

0 Le pape de l'an mil

C'est pas tous les jours qu'un mathématicien devient pape non ? Eh bien c'est arrivé, en l'an de grâce 999.

histoires d'arithmétique

Le pape de l'an mil

l'abaque de Gerbert



hist-math.fr

Bernard YCART

1 Gerbert d'Aurillac (ca. 946–1003)

C'est arrivé à Gerbert d'Aurillac, un de ces personnages dont il n'est pas facile de démêler la vie de la légende. Déjà, ce portrait n'a aucune chance d'être ressemblant. De son enfance, on ignore tout. On sait juste qu'il a été placé dans un monastère à Aurillac, et qu'il s'y est fait remarquer par son aptitude aux études.

Gerbert d'Aurillac (ca. 946–1003)



2 Monastère de Ripoll (967–970)

En 967, le comte catalan Borel ayant fait étape à Aurillac, on lui confie Gerbert pour étudier en Catalogne. Là il peut accéder à d'excellentes bibliothèques, alimentées entre autres par des traductions de textes arabes. Il est bien possible que Gerbert ait profité de ce cloître du monastère de Ripoll, qui possédait une belle bibliothèque.

De retour de Catalogne, ses protecteurs l'emmènent à Rome, où il est recommandé au pape Jean XIII et à l'empereur Otton premier, qui lui confient des missions d'enseignement.

En 972, il étudie la philosophie à Reims, puis y devient écolâtre, c'est-à-dire maître de l'école cathédrale. Après un intermède italien, il revient à Reims, d'où il contribue à faire élire Hugues Capet, roi de France. Il est nommé archevêque en 991, ce qui lui vaut des ennemis.

Et comme le successeur d'Hugues Capet soutient ses adversaires à partir de 996, il préfère se réfugier en Italie.

Monastère de Ripoll (967–970)

Gerbert d'Aurillac (ca. 946–1003)



3 Otton III (980–1002)

D'autant qu'il y est puissamment soutenu, en particulier par un de ses élèves, qui devient empereur sous le nom d'Otton III. Sur cette image, le personnage tonsuré que vous voyez à la droite d'Otton III est probablement Gerbert.

Otton III (980–1002)
Gerbert d'Aurillac (ca. 946–1003)



4 le pape Sylvestre II (999–1003)

Grâce à Otton III, Gerbert est élu pape en 999 sous le nom de Sylvestre II. Ceci est sa statue, dans la ville d'Aurillac.

Une alliance durable entre le Saint Empire romain germanique et la papauté aurait évité nombre de querelles dans les siècles suivants. Mais ne rêvons pas, Otton III meurt à l'âge de 22 ans, suivi par Gerbert quelques mois plus tard.

Voilà, c'est à peu près tout ce dont on puisse être sûr.

La seule source provenant de quelqu'un qui a personnellement connu Gerbert, ce sont...

le pape Sylvestre II (999–1003)
Gerbert d'Aurillac (ca. 946–1003)

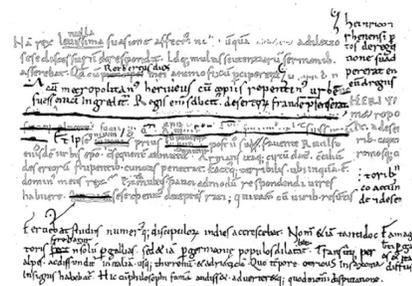


5 Historiarum libri quatuor

les quatre livres d'Histoire de Richer de Reims. Ce Richer a manifestement côtoyé Gerbert à Reims pendant plusieurs années, mais on ignore dans quel cadre. Il a pu être son élève, ou un de ses collègues, ou simplement un ami. En tout cas dans l'introduction, Richer dit que Gerbert a insisté pour qu'il écrive cette chronique.

Voici son témoignage.

Historiarum libri quatuor
Richer de Reims (ca. 940–998)



6 ce qu'elles lui ont coûté de peines

« Quant aux mathématiques, il n'est pas inutile de dire ce qu'elles lui ont coûté de peines. Il commença par enseigner l'arithmétique, qui est la première partie de cette science, puis il travailla à répandre la connaissance de la musique, longtemps ignorée des Gaules. »

ce qu'elles lui ont coûté de peines
Richer de Reims, Histoire livre III (ca. 998)

Quant aux mathématiques, il n'est pas inutile de dire ce qu'elles lui ont coûté de peines. Il commença par enseigner l'arithmétique, qui est la première partie de cette science, puis il travailla à répandre la connaissance de la musique, longtemps ignorée des Gaules.

7 une science qui est à peine intelligible

« Il ne sera pas non plus hors de propos de dire toute la peine qu'il prit à expliquer l'astronomie ; en admirant la sagacité d'un si grand homme, le lecteur sera à même d'apprécier les ressources de son génie. Car, à l'étonnement général, il sut, au moyen de certains instruments, donner la connaissance d'une science qui est à peine intelligible. »

Richer décrit ces instruments pédagogiques que Gerbert avait fabriqués pour enseigner l'astronomie : un globe terrestre, des sphères armillaires, et puis une autre sphère pour représenter les constellations.

8 cet instrument avait cela de divin

« Cet appareil avait cela de divin que, fût-on étranger à la science, il suffisait de vous y montrer une seule des constellations, pour qu'on apprît, sans maître, à reconnaître toutes les autres. Aussi les disciples de Gerbert y puisèrent-ils une large instruction. »

Sur sa lancée, il invente un autre instrument pédagogique.

9 il fit construire un abaque

« Gerbert ne donna pas moins de soin à l'enseignement de la géométrie. Pour préparer les voies à l'étude de cette science, il fit construire par un armurier un abaque, c'est-à-dire une tablette, disposée pour le calcul ; cette tablette était divisée en vingt-sept colonnes longitudinales, où il plaça les neuf chiffres qui lui servaient à exprimer tous les nombres. En même temps il fit exécuter en corne mille caractères semblables, qui, disposés dans les vingt-sept compartiments de l'abaque, donnaient la multiplication et la division de toute sorte de nombres [...] »

10 l'abaque d'Echternach (ca. 1000)

On a retrouvé sur un parchemin une table à compter, probablement tracée sur le modèle de l'abaque de Gerbert.

une science qui est à peine intelligible

Richer de Reims, Histoire livre III (ca. 998)

Il ne sera pas non plus hors de propos de dire toute la peine qu'il prit à expliquer l'astronomie ; en admirant la sagacité d'un si grand homme, le lecteur sera à même d'apprécier les ressources de son génie. Car, à l'étonnement général, il sut, au moyen de certains instruments, donner la connaissance d'une science qui est à peine intelligible.

cet instrument avait cela de divin

Richer de Reims, Histoire livre III (ca. 998)

Cet appareil avait cela de divin que, fût-on étranger à la science, il suffisait de vous y montrer une seule des constellations, pour qu'on apprît, sans maître, à reconnaître toutes les autres. Aussi les disciples de Gerbert y puisèrent-ils une large instruction.

il fit construire un abaque

Richer de Reims, Histoire livre III (ca. 998)

Gerbert ne donna pas moins de soin à l'enseignement de la géométrie. Pour préparer les voies à l'étude de cette science, il fit construire par un armurier un abaque, c'est-à-dire une tablette, disposée pour le calcul ; cette tablette était divisée en vingt-sept colonnes longitudinales, où il plaça les neuf chiffres qui lui servaient à exprimer tous les nombres. En même temps il fit exécuter en corne mille caractères semblables, qui, disposés dans les vingt-sept compartiments de l'abaque, donnaient la multiplication et la division de toute sorte de nombres[...]

l'abaque d'Echternach (ca. 1000)

Gerbert d'Aurillac (ca. 946-1003)



11 l'abaque de Gerbert

Sur les mille caractères en corne, Gerbert avait fait graver les neuf caractères arabes occidentaux, ou « goubar ». Ce sont les fameux « apices ». Le mot « apice », qui vient de « sommet » en latin, peut laisser penser que les morceaux de corne étaient coniques, mais on n'en est pas sûr.

L'idée était d'utiliser l'abaque, non pas en accumulant des jetons identiques dans les colonnes, mais en plaçant dans la colonne un seul jeton, portant l'indication du nombre. Remarquez qu'il n'était pas question de zéro. Il y avait simplement des colonnes vides.

Cette invention prouve deux choses. D'une part, Gerbert avait eu connaissance des chiffres arabes, probablement par l'intermédiaire de ses connaissances en Catalogne. D'autre part, il n'était pas question pour lui d'enseigner la numération de position, avec le zéro, sans les colonnes de l'abaque. Est-ce qu'il l'avait comprise ? Est-ce qu'il la trouvait trop difficile pour l'enseigner ? On ne le saura jamais.

Le tout est que, quand il a des nombres à écrire, il les écrit toujours en chiffres romains.

12 De Geometria

Comme par exemple dans sa géométrie. Pour vous dire à quel point Gerbert était loin de l'enseignement des Grecs, voici ce qu'il dit du théorème de Pythagore.

13 De Geometria

« Il existe une autre loi tout à fait digne d'une réflexion plus soignée. Elle est absolument correcte pour les triangles rectangles pythagoriques, et dans tous les autres triangles rectangles elle est soit tout à fait vraie, soit très proche de la vérité.

Presque dans tout triangle rectangle, on peut cerner la grandeur du troisième côté au moyen de deux côtés quelconques, par une construction absolument sûre de la nature. »

Et là, Gerbert détaille longuement comment faire pour retrouver un côté en fonction des deux autres, en distinguant les trois cas, selon qu'on veut l'hypoténuse, le petit ou le grand côté de l'angle droit.

Non seulement il n'a pas la notion de ce que peut être une démonstration à la Euclide, mais il n'est même pas question pour lui de considérer l'objet géométrique « triangle rectangle » dans toute sa généralité.

Il illustre par de multiples exemples les longueurs des trois côtés pour les triangles qu'il appelle pythagoriques, c'est-à-dire les triangles semblables au triangle de côtés 3, 4, 5.

l'abaque de Gerbert

Gerbert d'Aurillac (ca. 946-1003)

	ē	ḫ	ī	c	x	l	
					1	2	13
					8	11	87
		55			1	6	4 019
55			b	6			400 520
			b	2	6		539
1					11	b	100 065

De Geometria

Gerbert d'Aurillac (ca. 946-1003)



De Geometria

Gerbert d'Aurillac, De Geometria (ca. 990)

Il existe une autre loi tout à fait digne d'une réflexion plus soignée. Elle est absolument correcte pour les triangles rectangles pythagoriques, et dans tous les autres triangles rectangles elle est soit tout à fait vraie, soit très proche de la vérité.

Presque dans tout triangle rectangle, on peut cerner la grandeur du troisième côté au moyen de deux côtés quelconques, par une construction absolument sûre de la nature.

14 triangles pythagoriques

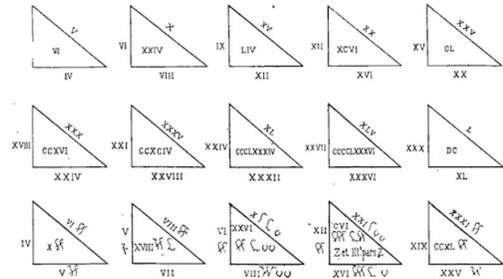
Comme vous le constatez, il n'y a pas de chiffres arabes. Sur les deux premières lignes, vous voyez des triangles pythagoriques à côtés entiers, dont les longueurs sont écrites en chiffres romains. La surface est aussi entière et est écrite au milieu.

Sur la dernière ligne, vous voyez des signes bizarres à côté des chiffres romains. C'est la notation de Gerbert pour les fractions. Il donne une liste de 11 fractions qui chacune ont un nom et une notation propre. Par exemple, en bas à gauche, vous voyez le triangle pythagorique dont le petit côté est 4. L'autre côté de l'angle droit est seize tiers, soit cinq et la fraction un tiers. L'hypoténuse est 20 tiers, soit 6 et la fraction deux tiers. La surface est trente deux tiers, soit dix et la fraction deux tiers.

Pour naïves et incomplètes que les mathématiques de Gerbert puissent nous paraître, elles étaient encore très au-dessus des connaissances de son temps. Au point qu'elles ont alimenté sa légende noire, comme nous allons le voir.

triangles pythagoriques

Gerbert d'Aurillac, De Geometria (ca. 990)



15 Héloïse et Abélard (1882)

Héloïse et Abélard, vous connaissez bien sûr. Leur tragique histoire d'amour est un modèle du genre, surtout si on l'agrémente des détails scabreux que vous me dispenserez de rappeler.

Héloïse et Abélard (1882)

Edmund B. Leighton (1852-1922)



16 Héloïse et Abélard

Ils ont réellement existé. Même que Pierre Abélard est un des grands penseurs du douzième siècle. Un des rares au Moyen-Âge à avoir dominé la dialectique et compris la pensée d'Aristote.

Eh bien Pierre Abélard, qui pourtant a laissé un cours de logique tout à fait remarquable, était réfractaire aux mathématiques.

Héloïse et Abélard

Héloïse (1101-1164) et Pierre Abélard (1079-1142)



17 Dialectica

« Cette science elle-même, dont l'exercice est abominable, et qui se nomme la mathématique, ne doit pas être réputée mauvaise ; car il n'y a pas de crime à savoir, au prix de quels hommages et de quelles immolations, les démons accomplissent nos vœux ; le crime est d'y recourir. »

Vous voyez à quel point, même chez un penseur, la distance entre ce qu'on ne comprend pas et le démoniaque était faible.

18 Gesta Regum Anglorum

Abélard devrait vous mettre en condition d'accepter le témoignage de son contemporain Guillaume de Malmesbury. À un an près, ils ont les mêmes dates. Guillaume était un moine anglais. Il a écrit cette chronique des rois d'Angleterre qui est le fondement de l'histoire de l'Angleterre.

Il y présente l'exploit d'un de ses frères, dans le même monastère.

19 Eilmer de Malmesbury (ca. 1000)

Eilmer de Malmesbury.

« Pour quelqu'un de ce temps-là, il était savant. Il était âgé, et dans sa jeunesse il avait tenté un acte d'une hardiesse remarquable. J'ignore comment, il avait attaché des ailes à ses mains et à ses pieds, de sorte que, prenant la fable pour la réalité, il puisse voler comme Dédale. Profitant de la brise au sommet d'une tour, il vola sur plus de 200 mètres. Mais secoué par la violence du vent et les tourbillons d'air, autant que par la conscience de sa tentative irréfléchie, il tomba, se cassa les deux jambes, et en resta boiteux ensuite. Il racontait que la cause de son échec était qu'il avait oublié de se munir d'une queue. »

Des tentatives de cet ordre, il a dû y en avoir bien d'autres dans l'histoire. Le problème est que ce récit ressemble beaucoup à une autre tentative, antérieure de plus d'un siècle.

Dialectica

Pierre Abélard (1079–1142)

Cette science elle-même, dont l'exercice est abominable, et qui se nomme la mathématique, ne doit pas être réputée mauvaise ; car il n'y a pas de crime à savoir, au prix de quels hommages et de quelles immolations, les démons accomplissent nos vœux ; le crime est d'y recourir.

Gesta Regum Anglorum

William of Malmesbury (ca. 1080–1143)



Eilmer de Malmesbury (ca. 1000)

William of Malmesbury (ca. 1080–1143)



20 Abbas Qasim Ibn Firnas (810–875)

Il s'agit de ibn Firnas. Il vivait à Cordoue et ceci est sa statue à l'aéroport de Bagdad. C'est un historien marocain, al-Makkari, qui raconte.

« Entre autres expériences très curieuses qu'il fit, il essaya de voler. Il se couvrit de plumes à cet effet, attacha une paire d'ailes à son corps, et montant sur une éminence, il se lança dans l'air. Selon le témoignage de plusieurs écrivains dignes de confiance témoins de l'exploit, il vola sur une distance considérable, comme s'il avait été un oiseau ; mais au moment de se poser à l'endroit d'où il était parti, son dos fut grièvement blessé, car il ne savait pas que les oiseaux quand ils se posent arrivent sur leur queue, et il avait oublié de s'en procurer une. »

Maintenant que vous êtes prévenus, voici le témoignage de Guillaume de Malmesbury sur Gerbert.

Abbas Qasim Ibn Firnas (810–875)

aéroport de Bagdad



21 tout ce que la curiosité humaine peut connaître

« Ennuyé de la vie monastique ou entraîné par la passion de la gloire, il quitta le couvent pendant la nuit, et s'enfuit en Espagne, pour étudier chez les Sarrasins, l'astrologie et les autres sciences de cette nature. Il apprit, sous leur direction, après deux ans, ce que signifient le chant et le vol des oiseaux ; il connut le secret d'évoquer les ombres des morts ; enfin, il posséda tout ce que la curiosité humaine peut connaître de nuisible ou de salutaire. »

tout ce que la curiosité humaine peut connaître

William of Malmesbury, Gesta Regum Anglorum (ca. 1130)

ennuyé de la vie monastique ou entraîné par la passion de la gloire, il quitta le couvent pendant la nuit, et s'enfuit en Espagne, pour [étudier chez les Sarrasins](#), l'astrologie et les autres sciences de cette nature. Il apprit, sous leur direction, après deux ans, ce que signifient le chant et le vol des oiseaux ; il connut le secret d'évoquer les ombres des morts ; enfin, [il posséda tout ce que la curiosité humaine peut connaître](#) de nuisible ou de salutaire.

22 il en ranima l'étude dans la Gaule

« Il est inutile de parler des sciences permises, arithmétique, musique et géométrie ; il s'en pénétra de manière à prouver qu'elles étaient au-dessous de son génie et il en ranima l'étude dans la Gaule, où elles étaient depuis longtemps tout à fait oubliées. Il fut assurément le premier qui, prenant l'abacus chez les Arabes, en donna les règles, que les abacistes comprennent à peine, après s'être bien fatigués à les étudier. »

Hébergé à Cordoue chez un Sarrazin dont il avait gagné la confiance, il se débrouille pour lui voler un livre de secrets qu'il convoite.

il en ranima l'étude dans la Gaule

William of Malmesbury, Gesta Regum Anglorum (ca. 1130)

Il est inutile de parler des sciences permises, arithmétique, musique et géométrie ; il s'en pénétra de manière à prouver qu'elles étaient au-dessous de son génie et [il en ranima l'étude dans la Gaule](#), où elles étaient depuis longtemps tout à fait oubliées. Il fut assurément le premier qui, [prenant l'abacus chez les Arabes](#), en donna les règles, que les abacistes comprennent à peine, après s'être bien fatigués à les étudier.

23 il enivre son père

« L'assiduité avait engendré la familiarité entre Gerbert et la fille du Sarrasin ; d'accord avec celle qui l'aimait, il enivre son père, prend le livre placé sous son traversin et s'enfuit. Le Sarrazin s'éveille ; guidé par les étoiles, dont il connaît les secrets, il poursuit le fugitif. »

il enivre son père

William of Malmesbury, *Gesta Regum Anglorum* (ca. 1130)

L'assiduité avait engendré la familiarité entre [Gerbert et la fille du Sarrasin](#) ; d'accord avec celle qui l'aimait, il enivre son père, prend le livre placé sous son traversin et s'enfuit. Le Sarrazin s'éveille ; guidé par les étoiles, dont il connaît les secrets, il poursuit le fugitif.

24 il appelle le diable

« Gerbert précipite sa marche et arrive à la mer. Là, par des enchantements, il appelle le diable ; il lui jure un hommage éternel, s'il le protège contre son ennemi, qui s'est remis à sa poursuite, et s'il le transporte au-delà de la mer. Cela fut fait. »

Et voilà Gerbert lié au diable par son pacte.

il appelle le diable

William of Malmesbury, *Gesta Regum Anglorum* (ca. 1130)

Gerbert précipite sa marche et arrive à la mer. Là, par des enchantements, [il appelle le diable](#) ; il lui jure un hommage éternel, s'il le protège contre son ennemi, qui s'est remis à sa poursuite, et s'il le transporte au-delà de la mer. Cela fut fait.

25 tout ce que la curiosité humaine peut connaître

« Gerbert, revenu dans la Gaule, sa patrie, ouvrit des écoles publiques et acquit la réputation du maître le plus savant. Il avait, pour compagnons de ses études, pour collègues, Constantin, abbé du monastère de Saint-Maximin, près d'Orléans, auquel il adressa les règles de l'abacus. »

Croyez-le ou non, ceci est strictement exact.

tout ce que la curiosité humaine peut connaître

William of Malmesbury, *Gesta Regum Anglorum* (ca. 1130)

Gerbert, revenu dans la Gaule, sa patrie, ouvrit des écoles publiques et [acquit la réputation du maître le plus savant](#). Il avait, pour compagnons de ses études, pour collègues, Constantin, abbé du monastère de Saint-Maximin, près d'Orléans, auquel il adressa les règles de l'abacus ; ...

26 soutenu par son patron, qui était le diable

« Gerbert, soutenu par son patron, qui était le diable, pressait la fortune pour réaliser tout ce que son imagination avait rêvé. Il fit servir, à ses passions, des trésors autrefois cachés par les Gentils et que la nécromancie lui avait fait découvrir, dans des amas de ruines. »

Et curieusement, avant de protester de la véracité de son récit, Malmesbury ajoute : « On pourrait croire que ce sont là des inventions du peuple, parce qu'il se plaît à attaquer la réputation des savants et qu'il accuse de s'entretenir avec le démon, celui qui excelle dans son art. »

soutenu par son patron, qui était le diable

William of Malmesbury, *Gesta Regum Anglorum* (ca. 1130)

Gerbert, [soutenu par son patron, qui était le diable](#), pressait la fortune pour réaliser tout ce que son imagination avait rêvé. Il fit servir, à ses passions, des trésors autrefois cachés par les Gentils et que [la nécromancie lui avait fait découvrir](#), dans des amas de ruines.

27 comment il fit hommage au diable (fin XIV^e siècle)

Guillaume de Malmesbury a démarré la légende noire de Gerbert. Mais cette légende a bien été entretenue au fil des siècles suivants.

Sur ce manuscrit du quatorzième siècle, Gerbert pactise avec le diable. Au-dessus en rouge est écrit : « du pape Sylvestre second et comment il fit hommage au diable ».

comment il fit hommage au diable (fin XIV^e siècle)

Gerbert d'Aurillac (ca. 946–1003)



28 gravure allemande (1460)

Voici une gravure allemande de 1460. Environ cinquante ans avant Luther, l'église de Rome commençait à être remise en cause. S'attaquer aux papes des siècles passés était un moyen de s'en prendre à l'Église du temps.

gravure allemande (1460)

Gerbert d'Aurillac (ca. 946–1003)



29 Victor Hugo (1802–1885)

La réputation démoniaque de Gerbert a duré jusqu'au dix-neuvième siècle, puisque Victor Hugo l'utilise dans la Légende des siècles. Il imagine une visite de l'Enfer, avec tous les personnages qu'on s'attend à y trouver.

Victor Hugo (1802–1885)

Léon Bonnat (1833-1922)



30 La légende des siècles, dernière série (1883)

Nuit sinistre, où pas un des coupables n'échappe,
Ni sous la pourpre Othon, ni Gerbert sous la chape.
Pensif, je m'assurai qu'ils étaient bien là tous,
Et je leur dis : – quel est le pire d'entre vous ?

Alors du fond du gouffre, ombre patibulaire
Où le nid menacé par l'immense colère
Autrefois se blottit et se réfugia,
Satan cria : – C'est moi ! – Crois-tu ? dit Borgia.

La légende des siècles, dernière série (1883)

Victor Hugo (1802–1885)

Nuit sinistre, où pas un des coupables n'échappe,
Ni sous la pourpre Othon, ni Gerbert sous la chape.
Pensif, je m'assurai qu'ils étaient bien là tous,
Et je leur dis : – quel est le pire d'entre vous ?

Alors du fond du gouffre, ombre patibulaire
Où le nid menacé par l'immense colère
Autrefois se blottit et se réfugia,
Satan cria : – C'est moi ! – Crois-tu ? dit Borgia.

31 références

S'il y avait un endroit où l'on puisse rencontrer les mathématiciens des siècles passés j'aimerais bien le visiter moi aussi. Je leur dirais « Qui est le meilleur d'entre vous ? » Gauss crierait : – « c'est moi ! » – « Crois-tu ? » dirait Gerbert.

Oui, vous avez raison. Quand je commence à délirer comme ça, il vaut mieux que j'arrête.

références

- C. Burnett (2010) *Numerals and Arithmetics in the Middle Ages*, Farnham : Ashgate
- F. Picavet (1897) *Un pape philosophe d'après l'histoire et d'après la légende*, Paris : Leroux
- D. Roessler (1999) *Geometria Gerberti, Opusculum de Géométrie incomplet de Gerbert d'Aurillac*, Bures sur Yvette : IHES
- A. Schärli (2012) *Un portrait de Gerbert d'Aurillac*, Lausanne : Presses Polytechniques et Universitaires Romandes
- C. Sigismondi (2012) Gerbert of Aurillac : astronomy and geometry in tenth century Europe, *Int. J. Modern Physics : Conference Series*, 1(18), 1–5
- F. Trystram (2007) *Le coq et la louve : histoire de Gerbert et l'an mille*, Paris : Flammarion