0 Les lignes de Fohi

histoires d'arithmétique

Les lignes de Fohi

arithmétique binaire

hist-math.fr Bernard YCART

Ça c'est le drapeau de la Corée du Sud. Vous voyez les quatre signes noirs qui entourent le symbole du yin et du yang ? Ce sont des « koua », autrement dit des trigrammes, des groupes de trois traits, soit pleins soit discontinus.

1 le Yin et le Yang

le Yin et le Yang

liang-hi

Yin	Yang
passif	actif
ténébreux	lumineux
négatif	positif
femelle	mâle

Le trait plein c'est le Yang, qui a tout un tas de qualités dont celle d'être mâle, l'autre eh bien c'est le Yin. Désolé, c'est l'histoire qui veut ça !

2 Bagua

Bagua

amulette

Il y a deux puissance trois, soit huit groupes de trois traits. Leur ensemble s'appelle le Bagua. Il est constitué des huit koua rangés en octogone, comme sur cette amulette...

3 Bagua

ou sur ce monument. Ah tiens, c'est curieux : dans les deux cas l'ordre est le même, mais ce n'est pas l'ordre lexicographique binaire. Les paires de trigrammes opposés ne sont pas non plus sur les mêmes diamètres.

Mais d'où vient cette idée de grouper par trois des traits pleins ou discontinus ?

Bagua
Monument, Province du Zheijiang, Shaozing

4 Fuxi, Fohi, Fou Hi, Paoxi, . . .

De Fuxi ou Fohi selon les auteurs.

Et c'est parti pour la légende !

Fuxi, Fohi, Fou Hi, Paoxi, . . .

5 Fuxi et Nuwa

« La mère de Fuxi et Nuwa s'appelle Huaxu. Un jour Huaxu visita un endroit nommé Leizé. Elle vit une énorme empreinte de pas. Par curiosité, elle marcha dessus, et se retrouva instantanément enceinte. Après douze années de grossesse, elle donna naissance à Fuxi. L'empreinte appartenait au Dieu du tonnerre, donc Fuxi est le fils du Dieu du tonnerre, et Nuwa est sa demi-sœur. »

Sur la plupart des représentations, Nuwa tient un compas, Fuxi une équerre, comme symboles de leur participation à la construction du monde. Ensemble, ils ont inventé le mariage. Ils ont aussi apporté à l'humanité la chasse, la pêche, la cuisine, la musique, l'écriture, bref la civilisation.

Et surtout, Fuxi a inventé le bagua.

Fuxi et Nuwa

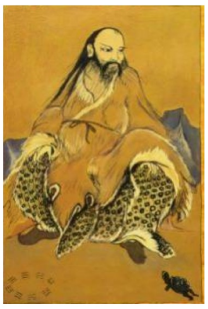
6 Fuxi et le cheval-dragon

Un jour qu'il se trouvait au bord d'une rivière, un cheval-dragon en sortit, qui portait sur son dos ces marques inconnues jusqu'alors.

Fuxi et le cheval-dragon
invention du bagua

7 Fuxi et la tortue

Fuxi et la tortue
invention du bagua



À moins que ce ne soit une tortue, allez savoir.

8 Fuxi et le bagua

À moins tout simplement qu'il ne l'ait déduit de l'observation de la nature. C'est en tout cas ce que dit le Yi Qing, le livre des mutations.

« Fou Hi leva les yeux et regarda ; il les baissa et examina. Il vit que la négativité et la positivité ont la dualité et l'unité pour nombres. Il traça donc un trait simple pour symboliser la positivité et un trait double pour symboliser la négativité. Il vit qu'une négativité et une positivité ont chacune l'apparence d'engendrer la même chose ; aussi, à partir d'en bas et en montant, il traça encore un second, puis un troisième trait, pour achever les huit koua simples primitifs. Il vit que la nature de la positivité est l'activité et que la plus grande de ses formes réalisées est le ciel ; c'est pour cela que le koua composé de trois traits simples fut nommé *khien* et qu'il l'attribua à la représentation du ciel. »

Fuxi et le bagua

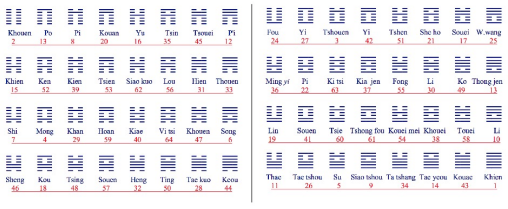
9 Yi Qing, I Ching, Yi Jing, . . .

« Les trois traits complétés, les huit koua achevés, il augmenta encore trois fois d'un trait, pour en porter le nombre à six, c'est-à-dire qu'au-dessus de chacun des huit koua simples, il ajouta successivement chacun de ces mêmes signes, pour former les soixante quatre koua parfaits. »

Le Yi Qing, le livre des mutations, décrit longuement les interprétations de chacun des soixante-quatre hexagrammes formés de six traits.

Cette table, extraite de la traduction de Philastre que j'ai utilisée, classe les hexagrammes par ordre lexicographique. Elle donne en-dessous la numérotation dans le classement originel des koua, qui n'a rien de mathématique.

Yi Qing, I Ching, Yi Jing, . . .
le livre des mutations



10 Yi Qing, I Ching, Yi Jing, . . .

Juste pour vous donner une idée, parce que je n'y comprends pas grand-chose, voici quelques unes des maximes que donne le livre des mutations, pour un des koua parmi les soixante quatre.

- Grande liberté, perfection avantageuse, ne pas agir dans ce qu'il y a à entreprendre.
- immobilité de la borne ; avantage à demeurer dans la perfection.
- comme embarrassé, comme perplexe ; montant à cheval et comme demeurant en rang ; s'il ne s'agit de brigands, c'est un mariage ; la jeune fille vierge n'est pas accordée ; après dix ans, alors elle est accordée.
- Poursuivre le daim sans guide ; c'est seulement entrer dans la forêt. L'homme doué apprécie dès le début qu'il vaut mieux renoncer ; en entreprenant, appréhension.

Et ça continue comme cela pendant plus de mille pages. Les spécialistes pensent qu'il s'agit d'un corpus de pratiques divinatoires issues de la sagesse populaire, qui a évolué au fil des siècles en une philosophie mystique et symbolique. On peut mettre ce phénomène en parallèle avec l'astrologie occidentale. Évidemment le Yi Qing est impossible à dater. Les soixante quatre hexagrammes seraient nés au plus tard vers le septième siècle avant Jésus-Christ. La forme du livre tel qu'il a été transmis daterait du premier siècle avant notre ère.

Yi Qing, I Ching, Yi Jing, . . .
le livre des mutations

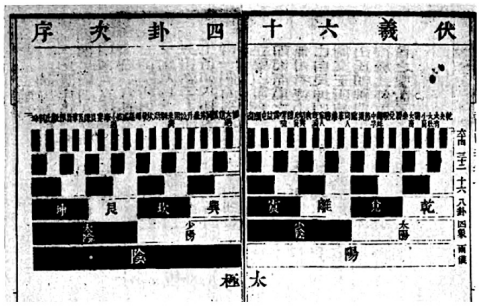
- Grande liberté, perfection avantageuse, ne pas agir dans ce qu'il y a à entreprendre ; avantage à instituer des feudataires.
- immobilité de la borne ; avantage à demeurer dans la perfection.
- comme embarrassé, comme perplexe ; montant à cheval et comme demeurant en rang ; s'il ne s'agit de brigands, c'est un mariage ; la jeune fille vierge n'est pas accordée ; après dix ans, alors elle est accordée.
- Poursuivre le daim sans guide ; c'est seulement entrer dans la forêt. L'homme doué apprécie dès le début qu'il vaut mieux renoncer ; en entreprenant, appréhension.

11 koua et division dyadique

Une vision plus mathématique des 64 koua n'apparaît en Chine que vers le onzième siècle. C'est le moment où les koua commencent à être rangés dans l'ordre lexicographique. La classification dyadique que vous voyez ici date d'encore plus tard, au douzième siècle.

Les premiers algorithmes binaires de l'histoire sont dus à Pingala, au second siècle avant Jésus-Christ. Ils portent sur les alternances de syllabes longues et courtes en poésie sanscrite. Les calculs de puissances de deux ont existé de tous temps, on en trouve dans les tablettes mésopotamiennes. Mais la représentation des nombres en base deux n'est arrivée en Occident qu'au dix-septième siècle.

koua et division dyadique
Chu Hsi, Chou I Pên Thu Shuo (xii^{e} siècle)



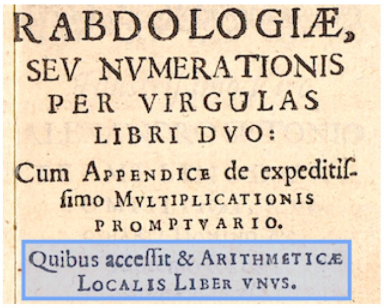
12 John Napier (1550-1617)

Le premier à écrire les entiers comme somme de puissances de deux est John Napier. Je vous raconte ailleurs son invention des logarithmes.

John Napier (1550-1617)

13 Rabdologiæ

Rabdologiæ
John Napier (1550–1617)

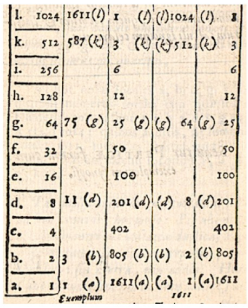


Trois ans après les logarithmes, juste avant son décès, paraît la rabdologie, qui comme le dit la première page, décrit son procédé de multiplication avec des baguettes ; celles que nous appelons les « bâtons de Napier ».

Dans ce livre est ajouté un chapitre qui n'a pas grand-chose à voir, et qu'il intitule « Arithmétique locale ». De quoi s'agit-il ?

14 Arithmétique locale

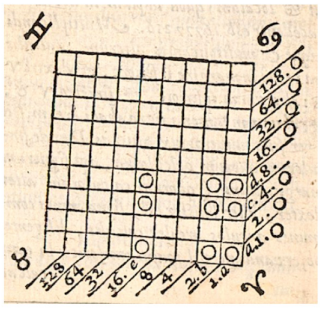
Arithmétique locale
Napier, Rabdologiæ (1617)



De décomposer un nombre en somme de puissances de deux. Il prend l'exemple de 1611 qu'il illustre sur cette table. Mais comme il attribue une lettre différente à chaque puissance de deux, il n'en déduit pas vraiment la numération de position binaire. Son but est simplement de condenser l'écriture des nombres.

15 abaque binaire

abaque binaire
Napier, Rabdologiæ (1617)



Pourtant, il imagine un abaque sur lequel on place des jetons dans les lignes et les colonnes des puissances de deux pour effectuer une multiplication.

16 Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

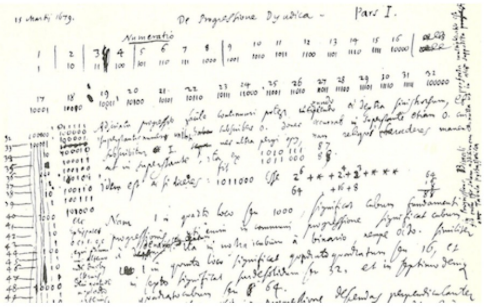
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

Leibniz connaissait probablement le livre de Napier quand il a inventé son arithmétique dyadique, dans les années 1670.

17 De Progressione Dyadica (1679)

Comme d'habitude avec Leibniz, c'est en fouillant dans des brouillons non rédigés qu'on peut se faire une idée de l'étendue de ses inventions. Non seulement il avait parfaitement compris l'arithmétique en base deux, mais il avait vu qu'elle permettait la mécanisation du calcul, beaucoup plus facilement que la base dix, avec laquelle il se battait depuis déjà plusieurs années.

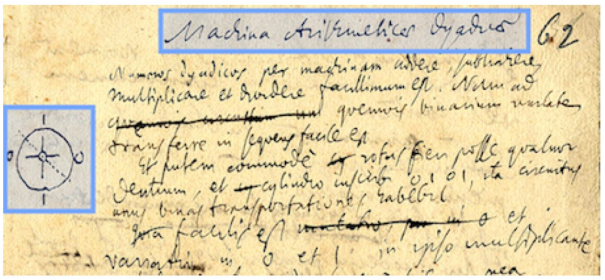
De Progressione Dyadica (1679)
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)



18 Machina Arithmetica Dyadica (1679)

Dans la foulée, il conçoit une machine à calculer en base deux. Il en décrit le principe et dessine les plans.

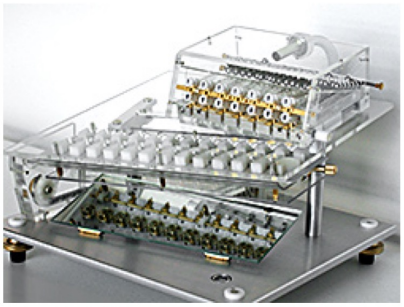
Machina Arithmetica Dyadica (1679)
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)



19 Machina Arithmetica Dyadica (1679)

La voici cette machine ; elle a été réalisée d'après les plans de Leibniz, et elle fonctionne !

Machina Arithmetica Dyadica (1679)
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)



20 Portrait historique de l'Empereur de Chine (1697)

Pendant une vingtaine d'années, l'invention de Leibniz reste confidentielle. Pourtant un des Jésuites envoyés en Chine par Louis XIV en a entendu parler. Il s'agit de Joachim Bouvet. Il a établi une relation de confiance avec l'empereur de Chine, à qui il a enseigné des mathématiques et de l'astronomie. Il est de cette tendance, initiée par Matteo Ricci au siècle précédent, qui veut s'intéresser d'abord à la philosophie des Chinois avant de les évangéliser.

En 1697, il a publié en France un portrait (très flatteur) de l'empereur de Chine, accompagné d'un livre de gravures curieuses qui ont eu beaucoup de succès. Ces deux images représentent l'empereur en habit de cérémonie.

Portrait historique de l'Empereur de Chine (1697)
Joachim Bouvet (1656-1730)

21 L'Estat présent de la Chine en figures (1697)

L'Estat présent de la Chine en figures (1697)
Joachim Bouvet (1656-1730)

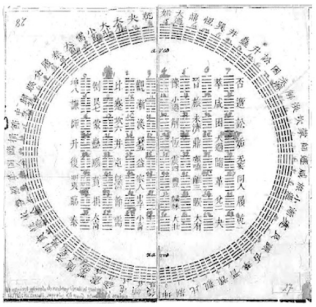
Celles-ci montrent des épouses de Mandarins, et le titre précise que ce sont des Dames mandarines.

Bouvet a étudié à fond le livre des mutations, le Yi Qing, et s'est passionné pour l'énigme des hexagrammes. Il entend parler de l'arithmétique binaire de Leibniz, et décide de lui écrire.

22 les koua du livre des mutations (1701)

Entre 1698 et décembre 1707, Leibniz et Bouvet ont échangé 15 lettres. En 1701, l'une des lettres de Bouvet est accompagnée de la gravure que vous voyez. Les nombres écrits à la plume au-dessus des koua sont de la propre main de Leibniz. Il ne lui faut pas longtemps pour comprendre que Bouvet a raison. Les koua sont bien les nombres de zéro à soixante-trois écrits en base deux, à condition d'interpréter le yin et le yang comme zéro et un.

les koua du livre des mutations (1701)
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)



Ce que ne dit pas Bouvet, et j'ignore s'il le sait, c'est que ce classement des koua qu'il envoie à Leibniz, est récent, il ne correspond pas à l'ordre initial du livre des mutations.

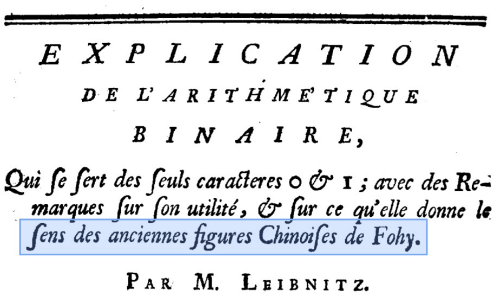
Devant l'évidence, Leibniz s'enthousiasme. Songez qu'à l'époque, on prend encore les légendes pour faits historiques. L'inventeur des hexagrammes, Fohi aurait vécu plus de deux mille ans avant notre ère, du temps de Moïse. Et Leibniz, quatre mille plus tard, aurait réinventé la même chose à l'autre bout de la terre ? Il y de quoi invoquer la providence divine !

23 Explication de l'arithmétique binaire (1703)

Leibniz envoie à l'Académie des sciences de Paris cette « Explication de l'arithmétique binaire », avec des remarques sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures de Fohi.

Après avoir exposé l'aspect mathématique, il ajoute : « Ce qu'il y a de surprenant dans ce calcul, c'est que cette arithmétique par zéro et un, se trouve contenir le mystère des lignes d'un ancien roi et philosophe nommé Fohi qu'on croit avoir vécu il y a plus de quatre mille ans, et que les Chinois regardent comme le fondateur de leur empire et de leurs sciences. »

Explication de l'arithmétique binaire (1703)
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)



EXPLICATION
DE L'ARITHMETIQUE
BINAIRE,

Qui ſe ſert des ſeuls caracteres 0 & 1 ; avec des Remarques ſur ſon utilité, & ſur ce qu'elle donne le ſens des anciennes figures Chinoiſes de Fohy.

PAR M. LEIBNITZ.

Leibniz explique la relation, raconte ses échanges avec Bouvet, puis conclut :

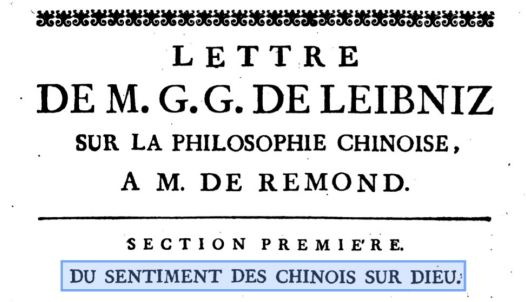
« Ainsi, m'écrivant le 14 novembre 1701, il m'a envoyé la grande figure de ce prince philosophe qui va à 64, et ne laisse plus lieu de douter de la vérité de notre interprétation, de sorte qu'on peut dire que ce père a déchiffré l'énigme de Fohi à l'aide de ce que je lui avais communiqué. Et comme ces figures sont peut-être le plus ancien monument de science qui soit au monde, cette restitution de leur sens, après un si grand intervalle de temps, paraîtra d'autant plus curieuse. »

24 Lettre sur la philosophie chinoise (1714)

L'affaire occupera Leibniz pratiquement jusqu'à sa mort. C'est que l'enjeu est de taille. Ce n'est pas qu'une question d'arithmétique binaire. Pour Leibniz, c'est tout son système philosophique qui est en jeu : s'il peut démontrer que les Chinois, dont la philosophie est tellement rationnelle et aussi ancienne, croient bien comme les chrétiens en un Dieu unique, c'est la preuve que ce Dieu est universel.

Pour les Jésuites, et pour Bouvet en particulier, l'enjeu c'est la conversion au christianisme de tout un peuple, ce dont il rêve, et ce pour quoi il s'est battu toute sa vie.

Lettre sur la philosophie chinoise (1714)
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)


LETTRE
DE M. G. G. DE LEIBNIZ
SUR LA PHILOSOPHIE CHINOISE,
A M. DE REMOND.

SECTION PREMIE'RE.
DU SENTIMENT DES CHINOIS SUR DIEU.

25 Les Jésuites et l'empereur

Les Jésuites en Chine ont utilisé leur connaissance des sciences, en particulier les mathématiques et l'astronomie, pour prouver aux dirigeants la supériorité de leur culture, donc de leur religion.

D'après Bouvet, l'empereur manifeste une ouverture d'esprit, un désir et une capacité d'apprendre, tout à fait remarquables. Voici son témoignage de 1697.

« Il nous ordonna d'abord de lui expliquer en tartare les Éléments d'Euclide, qu'il avait toujours désiré apprendre, voulant savoir les choses à fond.

Dans cinq ou six mois de temps, il se rendit les Éléments de géométrie si familiers qu'il était difficile de lui montrer une figure, qui eût rapport à quelque proposition de ces éléments, qu'il ne se souvint aussitôt de la proposition et de la démonstration. »

Les Jésuites et l'empereur

26 Empereur Kangxi (1654–1722)

Si l'empereur est aussi désireux d'apprendre, c'est par pragmatisme. Mais au fond il reste bien persuadé de la supériorité de sa propre culture. Voici son témoignage.

« Même si certaines méthodes occidentales sont différentes des nôtres, et peuvent même être des améliorations, il n'y a pas grand-chose de neuf en elles. Les principes des mathématiques dérivent tous du *livre des mutations* et les méthodes occidentales sont d'origine chinoise : cette « algèbre » vient d'un mot oriental. Et même si les occidentaux nous ont montré quelque chose que nos experts en calendriers anciens ne savaient pas – c'est-à-dire calculer les angles du pôle Nord – ceci ne montre que la vérité de ce à quoi Chu Hsi était arrivé dans ses recherches sur les choses : la Terre est comme le jaune à l'intérieur de l'œuf. »

En 1704 le pape Clément XI tranche la querelle des rites dans le sens de l'intolérance : l'adaptation du christianisme aux cultures locales n'est plus acceptée. Tout le travail d'assimilation des Jésuites tombe à l'eau. En Chine en 1724 le successeur de KangXi bannit tous les missionnaires, sauf ceux qui sont utiles en tant qu'astronomes. Fin de l'aventure.

Empereur Kangxi (1654–1722)

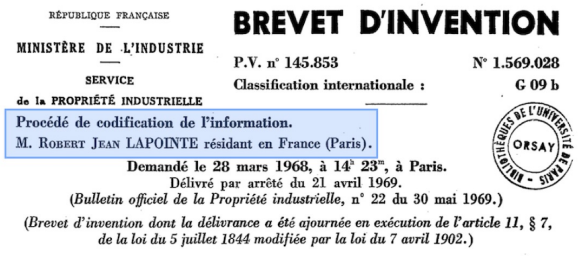
27 Robert (Boby) Lapointe (1922–1972)

Robert (Boby) Lapointe (1922–1972)

Pour une note plus gaie, et pour le plaisir de ceux qui, comme moi se souviennent avec bonheur des chansons de Boby Lapointe, voici un document authentique.

28 Brevet d'Invention (21 avril 1969)

Brevet d'Invention (21 avril 1969)
Robert (Boby) Lapointe (1922–1972)



RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE DE L'INDUSTRIE

SERVICE de la PROPRIÉTÉ INDUSTRIELLE

BREVET D'INVENTION

P.V. n° 145.853 — N° 1.569.028

Classification internationale : G 09 b

Procédé de codification de l'information.

M. ROBERT JEAN LAPOINTE résidant en France (Paris).

Demandé le 28 mars 1968, à 14h 23m, à Paris.

Délivré par arrêté du 21 avril 1969.

(*Bulletin officiel de la Propriété industrielle*, n° 22 du 30 mai 1969.)

(*Brevet d'invention dont la délivrance a été ajournée en exécution de l'article 11, § 7, de la loi du 5 juillet 1844 modifiée par la loi du 7 avril 1902.*)

BIBLIOTHÈQUE DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS - ORSAY

C'est un brevet d'invention, demandé le 28 mars 1968 à 14 heures 23 minutes par Monsieur Robert Jean Lapointe pour un procédé de codification de l'information.

Comment ? Notre Boby à la pointe de l'innovation dans le codage de l'information ? Oui, et pas qu'un peu.

29 Brevet d'Invention (21 avril 1969)

Brevet d'Invention (21 avril 1969)
Robert (Boby) Lapointe (1922–1972)

H	0 0 · ·	*O*	· · 0 0
B	0 1 · ·	*A*	· · 0 1
K	1 0 · ·	*E*	· · 1 0
D	1 1 · ·	*I*	· · 1 1

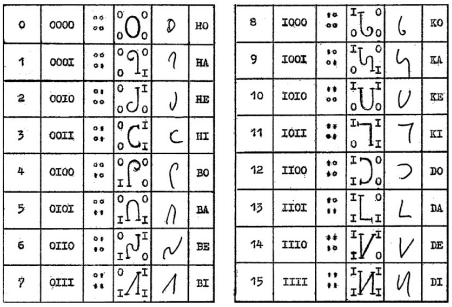
DA	*KA*	*DI*	*DA*	*KI*	*DE*
1101	1001	1111	1101	1011	1110
13	9	15	13	11	14

$$DA + KA + DI + DA + KI + DE = BO\ KI$$

Il a inventé un codage des nombres hexadécimaux, qu'il a baptisé le « bibinaire », ce qui ne vous surprendra pas. Il propose de coder les 16 chiffres hexadécimaux par des syllabes de 2 lettres dont la première est une des quatre consonnes H, B, K, D, et la seconde une des quatre voyelles O, A, E, I. C'est parfaitement rationnel et très rigoureux. Vous voyez sur l'exemple ce que sont les chiffres DA KA DI DA KI DÉ. Si on en fait la somme en hexadécimal, et sauf erreur de calcul, on trouve BO KI. Remarquez qu'on ne peut pas trouver HO KÉ, puisque HO signifie zéro.

30 Brevet d'Invention (21 avril 1969)

Brevet d'Invention (21 avril 1969)
Robert (Boby) Lapointe (1922–1972)



0	0000	·· ··		HO
1	000I	·· ·I		HA
2	00I0	·I ··		HE
3	00II	·I ·I		HI
4	0I00	I· ··		BO
5	0I0I	I· ·I		BA
6	0II0	II ··		BE
7	0III	II ·I		BI

8	I000	·· ··		KO
9	I00I	·· ·I		KA
10	I0I0	·I ··		KE
11	I0II	·I ·I		KI
12	II00	I· ··		DO
13	II0I	I· ·I		DA
14	III0	II ··		DE
15	IIII	II ·I		DI

En plus, il avait aussi proposé un graphisme pour chaque chiffre, graphisme lui aussi extrêmement rationnel, car basé comme vous le voyez sur une écriture en carré des quatre chiffres binaires.

31 Brevet d'Invention (21 avril 1969)

Voici la conclusion de l'inventeur.

« L'exploitation de ce procédé peut s'appliquer à :

La publication de méthodes, tables de conversion et logarithmiques le concernant.
La fabrication de matériel, et machines reproduisant les caractères qui lui sont propres.
La fabrication de plaques d'immatriculation, fiches, classeurs, matériel de classement, codés selon ce procédé.
L'adaptation d'organes de lecture et d'écriture conforme à ce procédé sur machines comptables, calculatrices, ordinateurs. »

Brevet d'Invention (21 avril 1969)
Robert (Boby) Lapointe (1922–1972)

L'exploitation de ce procédé peut s'appliquer à :

La publication de méthodes, tables de conversion et logarithmiques le concernant.
La fabrication de matériel, et machines reproduisant les caractères qui lui sont propres.
La fabrication de plaques d'immatriculation, fiches, classeurs, matériel de classement, codés selon ce procédé.
L'adaptation d'organes de lecture et d'écriture conforme à ce procédé sur machines comptables, calculatrices, ordinateurs.

32 références

Vous ne croyez pas que Leibniz aurait aimé Boby Lapointe ? Je suis sûr qu'il aurait adoré.

Et puis vous savez, si Fuxi porte des cornes sur les illustrations que vous avez vues, c'est un signe de spiritualité et de royauté. Ce n'est pas parce qu'il a inventé le mariage.

références

- J.-C. Martzloff (1988) *Histoire des mathématiques chinoises*, Paris : Masson
- J. Needham (1956) *Science and civilisation in China, volume 2 : History of scientific thought*, Cambridge : University Press
- A. Nikolić (1994) Gottfried Wilhelm Leibniz et le système binaire, *Univ. u Novom Zb. Rad. Prirod. – Mat. Fak.*, 24(2), 69–87
- F. Perkins (2004) *Leibniz and China ; a commerce of light*, Cambridge : University Press
- P.-L.-F. Philastre (1992) *Yi King*, Paris : Zulma