici la toute première traduction des *Éléments* d'Euclide en anglais.

« Fidèlement, pour la première fois traduite en Anglais par Henry Billingsley, citoyen de Londres.

Avec une préface très féconde par Monsieur John Dee, décrivant les sciences mathématiques, dans laquelle certains secrets nouveaux, mathématiques et mécaniques sont dévoilés. »

Le moins qu'on puisse dire, c'est que la gravure de première page est particulièrement fouillée. On y voit entre autres Hipparque prendre une visée avec un quart de cercle, Ptolémée la main sur un globe terrestre, les quatre parties du quadrivium personnifiées par quatre jeunes dames, et tout en bas le Dieu Mercure tenant le caducée des alchimistes. Mais pourquoi l'alchimie est-elle associée à Euclide ?

Vous vous souvenez de Cardan ? Je vous raconte ailleurs les multiples facettes de son talent scientifique. John Dee est le pendant anglais de Cardan. Il signe une copieuse préface à ce livre, lui accordant ainsi toute sa caution scientifique.

The elements of geometrie (1570)

H. Billingsley (ca 1530–1606), John Dee (1527–1608)



10 John Dee faisant une expérience devant Elizabeth I

Sa position, Dee la doit à la confiance d'Elizabeth première, dont il est l'astrologue officiel en même temps que l'alchimiste et l'expert scientifique. C'était encore une époque où la distinction entre magie et science, entre astrologie et astronomie, n'était pas passée dans les mœurs.

John Dee faisant une expérience devant Elizabeth I

Henry Gillard Glindoni (1852–1913)



11 John Dee et Edward Kelley pratiquant la nécromancie

En plus de l'astrologie, de l'alchimie et de la magie, Dee pratique volontiers la nécromancie, et utilise les services de plusieurs médiums pour communiquer avec l'au-delà et dialoguer avec les anges.

Il était donc particulièrement qualifié pour recommander l'apprentissage des *Éléments* d'Euclide aux universités britanniques.

John Dee et Edward Kelley pratiquant la nécromancie



12 Pierre de la Ramée (1515-1572)

L'homologue français de John Dee est de douze ans plus âgé. Mais tandis que Dee était un savant typique de la Renaissance, Pierre de la Ramée, dans son humanisme philosophique, annoncerait parfois le siècle des lumières. Jugez plutôt :

« Allumons ce feu descendu de cette lampe céleste, libérons-nous de nos liens, élevons-nous au-dessus de ces ténèbres que font des ombres et brisons les images, méditons la vérité. »

Ou bien encore : « En vérité, je désire que chacun possède son libre jugement : et je ne me suis jamais arrogé la liberté de penser sans la concéder volontiers aux autres. »

On dirait Voltaire, vous ne trouvez pas ? D'ailleurs Voltaire ne s'y est pas trompé et l'a dûment encensé comme précurseur, deux siècles plus tard. Mais quand il s'agit d'Euclide, Pierre de la Ramée ne philosophe plus.

Pierre de la Ramée (1515-1572)



13 appliquer la logique aux quinze livres d'Euclide

« Pendant quatre ans, je m'appliquai à des sciences que l'Académie de Paris avait toujours négligées et qui, en grande partie, n'avaient été enseignées par personne avant moi dans cette chaire. J'avais entrepris d'appliquer la logique aux quinze livres d'Euclide. Je me mis à l'œuvre sans m'inquiéter de la redoutable obscurité des mathématiques, et j'arrivai promptement jusqu'au dixième livre d'Euclide. Là, [...], je trouvai tant de difficultés [...], qu'un jour, après avoir longtemps cherché une démonstration qui m'échappait, étant resté une heure immobile, je sentis dans les nerfs du col une sorte d'engourdissement ; je rejetai bien loin la règle et le compas, et je m'indignai contre les mathématiques, qui donnent tant de mal à ceux qui les étudient et qui les aiment. »

Le dixième livre d'Euclide a toujours été la bête noire : Euclide y développe une sorte d'algorithmique des quantités irrationnelles, extrêmement obscure, et il faudra toute la dextérité des algébristes arabes, puis de Simon Stevin, pour y voir un peu plus clair. Mais, ça, je vous le raconte ailleurs. Le tout est que Pierre de la Ramée ose, dans ses *Scholarum mathematicarum*, critiquer Euclide ouvertement. Kepler s'insurge, dans les *Harmonies du Monde*.

appliquer la logique aux quinze livres d'Euclide

Pierre de la Ramée (1515-1572)

Pendant quatre ans, je m'appliquai à des sciences que l'académie de Paris avait toujours négligées et qui, en grande partie, n'avaient été enseignées par personne avant moi dans cette chaire. J'avais entrepris d'appliquer la logique aux quinze livres d'Euclide. Je me mis à l'œuvre sans m'inquiéter de la redoutable obscurité des mathématiques, et j'arrivai promptement jusqu'au dixième livre d'Euclide. Là, [...], je trouvai tant de difficultés [...], qu'un jour, après avoir longtemps cherché une démonstration qui m'échappait, étant resté une heure immobile, je sentis dans les nerfs du col une sorte d'engourdissement ; je rejetai bien loin la règle et le compas, et je m'indignai contre les mathématiques, qui donnent tant de mal à ceux qui les étudient et qui les aiment.

14 Harmonices Mundi (1619)

Le paragraphe est résumé à droite : « la critique injuste et ignorante de Pierre de la Ramée contre Euclide ».

« La colère d'un critique irrité et hostile se tourne contre Euclide comme s'il était en procès : le dixième Livre d'Euclide est condamné à l'atroce supplice de n'être pas lu, craignant peut-être, s'il était lu et compris, qu'il ne dévoile les secrets de la philosophie. »

Il faut bien reconnaître que Pierre de la Ramée n'avait pas l'habitude de mâcher ses mots. Encore, sa critique d'Euclide n'était pas ce qui lui avait valu le plus d'ennemis. Il y avait eu avant sa critique d'Aristote, en un temps où l'université française était encore largement imprégnée de scolastique.

Surtout, il y avait son obstination à promouvoir, en tant que doyen de l'université de Paris, un enseignement de qualité, et à en écarter tous les incompetents.

15 Animadversiones in libros tres (1555)

Au premier rang de ces incompetents, il y a Jacques Charpentier. En 1555, quand paraissent ces remontrances de Jacques Charpentier en trois livres, contre les institutions dialectiques de Pierre de la Ramée, la dispute reste encore dans les limites de la décence académique. Elle va s'envenimer, jusqu'à une joute publique, le 11 mars 1566. Ramus, récent doyen de l'Université met Charpentier au défi... sur Euclide bien sûr.

16 Requête publique (11 mars 1566)

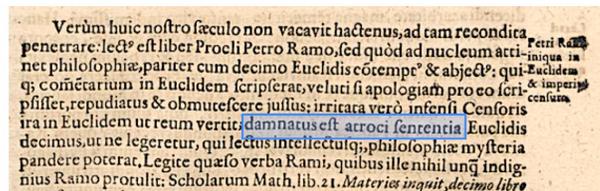
« Je demandai que Jacques Charpentier prit ce livre et s'il savait en démontrer une seule proposition parmi toutes, je serais des siens. Mais il ne fut jamais possible de lui faire dire un seul mot de mathématiques. »

La Ramée s'énerve. « Ce n'est pas moi seul qui m'oppose à votre admission ; ce sont tous les professeurs royaux, et non-seulement ceux-là, mais encore Euclide, Archimède, Ptolémée, et tous les mathématiciens du monde. »

L'arrêt du Parlement ne peut pas suivre complètement Pierre de la Ramée. Il ménage la réputation de Charpentier, parce qu'il est un catholique fervent, et un aristotélicien orthodoxe. Et puis il convient tout de même de tenir compte de la difficulté du sujet.

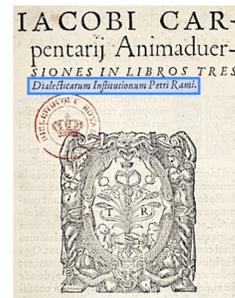
Harmonices Mundi (1619)

Johannes Kepler (1571-1630)



Animadversiones in libros tres (1555)

Jacques Charpentier (1524-1574)



Requête publique (11 mars 1566)

Pierre de la Ramée (1515-1572)

Je présente le livre d'Euclide qui avoit chassé Dampestre... Je fais instance que maistre Jacques Charpentier print ce livre, et s'il sçavoit démontrer une seule proposition de toutes celles qui y sont contenues, que je serois des siens. Jamais ne fut possible par moyen aucun de lui faire parler un seul mot de mathématiques. [...]

Ce n'est pas moi seul qui m'oppose à votre admission ; ce sont tous les professeurs royaux, et non-seulement ceux-là, mais encore Euclide, Archimède, Ptolémée, et tous les mathématiciens du monde.

17 Arrêt du Parlement (11 mars 1566)

« Bien peu de gens ont vu lire Euclide en cette université, bien qu'il ait été expliqué par les soins de la Ramée. Il est vrai qu'il y a eu peu d'auditeurs, car c'est une grande entreprise, dont bien peu de gens ont été capables. »

Qui a gagné ? À court terme, c'est Charpentier. Il a pu continuer d'enseigner, après avoir trafiqué en sa faveur l'arrêt du parlement. Il s'est d'ailleurs ridiculisé assez rapidement et a perdu son auditoire. À plus long terme, Pierre de la Ramée a fini par obtenir ce qu'il souhaitait : que les professeurs nommés à l'université de Paris ne puissent l'être qu'après que l'on se soit assuré de leur compétence. Il est même allé jusqu'à instituer par testament une chaire sur son propre héritage, sous condition que les candidats soient examinés. Cette victoire, il l'a payée très cher.

Arrêt du Parlement (11 mars 1566)

Pierre de la Ramée (1515-1572)

Et ont bien peu de gens veu lire Euclide en ceste université, combien que à la diligence de la Ramée il ait esté esclaircy. Vray est qu'il y a eu peu d'auditeurs, pour estre cette entreprise fort grande et dont **bien peu de gens ont esté capables**.

18 Massacre de la Saint-Barthélémy (août 1572)

Que Pierre de la Ramée, qui n'avait pas caché ses sympathies protestantes, n'ait pas survécu au massacre, c'était malheureusement dans l'ordre des choses. Mais il n'a été assassiné que le surlendemain de la Saint-Barthélémy. On n'a pas pu s'empêcher de penser qu'il s'était attiré par son exigence et son franc-parler, suffisamment d'inimitiés pour que sa disparition laisse beaucoup de suspects ; au premier rang de ces suspects, bien sûr, Jacques Charpentier.

Massacre de la Saint-Barthélémy (août 1572)

François Dubois (1529-1584)

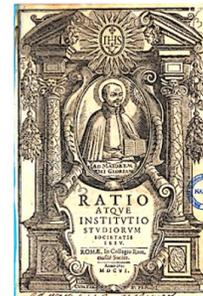


19 Ad majorem Dei gloriam

La véritable victoire posthume de Pierre de la Ramée, c'est paradoxalement ses ennemis catholiques qui vont la lui accorder. Nous l'avons vu se battre pour imposer les éléments d'Euclide à l'université de Paris. Peu après sa mort, la compagnie de Jésus élabore son Ratio Studiorum, ou plan des études, ce plan qui sera suivi pendant un siècle et demi dans tous les collèges jésuites de l'Europe catholique.

Ad majorem Dei gloriam

Societatis Iesu, Ratio Studiorum (1581)



20 Regulae professoris mathematicae

Voici les « règles du professeur de mathématiques ».

« Il devrait passer environ les trois quarts du temps à expliquer les éléments d'Euclide aux étudiants en Physique. Au bout de deux mois, quand ses étudiants seront familiers avec le sujet, il ajoutera un peu de géographie, d'astronomie ou d'une matière semblable que les étudiants écoutent avec plaisir. Cette matière supplémentaire sera enseignée le même jour que les éléments d'Euclide ou en alternance. »

À partir du moment où les *Éléments* d'Euclide font partie du plan des études des Jésuites, il devient difficile de séparer, dans les critiques, les arguments véritablement mathématiques des motivations idéologiques.

21 Antoine Arnauld (1612–1694)

J'ai déjà eu l'occasion plusieurs fois de vous parler d'Antoine Arnauld, de la logique de Port-Royal, et de sa tentative pour réformer l'enseignement de la géométrie. Lui dont les talents d'avocat ont fait le porte-parole des Jansénistes, pouvait-il vraiment rester neutre face à l'enseignement d'Euclide par les Jésuites ?

Reste que sa critique d'Euclide, il n'est ni le premier, ni le seul à la formuler. Ce qu'il reproche aux *Éléments*, c'est l'ordre, tout sauf logique selon lui, dans lequel les propositions sont présentées.

22 Paradoxes contre les mathématiciens (1624)

Honorat de Meynier, publie en 1624 ses « Paradoxes contre les mathématiciens qui abusent la jeunesse ». Le livre présente les « Définitions Théorèmes et Maximes, d'Euclide, d'Archimède, de Proclus, de Sacrobosco, et d'Aristote, utiles à ceux qui veulent se servir proprement des Mathématiques et de la Philosophie. »

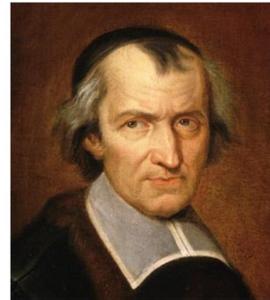
Meynier fait la part belle aux énoncés d'Euclide, mais il commence par les trois livres d'arithmétique, du septième au neuvième, pour revenir ensuite au début. C'est un reproche récurrent qui est fait à Euclide : pourquoi n'explique-t-on pas d'abord la notion de grandeur, en commençant par l'arithmétique, avant de parler de géométrie ?

Mais les reproches n'y font pas grand chose : les *Éléments* restent l'outil pédagogique par excellence. Regardez ce qui est arrivé au petit Alexis Clairaut.

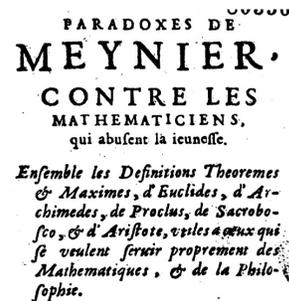
Regulae professoris mathematicae Societatis Iesu, Ratio Studiorum (1581)



Antoine Arnauld (1612–1694) Nouveaux éléments de géométrie (1667)



Paradoxes contre les mathématiciens (1624) Honorat de Meynier (ca 1570–1628)



23 Alexis Clairaut (1713–1765)

« L'éducation du jeune Clairaut fut domestique. Il montra dès qu'il put parler, qu'il serait un jour capable des raisonnements les plus suivis, et son père se fit un plaisir de cultiver des dispositions si marquées; on lui enseigna à connaître des lettres de l'alphabet sur les figures des Éléments d'Euclide; on se doutait bien qu'il essaierait d'en tracer de pareilles, et qu'il voudrait en connaître l'usage: c'était une espèce de piège qu'on tendait à sa curiosité. »

Allez savoir pourquoi, quand il devient lui-même professeur et qu'il enseigne la géométrie, il décide d'une autre méthode. Voici la préface de ses « Éléments de géométrie ».

24 Éléments de Géométrie (1741)

« Quoique la géométrie soit par elle-même abstraite, il faut avouer cependant que les difficultés qu'éprouvent ceux qui commencent à s'y appliquer, viennent le plus souvent de la manière dont elle est enseignée dans les Éléments ordinaires. »

Clairaut a sa propre méthode pour ne pas décourager les commençants, comme il dit. Il part des applications concrètes, évite de compliquer tout ce qui doit rester intuitif, et multiplie les exercices plutôt que les théorèmes. Le succès est au rendez-vous. Le manuel de Clairaut a servi de modèle pendant plusieurs générations.

Chez lui, la critique d'Euclide est fondée sur une réflexion pédagogique.

25 pour fermer la bouche à la chicane

« Qu'Euclide se donne la peine de démontrer, que deux cercles qui se coupent n'ont pas le même centre [...], on n'en sera pas surpris. Ce géomètre avait à convaincre des Sophistes obstinés, qui se faisaient gloire de se refuser aux vérités les plus évidentes: il fallait donc qu'alors la géométrie eût, comme la logique, le secours des raisonnements en forme, pour fermer la bouche à la chicane. Mais les choses ont changé de face. Tout raisonnement qui tombe sur ce que le bon sens seul décide d'avance, est aujourd'hui en pure perte, et n'est propre qu'à obscurcir la vérité, et à dégoûter les lecteurs. »

L'exemple n'est pas choisi au hasard: que deux cercles qui se coupent n'ont pas le même centre, est effectivement une proposition d'Euclide, la cinquième du livre trois. Je vous propose de la suivre dans trois versions différentes des Éléments.

Alexis Clairaut (1713–1765)

Éloge par Jean-Paul Grandjean de Fouchy (1765)

L'éducation du jeune Clairaut fut domestique, il montra dès qu'il put parler, qu'il seroit un jour capable des raisonnemens les plus suivis, & son père se fit un plaisir de cultiver des dispositions si marquées; on lui enseigna à connoître les lettres de l'alphabet sur les figures des Éléments d'Euclide; on se doutoit bien qu'il essaieroit d'en tracer de pareilles & qu'il en voudroit connoître l'usage; c'étoit une espèce de piège qu'on tendoit à sa curiosité, il réussit parfaitement, & à l'aide de quelques petites récompenses accordées à propos, il fut lire & assez bien écrire à l'âge de quatre ans.

Les figures des Éléments d'Euclide n'étoient pas non plus forties de la mémoire & il en parloit souvent; mais avant qu'il pût

Éléments de Géométrie (1741)

Alexis Clairaut (1713–1765)

PREFACE

 QUOIQUE la Géométrie soit par elle-même abstraite, il faut avouer cependant que les difficultés qu'éprouvent ceux qui commencent à s'y appliquer, viennent le plus souvent de la manière dont elle est enseignée dans les Éléments ordinaires. On y débute toujours par

pour fermer la bouche à la chicane

Clairaut, Éléments de Géométrie (1741)

Qu'Euclide se donne la peine de démontrer, que deux cercles qui se coupent n'ont pas le même centre [...], on n'en sera pas surpris. Ce géomètre avait à convaincre des Sophistes obstinés, qui se faisaient gloire de se refuser aux vérités les plus évidentes: il fallait donc qu'alors la Géométrie eût, comme la Logique, le secours des raisonnemens en forme, pour fermer la bouche à la chicane. Mais les choses ont changé de face. Tout raisonnement qui tombe sur ce que le bon sens seul décide d'avance, est aujourd'hui en pure perte, et n'est propre qu'à obscurcir la vérité, et à dégoûter les Lecteurs.

26 The 5. Proposition

La première est la traduction anglaise de Billingsley. Elle est fidèle à l'original, c'est donc une démonstration par l'absurde. C'est ce qui est annoncé dans l'encadré bleu à droite : « démonstration menant à une impossibilité ». La figure montre deux cercles qui se coupent en deux points B et C , ayant le même centre E . Un autre rayon coupe les deux cercles en F et G , les deux segments EF et EG devraient être égaux, d'où la contradiction.

27 Proposition V. et VI.

Les éditions des Éléments, expliqués par le Père Dechalles, de la compagnie de Jésus, ont été nombreuses. Celle-ci est une nouvelle édition, revue, corrigée et augmentée par Ozanam. Elle date de 1730, sachant que les deux auteurs étaient morts au siècle précédent.

La proposition cinq du livre trois est traitée un peu légèrement, mélangée au cas de deux cercles tangents : « Il est bien évident que » deux cercles qui se coupent ou qui sont tangents ne sont pas concentriques.

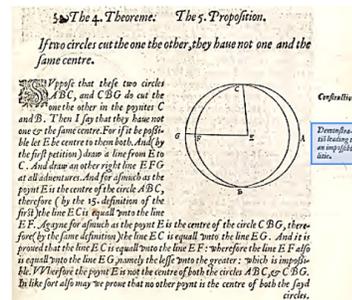
28 Proposition V.

Toujours les Éléments expliqués par de Challes, revus par Ozanam, et cette fois-ci « démontrés d'une manière nouvelle et facile par Audierne ». Nous sommes en 1753, soit douze ans après la parution des Éléments de Clairaut. Manifestement, il a été entendu.

Plus de démonstration artificielle par l'absurde, mais il manque toujours une définition claire de « se coupent » en terme de nombre de points d'intersection.

The 5. Proposition

Billingsley (1570)



Proposition V. et VI.

Milliet de Challes, Ozanam (1730)

PROPOSITION V. & VI.

THEOREME.

Les Cercles qui se touchent, non plus que ceux qui se coupent en dedans, n'ont pas le même centre.

Il est bien évident (par la Définition 2. & par la Prop. 1.) que si deux Cercles se coupent, leurs circonférences ne seront point parallèles, n'étant point concentriques : cela étant, ils ne peuvent avoir le même centre; pareillement s'ils se touchent en dedans, leurs circonférences ne seront point parallèles; or n'étant point parallèles, ils ne peuvent avoir le même centre.

Nous passerons les Propositions 7, & 8. comme étant peu considérables.

Proposition V.

Milliet de Challes, Ozanam, Audierne (1753)

PROPOSITION V.

THEOREME.

230. Les cercles dont les circonférences se coupent, n'ont point le même centre.

Les cercles ABC & DCB dont les circonférences se coupent aux points B & C, n'ont point le même centre.

Démonst. Dans le cercle, le centre est également éloigné de tous les points de la circonférence (n). Ainsi (n), les circonférences des cercles qui ont le même centre, sont parallèles; & par conséquent (n), elles ne se coupent point.

Or, les circonférences des cercles ABC & BDC ne sont point parallèles, puisqu'elles se coupent aux points B & C. Donc, ces cercles n'ont point le même centre; & par conséquent, C. Q. F. D.

29 Encyclopédie, article Éléments (1757)

L'ordre des propositions, les démonstrations par l'absurde, que pourrait-on encore reprocher à ce pauvre Euclide ? Les termes grecs ! Cette fois-ci c'est d'Alembert qui s'en charge. Il rédige l'article « Éléments » de l'Encyclopédie. À propos, les *éléments* d'une science, ce sont les résultats de base à partir desquels on construit tout le reste. Comme en chimie en quelque sorte. Pas de quoi lancer une bataille idéologique, mais souvenez-vous qu'on est au beau milieu de la guerre des encyclopédistes contre les Jésuites. Le triomphe qui se soldera par l'expulsion des Jésuites est encore à venir. D'Alembert écrit :

« Il serait à souhaiter qu'on abolît ces termes scientifiques et pour ainsi dire barbares, qui ne servent qu'à en imposer ; qu'en Géométrie par exemple, on dise simplement *proposition* au lieu de *théorème*, *conséquence* au lieu de *corollaire*, *remarque* au lieu de *scholie*, et ainsi des autres. »

On ne peut pas dire qu'il avait tort, mais il n'y a guère que pour « scholie » qu'il ait été entendu. Au début du siècle suivant, alors que les passions religieuses se sont apaisées, Sylvestre Lacroix reprend le flambeau. Quand il écrit son « Essai sur l'enseignement en général et sur celui des mathématiques en particulier », son propre cours de géométrie en est déjà à sa quatrième édition. Voici sa vision des Éléments d'Euclide.

30 Essai sur l'enseignement en général... (1805)

« Parce que ceux d'Euclide sont les seuls qui nous soient parvenus, il ne s'ensuit pas qu'ils aient été les meilleurs, ni même les derniers composés ; et quand cela serait, on pourrait encore, à cause du désordre qu'on y voit régner, croire que la science n'était pas assez avancée à l'époque où ils ont été rédigés, pour que tous les rapports des propositions aient été remarqués et discutés : c'est donc dans la disposition des éléments de géométrie, et dans leur rédaction, qu'il faut maintenant chercher le mérite dont ils peuvent être susceptibles. »

Et un peu plus loin :

Encyclopédie, article Éléments (1757)

Jean le Rond d'Alembert (1717–1783)

de termes particuliers. Il seroit donc à souhaiter qu'on abolît ces termes scientifiques & pour ainsi dire barbares, qui ne servent qu'à en imposer ; qu'en Géométrie, par exemple, on dit simplement *proposition* au lieu de *théorème*, *conséquence* au lieu de *corollaire*, *remarque* au lieu de *scholie*, & ainsi des autres. La plupart des mots de nos Sciences font tirés des langues savantes, où ils étoient intelligibles au peuple même, parce qu'ils n'étoient souvent que des termes vulgaires, ou dérivés de ces termes : pourquoi ne pas leur conserver cet avantage ?

Essai sur l'enseignement en général... (1805)

Sylvestre François Lacroix (1765–1843)

Parce que ceux d'Euclide sont les seuls qui nous soient parvenus, il ne s'ensuit pas qu'ils aient été les meilleurs, ni même les derniers composés ; et quand cela serait, on pourrait encore, à cause du désordre qu'on y voit régner, croire que la science n'était pas assez avancée à l'époque où ils ont été rédigés, pour que tous les rapports des propositions aient été remarqués et discutés : c'est donc dans la disposition des éléments de géométrie, et dans leur rédaction, qu'il faut maintenant chercher le mérite dont ils peuvent être susceptibles.

31 des formes toujours dogmatiques

« Je ne pense pas qu'un défaut d'ordre pareil à celui qu'offrent les *Éléments* d'Euclide, et qui rend les propositions plus indépendantes, qu'un grand nombre de réductions à l'absurde, et des formes toujours dogmatiques, qui semblent atterrer l'esprit du lecteur, en l'empêchant de rien voir au-delà de ce qu'on lui présente, enfin que des locutions surannées, qui sont à la géométrie ce que le style du palais est à la raison, soient les caractères essentiels de la méthode synthétique, et constituent ses principaux avantages. »

Entre Clairaut, Lacroix et Legendre, la France disposait de manuels de géométrie superbement écrits et pédagogiquement bien pensés. On aurait pu croire que les *Éléments* d'Euclide allaient passer aux oubliettes de l'histoire. Eh bien pas du tout.

En 1867, Jules Hoüel, qui est un des rares en France à avoir suivi les développements de la géométrie non-euclidienne, considère encore les *Éléments* d'Euclide comme un modèle. Il fait l'effort de rédiger sa propre traduction des 32 premières propositions d'Euclide, et explique pourquoi.

32 Commentaire sur les 32 premières propositions des éléments

« Au point de vue de la rigueur des déductions et du choix des axiomes, aucun traité, jusqu'à présent, n'a surpassé les *Éléments d'Euclide*, malgré quelques points défectueux, qu'il serait facile de corriger. Si les démonstrations d'*Euclide* n'ont pas toujours la simplicité qui semble régner dans les ouvrages modernes, cela tient bien moins au fond même de ces démonstrations qu'à la forme dogmatique adoptée par l'auteur, qui se préoccupait avant tout de fermer la bouche à des sophistes que la Grèce avait le tort de prendre au sérieux. »

Force est de constater que les efforts de Hoüel n'ont pas été suivis d'effet.

Et de l'autre côté de la Manche, que s'était-il passé depuis John Dee ? Eh bien pas grand chose. Loin des querelles idéologiques, l'Angleterre s'est contentée d'enseigner Euclide, jusqu'au dix-neuvième siècle. Ce n'est que dans vers les années 1860 que la contestation anti-Euclide commence à gagner du terrain. L'un de ses champions est Sylvester. Vous allez reconnaître son style.

des formes toujours dogmatiques

Lacroix, *Essai sur l'enseignement en général...* (1805)

Je ne pense pas qu'un défaut d'ordre pareil à celui qu'offrent les *Éléments* d'Euclide, et qui rend les propositions plus indépendantes, qu'un grand nombre de réductions à l'absurde, et des formes toujours dogmatiques, qui semblent atterrer l'esprit du lecteur, en l'empêchant de rien voir au-delà de ce qu'on lui présente, enfin que des locutions surannées, qui sont à la géométrie ce que le style du palais est à la raison, soient les caractères essentiels de la méthode synthétique, et constituent ses principaux avantages.

Commentaire sur les 32 premières propositions

Jules Hoüel (1823-1886)

Au point de vue de la rigueur des déductions et du choix des axiomes, aucun traité, jusqu'à présent, n'a surpassé les *Éléments d'Euclide*, malgré quelques points défectueux, qu'il serait facile de corriger. Si les démonstrations d'*Euclide* n'ont pas toujours la simplicité qui semble régner dans les ouvrages modernes, cela tient bien moins au fond même de ces démonstrations qu'à la forme dogmatique adoptée par l'auteur, qui se préoccupait avant tout de fermer la bouche à des sophistes que la Grèce avait le tort de prendre au sérieux.

33 James Joseph Sylvester (1814–1897)

« Je me réjouirais de voir les mathématiques enseignées avec cette vie et cette animation que l'exemple de leur jeune sœur pleine d'entrain, les sciences naturelles ne peut manquer de fournir, les voies courtes préférées aux longues, Euclide honorablement rangé sur une étagère, ou enterré au plus profond des abysses, hors de portée des écoliers. »

Et ailleurs :

« L'étude précoce d'Euclide a fait de moi un géométrophobe, ce qui me servira d'excuse si j'ai choqué les opinions de qui que ce soit dans cette pièce, car je sais qu'il en est qui placent Euclide en seconde place après la Bible seule, et parmi les avant-postes de la constitution britannique. »

Mais Sylvester est un peu marginal, et son humour ne convainc pas l'establishment d'Oxford et Cambridge, où l'enseignement d'Euclide reste plus solide que jamais. À Cambridge, le propre ami de Sylvester, Cayley, le mathématicien anglais le plus en vue du moment, reste intransigeant, et refuse de modifier quoi que ce soit à l'enseignement de la géométrie euclidienne. À Oxford, c'est un autre professeur de mathématiques, beaucoup plus célèbre que Cayley, qui se charge de démontrer que d'une part il ne faut qu'un seul manuel pour enseigner la géométrie, et que d'autre part, celui d'Euclide est meilleur que tous les autres.

34 Euclid and his modern rivals (1879)

Cet avocat d'Euclide, c'est Charles Dodgson ; Mais si ! Alice au pays des Merveilles, Lewis Carroll. Ah vous voyez !

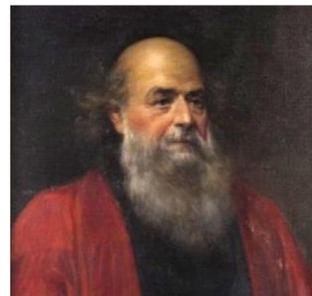
Il met tout son talent littéraire au service d'Euclide dans ce livre, monté comme une pièce de théâtre, truffée d'allusions à Shakespeare.

35 Euclid's last word (1879)

Juste avant que le rideau tombe, bien sûr Euclide a le dernier mot. Il reconnaît que son manuel peut être amélioré, puis au son d'une musique lente, Euclide et les autres fantômes disparaissent sans grâce, selon la mise en scène approuvée par Shakespeare. Son contradicteur Minos s'éveille en sursaut et s'en va au lit, plus triste et plus sage.

« A sadder and a wiser man » renvoie au célèbre poème de Coleridge, la complainte du vieux marin. Quant au « heavily vanish » de l'encadré bleu, cela vient d'une pièce de Shakespeare, la tempête.

James Joseph Sylvester (1814–1897)



Euclid and his modern rivals (1879)

Charles Ludwige Dodgson (1832–1898)

EUCLID AND HIS MODERN RIVALS

BY
CHARLES L. DODGSON, M.A.
*Senior Student and Mathematical Lecturer
of Christ Church, Oxford*

Euclid's last word (1879)

Dodgson, Euclid and his modern rivals (1879)

In all these matters my Manual is capable of almost unlimited improvement.

[To the sound of slow music, EUCLID and the other ghosts 'heavily vanish,' according to Shakespeare's approved stage-direction. MINOS wakes with a start, and betakes himself to bed, 'a sadder and a wiser man.']

36 Dance of reapers and Nymphs

À l'acte IV, des moissonneurs rejoignent des nymphes en une danse gracieuse. Le héros, Prospero, ordonne aux esprits de disparaître puis avec un bruit creux, étrange et confus, « they heavily vanish ».

37 références

Tenez, un petit test. Vous vous souvenez de l'auteur du livre que tient Hamlet à son entrée en scène avant le « to be or not to be » ? Non, c'est pas Woody Allen ! Qui a dit Cardan ? Oui c'est bien !

Alors maintenant, le héros de « la tempête » est un magicien qui parle aux esprits et tient énormément à son immense bibliothèque. Vous avez une idée du modèle ? Non, ce n'est pas Cardan : retournez quelques pages plus tôt : oui, cela pourrait bien être John Dee.

Dance of reapers and Nymphs

Shakespeare, *The Tempest*, Act IV, Scene 1



références

- F. Acerbi (2010) Euclide, images.math.cnrs.fr
- É. Barbin, M. Moyon, éds. (2013) *Les ouvrages de Mathématiques dans l'Histoire*, Limoges : Presses Universitaires
- F. Cajori (1910) Attempts made during the eighteenth and nineteenth centuries to reform the teaching of geometry, *The American Mathematical Monthly*, 17(10), 181–201
- B. Vitrac (2004) Euclide le Stoichéiôtès, culturemath.ens.fr
- B. Vitrac (2008) Structure et genèse des Éléments d'Euclide, *La Rochelle : Journées APMEP*