Une histoire de mathématiques à écouter sur

hist-math.fr

0 Le nombre d'or

Ah, le nombre d'or ! Omniprésent dans la nature ! Universel en peinture et en architecture depuis la plus haute antiquité ! La plus belle application des mathématiques ! Ou pas : nous allons voir.

D'abord, le nombre d'or n'est pas un nombre : c'est un rapport de longueurs, une raison comme on disait avant. Que l'on puisse identifier un rapport à un nombre n'a été admis, et encore très progressivement, qu'à partir du dix-septième siècle.

Ensuite, comment une raison peut-elle être à la fois extrême et moyenne ?

histoires de géométrie

Le nombre d'or

extrême et moyenne raison

hist-math.fr Bernard Ycart

1 extrême et moyenne raison

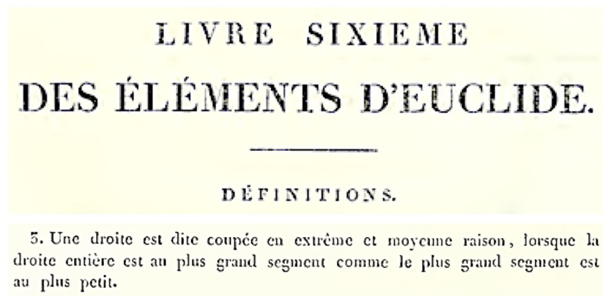
Voici la définition que donne Euclide au début du livre VI des Éléments.

« Une droite est dite coupée en extrême et moyenne raison, lorsque la droite entière est au plus grand segment comme le plus grand segment est au plus petit. »

Comme d'habitude chez Euclide, il faut traduire avant d'essayer de comprendre.

extrême et moyenne raison

Euclide (ca 325–265 av. J.-C.) Éléments, Livre VI



LIVRE SIXIEME

DES ÉLÉMENTS D'EUCLIDE.

DÉFINITIONS.

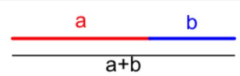
5. Une droite est dite coupée en extrême et moyenne raison, lorsque la droite entière est au plus grand segment comme le plus grand segment est au plus petit.

2 traduction algébrique

La version algébrique nous est plus familière. On souhaite découper un segment en deux autres segments de longueurs a et b. On demande que le rapport de la longueur totale $a+b$ à la plus grande a, soit égal au rapport de la plus grande à la plus petite : a/b. Une fois l'équation résolue, ce rapport doit être de $(1+\sqrt{5})/2$. C'est ce que nous appelons « le nombre d'or ». Pour Euclide, il n'est pas question de calculer un nombre, mais de produire une construction géométrique. Il en donne deux.

traduction algébrique

Euclide (ca 325–265 av. J.-C.) Éléments, Livre VI



$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

$$\phi = \frac{a}{b}\,, \quad 1 + \frac{1}{\phi} = \phi$$

$$\phi^2 - \phi - 1 = 0\,, \quad \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \simeq 1{,}618$$

3 Proposition XI

La première est celle de la proposition 11 du livre II, c'est-à-dire bien avant la définition précédente.

« Couper une droite donnée, de manière que le rectangle compris sous la droite entière et l'un des segments, soit égal au carré du segment restant. » Comme vous le voyez sur la traduction algébrique, cela revient bien, de notre point de vue, à calculer le nombre d'or.

Cette proposition 11 vient après les propositions 5 et 6 qui résolvent géométriquement les équations du second degré générales, et avant les propositions 12 et 13 qui énoncent sous forme géométrique, ce que nous appelons le théorème d'al-Kashi.

Il s'agit dans tous les cas de la vision géométrique de l'algèbre, héritée des Mésopotamiens. Une application de la proposition 11, arrive dans le livre IV. Il est consacré au cercle et aux polygones réguliers.

Proposition XI
Euclide (ca 325–265 av. J.-C.) Éléments, Livre II

PROPOSITION XI.

Couper une droite donnée, de manière que le rectangle compris sous la droite entière et l'un des segments, soit égal au quarré du segment restant.

$$(a+b)b = a^2$$

$$\phi = \frac{a}{b}\,, \quad 1+\phi = \phi^2$$

$$\phi^2 - \phi - 1 = 0\,, \quad \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

4 Construire un triangle isocèle

« Construire un triangle isocèle, qui ait chacun des angles de la base, double de l'angle restant. »

Forcément, les angles de la base valent $2\pi/5$, et l'angle restant vaut $\pi/5$. Or deux fois le cosinus de $\pi/5$ est égal au nombre d'or, deux fois le cosinus de $2\pi/5$ est son inverse. Dans le triangle que construit Euclide, le rapport de chacun des deux côtés les plus longs à la base, est égal au nombre d'or.

À quoi sert de savoir contruire un tel triangle ? La proposition suivante nous le dit : « Dans un cercle donné, inscrire un pentagone équilatéral et équiangle ». Imaginez un décagone régulier inscrit dans un cercle. Le triangle de la proposition X, est celui dont un des sommets est le centre du cercle, le côté opposé est le côté du décagone. Le pentagone s'en déduit.

Construire un triangle isocèle
Euclide (ca 325–265 av. J.-C.) Éléments, Livre IV, Prop. X

PROPOSITION X.

Construire un triangle isocèle, qui ait chacun des angles de la base double de l'angle restant.

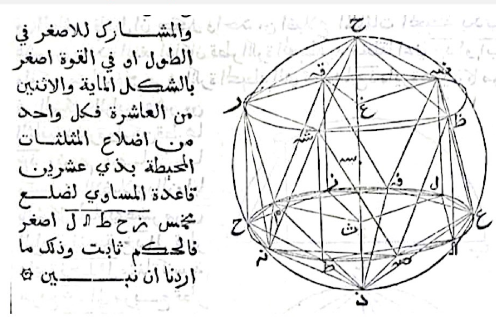
$$2\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \phi\,, \quad 2\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \phi - 1 = \frac{1}{\phi}\,,$$

5 Icosaèdre (al-Tusi 1248)

Le pentagone sera à son tour utilisé dans le livre XIII. C'est le couronnement de l'édifice : la construction des cinq polyèdres de Platon et l'étude des rapports de côtés.

Le livre XIII démarre par une rafale de propositions autour de l'extrême et moyenne raison. Je vous en livre deux, à charge pour vous de les traduire et de les comprendre. Après cela, vous devriez être persuadés de la supériorité de la méthode algébrique, tout en gardant comme moi, une admiration respectueuse pour la géométrie grecque.

Icosaèdre (al-Tusi 1248)
Euclide (ca 325–265 av. J.-C.) Éléments, Livre XIII



6 Lemmes techniques

« Proposition I. Si une ligne droite est coupée en extrême et moyenne raison, le carré du plus grand segment augmenté de la moitié de la droite entière, est égal au quintuple du carré de la moitié de la droite entière. »

« Proposition IV. Si une ligne droite est coupée en extrême et moyenne raison, le carré de la droite entière, conjointement avec le carré du plus petit segment, est triple du carré du plus grand segment. »

Je ne cherche pas à vous les vendre comme des propriétés fondamentales du nombre d'or ; ce ne sont que des lemmes techniques. En revanche, la proposition suivante, bien que plus facile, a des conséquences importantes.

Lemmes techniques

Euclide (ca 325–265 av. J.-C.) Éléments, Livre XIII, Prop. I et IV

PROPOSITION I.

Si une ligne droite est coupée en extrême et moyenne raison, le quarré du plus grand segment augmenté de la moitié de la droite entière, est égal au quintuple du quarré de la moitié de la droite entière.

PROPOSITION IV.

Si une ligne droite est coupée en extrême et moyenne raison, le quarré de la droite entière, conjointement avec le quarré du plus petit segment, est triple du quarré du plus grand segment.

7 Propriété inductive

« Si une ligne droite est coupée en extrême et moyenne raison, et si on lui ajoute une droite égale au plus grand segment, la droite entière sera coupée en extrême et moyenne raison, et le plus grand segment sera la droite premièrement exposée. »

En un sens, ce n'est que la traduction de l'équation de définition : $1 + \phi = \phi^2$. Mais c'est surtout l'hérédité d'une construction récurrente. Soit une suite géométrique de raison ϕ. La proposition 5 dit que dans cette suite, chaque terme est la somme des deux précédents ; comme pour la suite de Fibonacci. C'est cette propriété qui fait que ϕ est la limite du rapport de deux termes consécutifs de la suite de Fibonacci.

Une autre conséquence importante est obtenue en passant à l'inverse : la suite géométrique de raison $1/\phi$ est telle que la *différence* de deux termes consécutifs est le terme suivant.

Propriété inductive

Euclide (ca 325–265 av. J.-C.) Éléments, Livre XIII, Prop. V

PROPOSITION V.

Si une ligne droite est coupée en extrême et moyenne raison, et si on lui ajoute une droite égale au plus grand segment, la droite entière sera coupée en extrême et moyenne raison, et le plus grand segment sera la droite premièrement exposée.

$$x + \phi x = \phi \times \phi x = \phi^2 x$$

8 Pentagone et nombre d'or

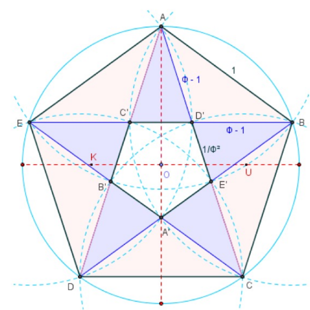
Je vous parle ailleurs d'anthyphérèse : c'est l'application de l'algorithme des différences à deux longueurs. Retranchez la plus petite de la plus grande, remplacez la plus grande par la différence et itérez. Les deux longueurs initiales sont commensurables, c'est-à-dire multiples entiers d'une même longueur, si et seulement si l'algorithme se termine en un nombre fini de pas. Dans le cas contraire, les deux longueurs sont incommensurables ; dans notre langage, leur rapport est un nombre irrationnel.

La proposition précédente montre que l'anthyphérèse appliquée à deux longueurs de rapport ϕ ne se termine pas. Ces deux longueurs sont donc incommensurables ; donc ϕ est irrationnel. La figure que vous voyez illustre géométriquement ce résultat. Le rapport de la diagonale au côté est ϕ. Les pointillés matérialisent des différences. Le petit pentagone qui reste au centre a pour côté $1/\phi^2$, si le grand était de côté 1. Le fait que la figure puisse être itérée à l'infini démontre l'irrationalité.

Les rapports de la diagonale au côté, dans le carré, puis dans le pentagone, sont probablement les deux premiers exemples de rapports irrationnels dans l'histoire. Euclide en était parfaitement conscient. Voyez les propositions 11 et 16.

Pentagone et nombre d'or

anthyphérèse



9 L'irrationnelle qu'on appelle mineure

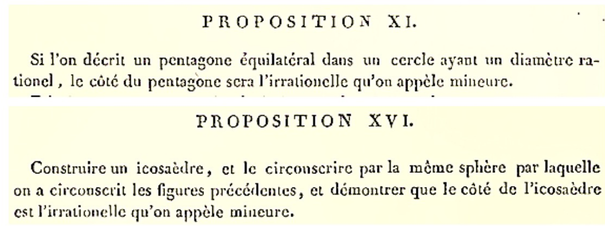
« Proposition 11. Si l'on décrit un pentagone équilatéral dans un cercle ayant un diamètre rationnel, le côté du pentagone sera l'irrationnelle qu'on appelle mineure. »

« Proposition 16. Construire un icosaèdre, et le circonscrire par la même sphère par laquelle on a circonscrit les figures précédentes, et démontrer que le côté de l'icosaèdre est l'irrationnelle qu'on appelle mineure. »

Cette « irrationnelle qu'on appelle mineure », fait référence à la théorie des lignes irrationnelles exposée dans le Livre X. Nous ne rentrerons pas dans les détails ici.

Rapport avec le pentagone, le dodécaèdre et l'icosaèdre, irrationalité, relations algébriques, il n'y avait pas grand chose qu'Euclide ignorait concernant le nombre d'or. Mais avait-il tout inventé lui-même ? Certainement pas !

L'irrationnelle qu'on appelle mineure
Euclide (ca 325–265 av. J.-C.) Éléments, Livre XIII, Prop. XI et XVI


PROPOSITION XI.

Si l'on décrit un pentagone équilatéral dans un cercle ayant un diamètre rationel, le côté du pentagone sera l'irrationelle qu'on appèle mineure.

PROPOSITION XVI.

Construire un icosaèdre, et le circonscrire par la même sphère par laquelle on a circonscrit les figures précédentes, et démontrer que le côté de l'icosaèdre est l'irrationelle qu'on appèle mineure.

10 Pentagramme

Ceci est une liste lexicale de noms de lieux, datant de la période immédiatement avant l'invention de l'écriture. Dans l'encadré bleu, le pentagone étoilé, ou « pentagramme », note la syllabe UB. C'est une figure extrêmement ancienne. Plus tard, dans des tablettes du temps d'Hammurabi, apparaît une approximation du rapport du côté du pentagone régulier à sa hauteur.

Nul doute donc, que le pentagone et le pentagramme existaient longtemps avant Euclide, et probablement du temps de Pythagore.

Pentagramme
Djemdet-Nasr (ca 3000 av. J.-C.)

11 Pentagramme, rosace Nord du transept

Des témoignages postérieurs semblent indiquer que le pentagramme était sacré pour les Pythagoriciens. Il est devenu beaucoup plus tard un symbole maçonique, après avoir été utilisé par bien d'autres croyances.

Certes, il ne suffit pas de tracer un pentagramme pour être conscient des rapports de longueur dans la figure, ni du fait que ces rapports sont irrationnels. Il semble que ces notions aient été acquises au moins du temps d'Eudoxe, qui était mort avant qu'Euclide ne naisse.

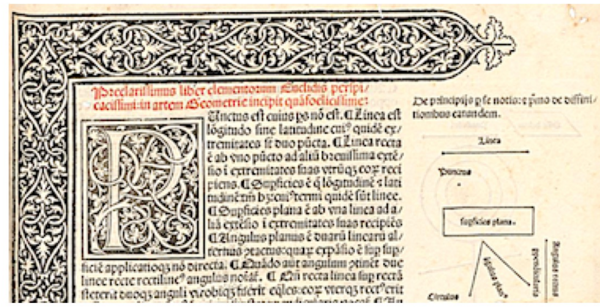
Vous aurez remarqué qu'Euclide s'abstient strictement de toute considération non géométrique : pas de symbolisme, pas de mysticisme, pas d'esthétisme chez Euclide. Alors comment et quand, le mythe du nombre d'or a-t-il été créé ? C'est ce qui va nous intéresser dans la suite de cette histoire.

Pentagramme, rosace Nord du transept
Cathédrale Notre-Dame d'Amiens (1220–1288)

12 Preclarissimus liber elementorum Euclidis (1482)

La première considération non-mathématique se trouve dans un commentaire de Campanus de Novare aux Éléments d'Euclide. Il a utilisé une traduction de l'arabe par Adelard de Bath, à laquelle il a ajouté son grain de sel. Son ouvrage est devenu célèbre deux siècles plus tard, pour être la première version imprimée des Éléments. Voici ce qu'on y lit.

Preclarissimus liber elementorum Euclidis (1482)
Campanus de Novare (ca 1220–1296)

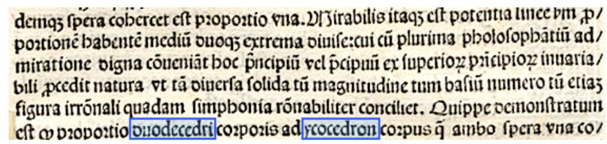


13 Mirabilis est potentia linee

« Admirable est la puissance de la ligne divisée selon la proportion ayant une moyenne et deux extrêmes. Elle s'accorde avec un très grand nombre de choses dignes de l'admiration des philosophes. Cette prééminence procède de la nature invariable de principes supérieurs. Elle accorde entre eux des solides très divers tant par le nombre que par la taille de leurs faces, aussi bien que par leur forme irrationnelle. »

Deux siècles après Campanus, Pacioli franchit un pas de plus, en la qualifiant de « proportion divine ».

Mirabilis est potentia linee
Campanus de Novare (ca 1220–1296) Preclarissimus liber elementorum Euclidis

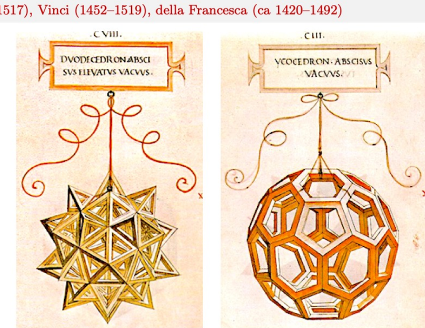


demqz spera coherceret est proportio vna. Mirabilis itaqz est potentia linee per p/
portionē habentē mediū duoqz extrema diuise: cui cū plurima philosophātiū ad/
miratione digna cōueniāt hoc pncipiū vel pcipuū ex superiorz principiorz inuaria/
bili pcedit natura vt tā diuersa solida tū magnitudine tum basiū numero tū etiaz
figura irrōnali quadam simphonia rōnabiliter conciliet. Quippe demonstratum
est ... proportio duodecedri corporis ad ycocedron corpus q̄ ambo spera vna co/

14 Divina proportione (1509)

Je vous ai parlé plusieurs fois de son ouvrage : « Sur la proportion divine », avec son ami Léonard de Vinci pour les magnifiques illustrations ; sans oublier son professeur Piero della Francesca dont il a recopié le manuscrit sur les polyèdres. La Proportion Divine en question, est bien notre nombre d'or. Mais pourquoi est-elle divine ? Pacioli se charge de nous éclairer.

Divina proportione (1509)
Pacioli (ca 1445–1517), Vinci (1452–1519), della Francesca (ca 1420–1492)

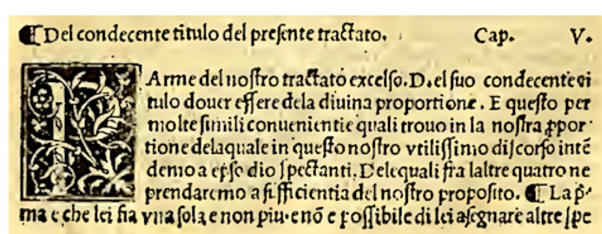


15 Del condecente titulo

« Excellent Duc, le titre approprié de notre traité doit être selon moi « De la proportion divine ». Car je trouve dans notre proportion, de nombreuses caractéristiques similaires à celles que l'on observe chez Dieu lui-même, et c'est le sujet de notre discours très utile. Entre autres, nous en choisirons quatre qui suffiront à notre propos. »

Selon Pacioli, la proportion est unique comme Dieu, elle est triple comme la trinité, elle est irrationnelle et c'est divin, etc. Bref, il s'agit plus de plaire à sa hiérarchie et au duc de Milan, à qui le livre est dédié, que de démontrer des propriétés mathématiques. Sur le fond, Pacioli ne dit rien de plus qu'Euclide.

Del condecente titulo
Pacioli, Divina proportione (1509)



Del condecente titulo del presente tractato. Cap. V.

Arme del nostro tractato excelso. D. el suo condecente ti
tulo douer essere dela diuina proportione. E questo per
molte simili conuenientie quali trouo in la nostra ppor
tione delaquale in questo nostro vtilissimo discorso intē
demo a esso dio spectanti. Delequali fra laltre quatro ne
prendaremo a sufficientia del nostro proposito. La p
ma e che lei sia vna sola e non piu. e nō e possibile di lei asegnare altre spe

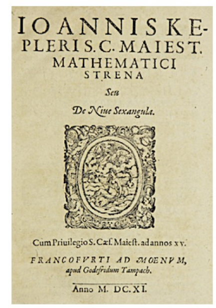
16 Pierre de la Ramée (1515–1572)

Pierre de la Ramée (1515–1572)
Geometriæ (1580)

Quel succès Campanus et Pacioli ont-il eu ? Au seizième siècle, rares sont les mathématiciens qui citent, a fortiori qui reprennent à leur compte, leurs dithyrambes sur la proportion divine. Pierre de la Ramée, dans sa géométrie, les mentionne effectivement, mais il ne donne pas l'impression d'y souscrire.

17 Johannes Kepler (1571–1630)

Johannes Kepler (1571–1630)
Strena seu de Nive Sexangula (1611)



IOANNIS KE-
PLERI S.C. MAIEST.
MATHEMATICI
STRENA
Seu
De Nive Sexangula.

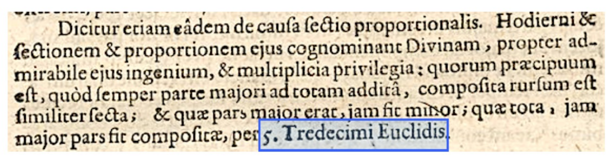
Cum Privilegio S. Cæs. Maiest. ad annos XV.
FRANCOFVRTI AD MOENVM,
apud Godefridum Tampach.
Anno M. DC. XI.

L'enthousiasme de Kepler en est d'autant plus remarquable. Je vous raconte ailleurs sa « Neige sexangulaire » : ce petit bijou d'astuce et d'humour, où il passe en revue la science de son temps, sous prétexte de se demander pourquoi les flocons de neige ont six branches.

C'est dans ce petit article que l'on trouve pour la première fois l'affirmation que le rapport de deux termes consécutifs de la suite de Fibonacci se rapproche de, je cite, « la proportion divine, comme les géomètres modernes l'appellent ». Il revient sur le sujet dans ses Harmonies du Monde.

18 proportionem ejus congnominant Divinam

proportionem ejus congnominant Divinam
Kepler, Harmonices Mundi (1619)



Dicitur etiam eâdem de cauſa ſectio proportionalis. Hodierni & ſectionem & proportionem ejus cognominant Divinam, propter admirabile ejus ingenium, & multiplicia privilegia; quorum præcipuum eſt, quòd ſemper parte majori ad totam additâ, compoſita rurſum eſt ſimiliter ſecta; & quæ pars major erat, jam fit minor; quæ tota, jam major pars fit compoſitæ, per $\boxed{\text{5. Tredecimi Euclidis.}}$

« Pour la même raison, on parle aussi de section proportionnelle. Aujourd'hui, on qualifie de Divine la section et la proportion, à cause de sa nature admirable et de ses qualités multiples. La plus importante est le fait que l'on obtient de façon répétée une suite divisée de la même façon quand on ajoute la plus grande partie au tout, de sorte que la plus grande partie devienne la plus petite et le tout la plus grande, selon la proposition 5 du treizième livre d'Euclide. »

Là, Kepler reprend à son compte l'adjectif Divine, mais parmi les propriétés qui le justifient, la plus importante pour lui est la proposition 5 du Livre XIII, que nous avons vue plus haut : celle qui fait que la somme de deux termes consécutifs est égale au terme suivant dans une suite géométrique de raison ϕ. C'est aussi cette propriété qui justifie selon lui, d'approcher ϕ par les rapports d'entiers dans la suite de Fibonacci.

19 tant plus grands, tant plus pres

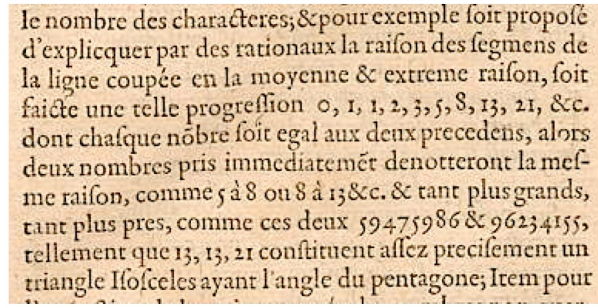
À la génération suivante, voici ce que dit Girard, dans son édition des œuvres de Stevin.

« Soit proposé d'expliquer par des rationnels le rapport des segments de la ligne coupée en la moyenne et extrême raison. Soit faite une telle progression 0,1,1,2,3,5, etc. dont chaque nombre soit égal aux deux précédents (les nombres de Fibonacci donc), alors deux nombres pris immédiatement dénoteront le même rapport, comme 5 à 8 ou 8 à 13, etc et d'autant plus grands, d'autant plus près. Tellement que 13, 13, 21 constituent assez précisément un triangle isocèle ayant l'angle du pentagone. »

Vous le constatez, Girard fait référence à la moyenne et extrême raison d'Euclide. Il est conscient de la relation avec le pentagone. Mais il ne mentionne pas l'aspect « Divin » de la chose. Bien sûr, il n'est toujours pas question de nombre d'or.

tant plus grands, tant plus pres

Girard, Œuvres mathématiques de Simon Stevin (1634)


le nombre des characteres;&pour exemple ſoit propoſé d'expliquer par des rationaux la raiſon des ſegmens de la ligne coupée en la moyenne & extreme raiſon, ſoit faicte une telle progreſſion 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, &c. dont chaſque nõbre ſoit egal aux deux precedens, alors deux nombres pris immediatemẽt denotteront la meſme raiſon, comme 5 à 8 ou 8 à 13&c. & tant plus grands, tant plus pres, comme ces deux 59475986 & 96234155, tellement que 13, 13, 21 conſtituent aſſez preciſement un triangle Iſoſceles ayant l'angle du pentagone; Item pour

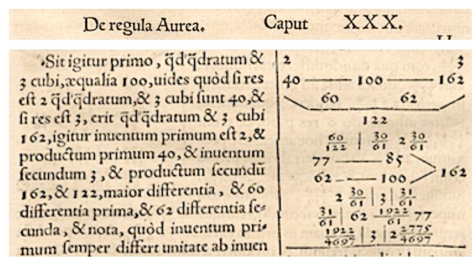
20 De regula Aurea. Caput XXX.

Que quelque chose d'important, comme le silence, soit d'or, n'est pas nouveau, y compris en mathématiques. Vous voyez ici la « Règle d'Or » de Cardan, qui est une méthode de résolution approchée des équations algébriques. Pour Jacob Bernoulli, sa loi des grands nombres était son « Théorème d'Or » ; tout au moins si on en croit son frère. Gauss parlait aussi de « Théorème d'Or », mais c'était pour sa loi de réciprocité quadratique.

Eh bien ϕ n'est devenu le nombre d'or que dans la deuxième moitié du dix-neuvième siècle. C'est à ce moment-là que l'on s'est mis à le charger de toutes sortes de connotations mystiques, et à le découvrir un peu partout dans la nature, les bâtiments et les œuvres d'art.

De regula Aurea. Caput XXX.

Cardan, Artis Magnae (1545)


De regula Aurea. Caput XXX.

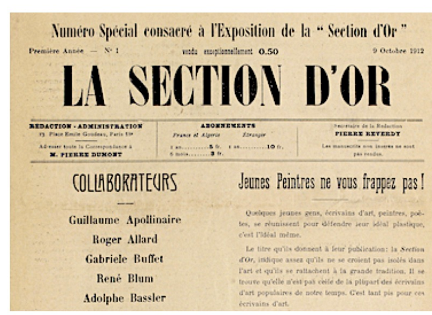
Sit igitur primo, q̃d'q̃dratum & 3 cubi, æqualia 100, uides quòd ſi res eſt 2 q̃d'q̃dratum, & 3 cubi ſunt 40, & ſi res eſt 3, erit q̃d'q̃dratum & 3 cubi 162, igitur inuentum primum eſt 2, & productum primum 40, & inuentum ſecundum 3, & productum ſecundũ 162, & 122, maior differentia, & 60 differentia prima, & 62 differentia ſecunda, & nota, quòd inuentum primum ſemper differt unitate ab inuen

21 Exposition de la Section d'Or (1912)

La Section d'Or est le nom pris par un groupe de peintres cubistes au début du vingtième siècle. Ils ont réalisé une exposition de leurs œuvres en 1912 et édité la plaquette que vous voyez à cette occasion. Le texte dit :

« Le titre qu'ils donnent à leur publication : la Section d'Or, indique assez qu'ils ne se croient pas isolés dans l'art et qu'ils se rattachent à la grande tradition. » La grande tradition : laquelle ? Celle de la Renaissance bien sûr.

Exposition de la Section d'Or (1912)


Numéro Spécial consacré à l'Exposition de la “ Section d'Or ”

Première Année — N° 1 — 0.50 — 9 Octobre 1912

LA SECTION D'OR

RÉDACTION - ADMINISTRATION — ABONNEMENTS — Secrétaire de la Rédaction PIERRE REVERDY

M. PIERRE DUMONT

COLLABORATEURS

Guillaume Apollinaire

Roger Allard

Gabriele Buffet

René Blum

Adolphe Bassler

Jeunes Peintres ne vous frappez pas !

Quelques jeunes gens, écrivains d'art, peintres, poètes, se réunissent pour défendre leur idéal plastique, c'est l'idéal même.

Le titre qu'ils donnent à leur publication : la *Section d'Or*, indique assez qu'ils ne se croient pas isolés dans l'art et qu'ils se rattachent à la grande tradition. Il se trouve qu'elle n'est pas celle de la plupart des écrivains d'art populaires de notre temps. C'est tant pis pour ces écrivains d'art.

22 Rectangles d'or dans l'École d'Athènes ?

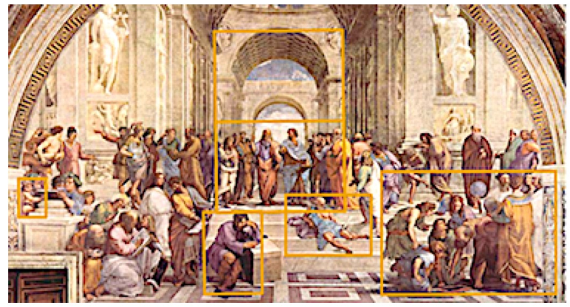
Il suffit d'observer un peu, et tout un tas de rectangles dont les dimensions ont le rapport du nombre d'or apparaissent dans n'importe quelle peinture de la Renaissance. Prenez au hasard l'École d'Athènes. Regardez tous ces rectangles d'or : on peut dire que Raphaël n'y est pas allé de main morte pour assurer l'esthétique de son tableau.

Parce qu'il est bien connu que le rectangle d'or est le plus harmonieux de tous les rectangles, et Raphaël, comme Léonard de Vinci et tous les autres, le savait déjà.

Ah bon, vraiment ? Alors quelqu'un peut-il m'expliquer pourquoi ni Raphaël, ni Léonard de Vinci ne parlent jamais du nombre d'or ? Pourquoi dans l'immense littérature autour de l'École d'Athènes, aucun auteur avant la fin du dix-neuvième siècle ne s'avise de remarquer le moindre rectangle d'or ?

Rectangles d'or dans l'École d'Athènes ?

Raphael, L'École d'Athènes (1508–1512)



23 La Dernière Cène (1955)

Je ne cherche pas à nier que certains peintres aient sciemment introduit le nombre d'or dans leurs œuvres. Quand Salvador Dali peint sa Dernière Cène, il relie les douze apôtres au dodécagone, donc le nombre d'or est forcément présent. Le rapport de la largeur à la hauteur de la toile est de 1,604, au lieu de 1,618 ; mais ne mesquinons pas.

La Dernière Cène (1955)

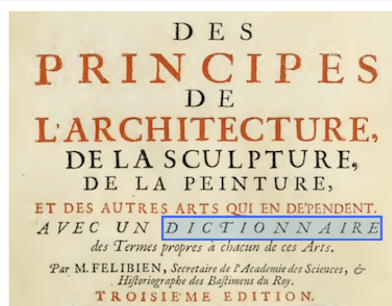
Salvador Dali (1904–1989)

24 Principes de l'Architecture, . . .

Pour en avoir le cœur net, j'ai épluché ce livre : Principes de l'Architecture, de la Sculpture, et de la Peinture. Près de six cents pages, dont plus de deux cents de dictionnaire. Je n'y ai rien trouvé qui relie de manière chiffrée la beauté d'un bâtiment, d'une statue ou d'un tableau, à ses dimensions. Il y est bien question d'harmonie et de symétrie, mais jamais de façon quantifiée.

Principes de l'Architecture, . . .

André Félibien (1619–1695)



DES
PRINCIPES
DE
L'ARCHITECTURE,
DE LA SCULPTURE,
DE LA PEINTURE,
ET DES AUTRES ARTS QUI EN DEPENDENT.
AVEC UN DICTIONNAIRE
des Termes propres à chacun de ces Arts.
Par M. FELIBIEN, Secretaire de l'Academie des Sciences, & Historiographe des Bastimens du Roy.
TROISIEME EDITION.

25 L'homme de Vitruve (ca 1490)

Voici l'homme de Vitruve, par Léonard de Vinci. Vous lirez ici ou là que le nombre d'or y est caché un peu partout. Je crois que c'est un contre-sens historique complet.

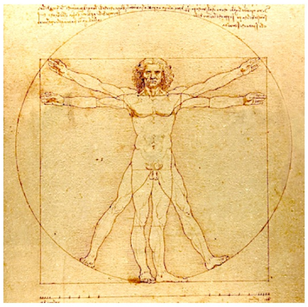
Pourquoi l'homme de Vitruve ? Parce qu'au Livre III de son architecture, Vitruve donne des indications sur les dimensions relatives dans le corps d'un homme. Par exemple : « le visage, depuis le menton jusqu'au haut du front, à la racine des cheveux, est la dixième partie de la hauteur de l'homme ; [. . .] la tête, depuis le menton jusqu'au sommet, forme la huitième partie ; [. . .] depuis le haut de la poitrine jusqu'à la racine des cheveux, il y a une sixième partie, et jusqu'au sommet de la tête une quatrième. »

Après avoir énuméré un certain nombre de proportions, Vitruve conclut : « Les autres membres ont aussi leurs mesures et leurs proportions ; c'est en les observant que les plus célèbres peintres et sculpteurs de l'antiquité ont acquis une réputation si grande et si durable. »

Certes, mais ces proportions sont toutes exprimées en nombres *rationnels*. Quand Léonard de Vinci complète le texte de Vitruve par ses propres estimations, il les donne encore comme des rapports d'entiers.

La répugnance à parler de rapports qui ne soient pas rationnels était tellement grande qu'il est impossible selon moi, que les peintres de la Renaissance aient cru en l'esthétique de la division en moyenne et extrême raison. Jusqu'au dix-huitième siècle inclus, l'idée dominante était que la beauté ne pouvait qu'être liée à des rapports d'entiers les plus petits possibles. C'est en quelque sorte un héritage pythagoricien. Je vous raconte ailleurs la difficulté qu'il y a eu en musique à adopter le tempérament égal, car ses rapports n'étaient pas rationnels. Je crois qu'il en était de même en peinture.

L'homme de Vitruve (ca 1490)
Leonardo da Vinci (1452–1519)



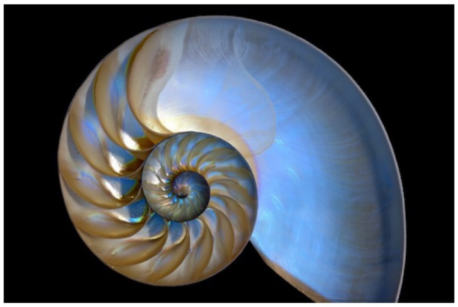
26 Coquille de nautile

Maintenant, quid du nombre d'or omniprésent dans la nature ? Certes, il y a effectivement des cas où la suite de Fibonacci émerge de manière naturelle. Mais regardez la coquille du nautile : est-elle dessinée selon une spirale dorée, comme il est écrit un peu partout ?

La spirale dorée ressemble à une spirale logarithmique. On la trace dans une suite de rectangles emboîtés particulière, dont les dimensions successives sont les puissances négatives de ϕ.

Pour savoir si la coquille du nautile en est une, c'est facile, il suffit de la mesurer. La réponse est simple, et elle est négative.

Coquille de Nautile
Spirale dorée ?



27 Carte de crédit

Vous lirez aussi que votre carte de crédit est un rectangle d'or (sans jeu de mot). La vérification est encore plus facile. Les dimensions des cartes de crédit sont fixées de manière très précise par une norme ISO, qui porte le doux nom de IEC 7810. La longueur en centimètres vaut 8,56, la largeur 5,398 soit un rapport de 1,586. Ce n'est pas le nombre d'or.

Point final croyez-vous ? Ce serait mal connaître les ésotéristes de tout poil. Le rapport du nombre de livres et de sites web listant les multiples apparitions surnaturelles du nombre d'or, divisé par le nombre d'articles qui les démystifient, est proche de ϕ, élevé à une puissance positive respectable.

Carte de crédit
Norme ISO IEC 7810 ID-1

28 références

Aujourd'hui, pas de vanne de fin, mais un exercice. Oh, ne protestez pas : pour une fois. . . ! Voici : vous allez prendre votre instrument de mesure favori, laser ou mètre-ruban, et vous mesurerez tous les rectangles que vous voyez autour de vous : portes de placard, vitres, chambranle de porte, paquet de nouilles, enfin vous voyez, quoi. Pour chaque rectangle, vous calculez le rapport de la plus grande à la plus petite dimension. Je vous parie une spirale dorée contre un nautile que vous allez trouver le nombre d'or. Allez-y, essayez.

Ah vous voyez : ce doit être rudement beau chez vous !

références

- M. Cleyet-Michaud (2009) *Le nombre d'or*, Paris : Presses Universitaires de France
- R. Hertz-Fischler (1998) *A mathematical history of the golden number*, Mineola : Dover
- M. Livio (2003) *The golden ratio ; the story of phi, the world's most astonishing number*, New York : Broadway Books
- M. Neveux, H. E. Huntley (2014) *Le nombre d'or, radiographie d'un mythe ; suivi de La divine proportion*, Paris : Seuil
- C. Rousseau (2008) Nautile, nombre d'or et spirale dorée, *Accromath*, 3, 8–11