0 Le sikidy

Les mathématiques sont universelles, c'est bien connu. D'une civilisation à l'autre, d'un millénaire à l'autre, ce sont les mêmes théorèmes que l'on énonce, et n'importe qui peut en comprendre la démonstration, quelle que soit sa langue et sa culture. Des Grecs à nous-même, vingt-cinq siècles de progrès continu et universel. C'est-y pas beau tout de même ? Euh, bon, peut-être. Vous voulez que je vous montre des mathématiques universelles sur une bonne dizaine de siècles ? C'est parti.

histoires d'arithmétique

Le sikidy

arithmétique modulo deux

hist-math.fr Bernard Ycart

1 $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$

L'addition modulo deux, c'est la seule structure de groupe à deux éléments. Si vous remplacez 0 par Faux et 1 par Vrai, vous obtenez le « ou exclusif » de la logique booléenne. Mais pour nous ce sera simplement la parité. Pair est représenté par deux objets, impair par un seul. Pour se ramener à pair ou impair, on compte des objets deux par deux : à la fin il en reste deux ou bien un seul.

$\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$

arithmétique modulo 2

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\oplus$	••	•
••	••	•
•	•	••

•• •• •• •• ••

•• •• •• •• •• •

2 $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^4$

Maintenant imaginez que vous formiez une matrice carrée quatre par quatre, à valeurs dans $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$. Cela vous donne quatre vecteurs colonnes, et quatre vecteurs lignes que vous transposez ; en tout huit vecteurs colonnes. Ils sont numérotés de droite à gauche.

$(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^4$

arithmétique modulo 2

C_4	C_3	C_2	C_1	
1	1	1	1	C_5
1	1	0	0	C_6
0	1	0	0	C_7
1	0	0	0	C_8

C_8	C_7	C_6	C_5	C_4	C_3	C_2	C_1
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0	0	0

3 $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^4$

$(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^4$

arithmétique modulo 2

C_8	C_7	C_6	C_5	C_4	C_3	C_2	C_1
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0	0	0

$$C_9 = C_1 \oplus C_2 = \begin{matrix}0\\0\\0\\0\end{matrix} \; ; \; C_{10} = C_3 \oplus C_4 = \begin{matrix}0\\0\\1\\1\end{matrix}$$

$$C_{11} = C_5 \oplus C_6 = \begin{matrix}1\\1\\0\\0\end{matrix} \; ; \; C_{12} = C_7 \oplus C_8 = \begin{matrix}0\\0\\1\\1\end{matrix}$$

Maintenant vous formez des sommes deux par deux à partir de ces huit vecteurs colonnes. Vous obtenez quatre nouveaux vecteurs, numérotés de neuf à douze.

4 $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^4$

$(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^4$

arithmétique modulo 2

C_{12}	C_{11}	C_{10}	C_9
0	1	0	0
0	1	0	0
1	0	1	0
1	0	1	0

$$C_{13} = C_9 \oplus C_{10} = \begin{matrix}0\\0\\1\\1\end{matrix} \; ; \; C_{14} = C_{11} \oplus C_{12} = \begin{matrix}1\\1\\1\\1\end{matrix}$$

$$C_{15} = C_{13} \oplus C_{14} = \begin{matrix}1\\1\\0\\0\end{matrix}$$

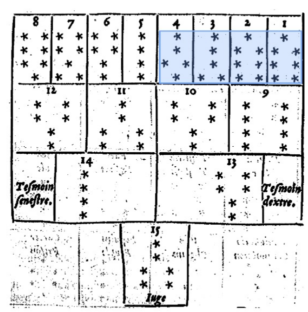
Puis vous itérez. La colonne 13 est la somme de la 9 et de la 10, la 14 de la 11 et la 12. Enfin la 15 est la somme des deux que vous venez de fabriquer.

Vous voulez savoir où j'ai trouvé cet exemple ?

5 Arithmétique modulo deux

Arithmétique modulo deux

Christofe de Cattan (1567)



Sur cette page. Elle vient d'un livre de 1567…

6 Géomance (1567)

« la Géomance du seigneur Christophe de Cattan, gentilhomme genevois. Livre non moins plaisant et récréatif que d'ingénieuse invention, pour savoir toutes choses présentes, passées et à venir. »

La géomance, ou géomancie, c'est une forme de divination. C'est un peu le même principe que le Yi Qing chinois. On se donne une source de hasard, à partir de laquelle on fabrique la matrice mère de quatre par quatre. Dans le Yi Qing, on fabrique des hexagrammes, c'est-à-dire des vecteurs de six coordonnées binaires. Ici, ce sont des tétragrammes, et on en forme quatre. L'originalité est le procédé de fabrication des colonnes filles, à partir de la matrice initiale, par transposition d'abord, puis par sommes modulo deux.

Une fois les figures réalisées, elles sont reconnues, puis interprétées en augures.

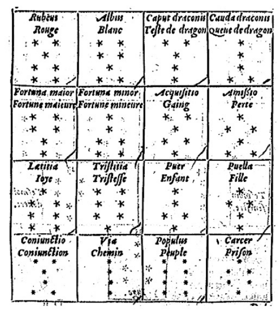
Géomance (1567)
Christofe de Cattan


LA
GEOMANCE DV SEI-
gneur Chriſtofe de Cattan, Gen-
til-homme Geneuois.
Liure non moins plaiſant & recreatif, que d'ingenieuſe
inuention, pour ſçauoir toutes choſes preſentes,
paſſees & aduenir.

7 Géomance (1567)

Voici les noms des seize figures. Elles vont par paires opposées, comme le gain et la perte, ou la joie et la tristesse.

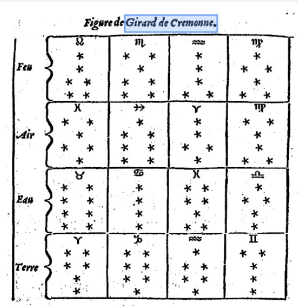
Géomance (1567)
Christofe de Cattan



8 Géomance (1567)

Ce tableau relie les figures de géomancie aux quatre éléments et aux signes du zodiaque. En haut il est précisé que c'est la figure de Gérard de Crémone.

Géomance (1567)
Christofe de Cattan



9 Traduction du Canon de la Médecine d'Ibn Sina

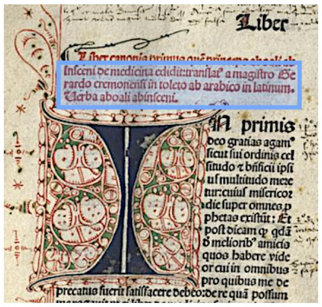
Gérard de Crémone est un Italien du douzième siècle, peut-être le plus prolifique de tous les traducteurs de l'arabe au Moyen-Âge.

Ceci est l'incipit d'une de ses traductions, et pas n'importe laquelle, le canon de la médecine d'Avicenne. L'encadré bleu précise que « maître Gérard de Crémone a traduit la parole d'Avicenne de l'arabe au latin, à Tolède. »

Parmi les traductions majeures de Gérard de Crémone, on compte des versions arabes de Ptolémée, Archimède, Euclide, mais aussi al-Khwarizmi, Thabit ibn Qurra, et bien d'autres.

On doit donc constater qu'au douzième siècle, un traité de géomancie arabe était considéré comme une œuvre majeure, qu'il était aussi important de traduire que l'algèbre d'al-Khwarizmi ou le canon d'Avicenne.

Traduction du Canon de la Médecine d'Ibn Sina
Gérard de Crémone (ca 1114–1187)



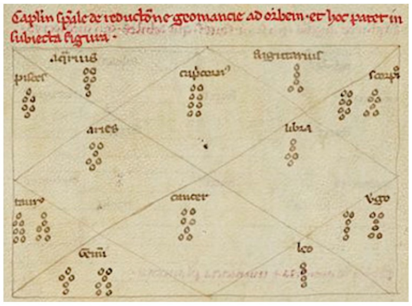
10 De reductione geomancie (1295)

Gérard de Crémone n'a pas été le seul. Voici une autre traduction, datée de la fin du treizième siècle. Bernard de Gordon était un professeur de médecine de l'Université de Montpellier.

L'incipit précise qu'il s'agit des « grandes arcanes révélées par Dieu au roi arabe Tholomico ».

La géomance, ou géomancie est bien une invention arabe, ce qui explique pourquoi les vecteurs ou figures, sont numérotés de droite à gauche. Mais on ignore de quand elle date, probablement du neuvième ou du dixième siècle.

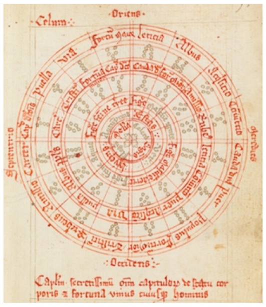
De reductione geomancie (1295)
Bernard de Gordon (ca 1270–1330)



11 géomancie, astrologie, etc. . . (ca 1450)

Cette roue de fortune provient d'un manuscrit allemand ou suisse de la première moitié du quinzième siècle, qui traite de la plupart des méthodes de divination connues, dont les lignes de la main, la physionomie, et l'alchimie.

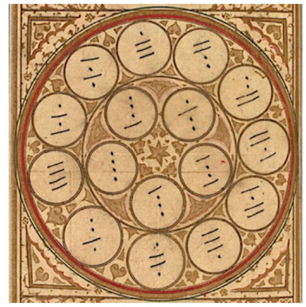
géomancie, astrologie, etc. . . (ca 1450)
Allemagne



12 Metali‘ü’l-saadet ve yenabi‘ü-l-siyadet (1582)

Ceci est extrait d’un magnifique manuscrit ottoman de la fin du seizième siècle. Le titre signifie : « le lever des étoiles de chance et les sources souveraines ». Comme vous le constatez, impair est marqué par un point, et pair par un trait.

Metali‘ü’l-saadet ve yenabi‘ü-l-siyadet (1582)
Seyyid Mohammed ibn Emir Hasan el-Su’udī



13 Metali‘ü’l-saadet ve yenabi‘ü-l-siyadet (1582)

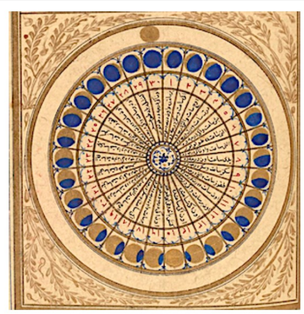
La géomancie est traitée dans le même livre avec l’astrologie, et plusieurs représentation de signes du zodiaque,

Metali‘ü’l-saadet ve yenabi‘ü-l-siyadet (1582)
Seyyid Mohammed ibn Emir Hasan el-Su’udī

14 Metali‘ü’l-saadet ve yenabi‘ü-l-siyadet (1582)

Mais aussi avec l’astronomie, et l’explication des phases de la Lune.

Metali‘ü’l-saadet ve yenabi‘ü-l-siyadet (1582)
Seyyid Mohammed ibn Emir Hasan el-Su’udī



15 Sikidy à Madagascar

La géomancie est arrivée à Madagascar dans les navires des commerçants arabes. Ce qui est remarquable, c’est qu’elle y est activement pratiquée, encore de nos jours, sous le nom de sikidy.

Sikidy à Madagascar

16 sikidy à Madagascar

Devenir ombiasy à Madagascar, c'est-à-dire devin et guérisseur, requiert un long apprentissage, pendant lequel l'impétrant doit apprendre à calculer correctement, et à interpréter un thème.

Sikidy à Madagascar

17 sikidy à Madagascar

Apres quelques invocations, l'ombiasy puise dans son sac de graines un petit tas, dont il calcule la parité en retirant les graines deux par deux, jusqu'à ce qu'il n'en reste que deux ou une. Il répète l'opération seize fois pour créer la matrice mère. Il calcule ensuite les filles par transposition, puis les colonnes suivantes, par des additions modulo deux. Les interprétations varient un peu, mais elles ressemblent à celles que nous avons vues plus tôt. Par exemple dans le sikidy, les figures dont la somme est paire sont appelées « princes », celles dont la somme est impaire « esclaves ».

L'ombiasy dispose de plusieurs manières de vérifier sa disposition. La plus simple est connue de tous temps et de tous les pratiquants. La voici dans le manuel de Christophe de Cattan.

Sikidy à Madagascar

18 Géomance (1567)

« Le juge ou la quinzième figure est procréé des deux témoins, pour juger la fin de toute la signification de la demande, et pour savoir si elle est bonne ou mauvaise. Ce juge doit être nécessairement pair (c'est-à-dire que la somme de ses coordonnées est paire), car s'il ne l'était pas, la figure serait fausse. »

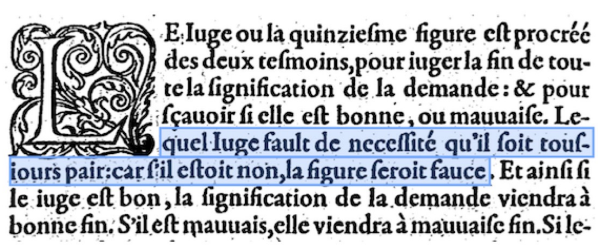
Cattan a raison et tous les ombiasys malgaches le savent bien, le juge est forcément un prince, quelle que soit la matrice mère. Si le juge n'est pas pair, c'est qu'il y a une erreur de calcul, et il faut recommencer.

Dites voir, un résultat qui est vrai quelles que soient les données de départ : ça s'appellerait pas un théorème ça par hasard ? Celui-là n'est pas très difficile à démontrer : essayez donc.

Ceux qui pratiquent la géomancie connaissent des invariants beaucoup plus fins dans leurs constructions. Il est impossible de savoir si ces résultats ont été obtenus par induction à force d'examiner des configurations, ou bien s'il y a, ou s'il y a eu, un raisonnement logique.

Tout cela dans tous les continents, entre le dixième siècle et nos jours, par la seule force de la réflexion, à partir de quelques graines seulement.

Géomance (1567)
Christofe de Cattan

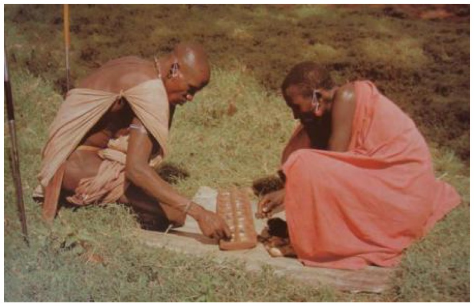


LE Iuge ou la quinzieſme figure eſt procréé des deux teſmoins, pour iuger la fin de toute la ſignification de la demande : & pour ſçauoir ſi elle eſt bonne, ou mauuaiſe. Lequel Iuge fault de neceſſité qu'il ſoit touſiours pair : car ſ'il eſtoit non, la figure ſeroit fauce. Et ainſi ſi le iuge eſt bon, la ſignification de la demande viendra à bonne fin. S'il eſt mauuais, elle viendra à mauuaiſe fin. Si le-

19 Awalé en Afrique

Et tenez puisque nous sommes en plein dans l'ethnomathématique et dans les graines, voici le jeu de l'awalé.

Awalé en Afrique



20 Awalé, Adito, Adjito, Akong...

Ce jeu est issu de l'Afrique subsaharienne, et il est arrivé en Amérique par les routes de l'esclavage. Il porte de multiples noms selon les pays, et connaît de multiples variantes. Par commodité, nous en resterons à l'Awalé, qui semble être le nom le plus connu.

Awalé, Adito, Adjito, Akong...

21 Toguz Korgool

Il a essaimé en Asie Centrale où il se joue avec deux rangées de neuf cases.

Toguz Korgool
Kazakhstan, Turkistan, ...

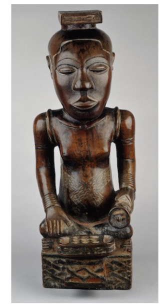
22 Mancala à 4 rangées de cases

Le nombre de cases sur chaque rangée et le nombre de rangées peut varier. Mancala est un nom générique pour toutes sortes de jeux où on sème des graines dans des cases : les jeux de semailles.

Mancala à 4 rangées de cases

23 Shamba Bolongongo (ca. 1600)

Shamba Bolongongo (ca. 1600)



Il est impossible de dater l'origine de ces jeux de semailles.

Au début du dix-septième siècle Shamba Bolongongo était le roi de Kuba, au sud de l'actuelle république du Congo. Pour contrer les ravages des jeux de hasard, il avait promu l'usage de l'awalé. Il semble qu'il ait été lui-même un excellent joueur, raison pour laquelle il est représenté sur cette statue en train de jouer.

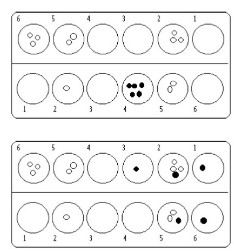
24 Règles du jeu

Règles du jeu
Awalé, Afrique

Dans la version simple, chaque joueur a en face de lui six cases. Au début de la partie chaque case contient quatre graines.

25 Règles du jeu

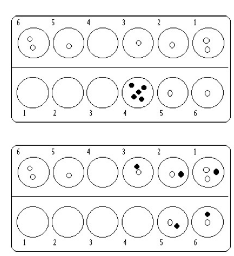
Règles du jeu
Awalé, Afrique



Chaque joueur à son tour prend toutes les graines d'une de ses cases et les sème une par une en tournant dans le sens trigonométrique. Par exemple, dans la configuration du haut, si le joueur Sud prend les cinq graines de sa case quatre et les sème, il arrive à la configuration en-dessous, et c'est le tour de l'autre joueur.

26 Règles du jeu

Règles du jeu
Awalé, Afrique



Si après la semaille une des cases de l'adversaire contient deux ou trois graines, elles sont capturées. Par exemple ici le joueur Sud sème les cinq graines de sa case quatre. À l'arrivée, la case trois de l'adversaire contient deux graines, elles sont donc capturées. Les deux cases précédentes contiennent deux et trois graines, elles sont capturées également.

Voilà, c'est à peu près tout. Ah si ! une règle plutôt sympathique : il est interdit d'affamer l'adversaire en vidant d'un coup toutes ses cases.

27 Mancala dans le sable

Mancala dans le sable

Pour jouer, pas besoin de matériel. Des trous creusés à même le sable suffisent.

28 Awalé dans une boîte à œufs

Awalé dans une boîte à œufs

Vous pouvez aussi jouer dans une boîte à œufs.

Si vous ne voyez pas le rapport entre ces règles du jeu et une réflexion mathématique, essayez donc de jouer contre quelqu'un qui sait. Pour ma part quelques défaites cuisantes et rapides contre mon ami Goudjo m'ont largement convaincu.

29 références

références

- M. Ascher (1997) Malagasy *sikidy* : a case in Ethnomathematics, *Historia Mathematica*, 24, 376–395
- T. Charmasson (1978) Les premiers traités latins de géomancie, *Cahiers de civilisation médiévale*, 21(82), 121–136
- M. Chemillier, D. Jacquet, V. Randrianary, M. Zabalia (2007) Aspects mathématiques et cognitifs de la divination *sikidy* à Madagascar, *L'Homme*, 281, 7–40
- M. Chemillier (2008) Éléments pour une ethnomathématique de l'awélé, *Mathématiques et sciences humaines*, 181, 5–33
- J. F. Rabedimy (1976) *Pratiques de divination à Madagascar*, Paris : Orstom
- C. Zaslavsky (1999) *Africa counts*, Chicago : Laurence Hills

Il n'est pas si facile de définir ce qui relève des mathématiques. Ce que j'essaie de vous dire dans ces histoires, c'est que le progrès continu et linéaire depuis les Grecs est tout simplement un mythe : il n'a pas d'autre justification qu'un européo-centrisme passablement étroit. Voilà, ça, c'est dit !