0 Les livres perdus de Diophante

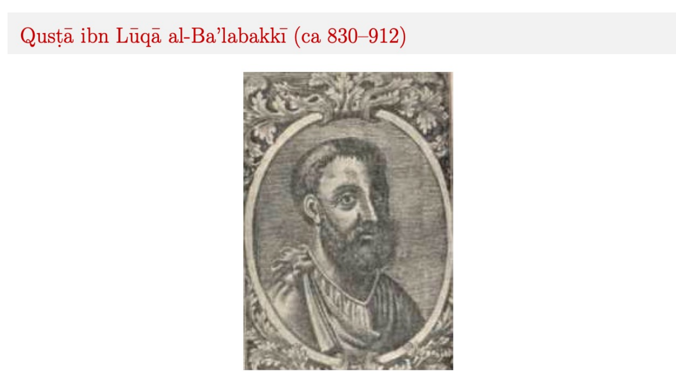
Les mathématiques arabes d'abord, européennes ensuite, ont hérité des Grecs quatre livres majeurs. Dans l'ordre chronologique, l'Organon d'Aristote pour la logique, les Éléments d'Euclide pour la géométrie, l'Almageste de Ptolémée pour l'astronomie, et les Arithmétiques de Diophante. L'histoire du dernier est beaucoup plus compliquée que celle des trois autres. Elle commence avec les Arabes.

1 livre d'algèbre et d'al-muqābala

Parmi les premières grandes réussites de la science arabe, on peut compter l'invention de l'algèbre par al-Khwarizmi. Pour la première fois dans l'histoire, on traitait par une méthode générale, non pas un ou deux problèmes particuliers, mais toute une classe de problèmes : toutes les équations qui contenaient des nombres, une inconnue et son carré. Dans notre langage, les équations du second degré.

Des problèmes d'équations, on en a posé de tous temps et dans toutes les civilisations. En Mésopotamie, en Égypte, bien sûr en Grèce, et tout particulièrement chez Diophante. Ses Arithmétiques contiennent des centaines de problèmes, qui sont autant d'équations ou de systèmes d'équations, allant beaucoup plus loin que le second degré. Mais chacun de ces problèmes est particulier, et si on peut reconnaître chez Diophante certaines méthodes générales de réduction, il n'y a pas de traitement systématique.

2 Qusṭā ibn Lūqā al-Ba'labakkī (ca 830–912)



Constantin fils de Luc, natif de Baalbek, c'est ce que signifie son nom. C'était un chrétien syrien, dont la langue maternelle était le grec. Il connaissait aussi l'arabe et le syriaque. Il a écrit des livres de médecine et d'astronomie, puis il s'est rendu à Bagdad où il a fait carrière comme traducteur de livres grecs.

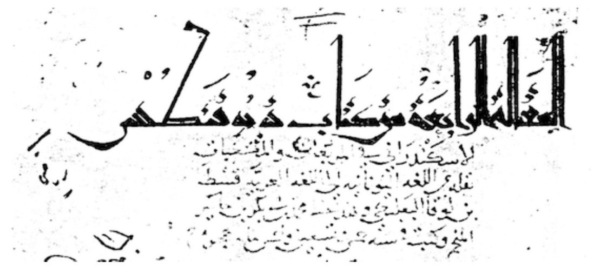
3 l'Art de l'Algèbre (traduction des Arithmétiques)

Sa traduction des Arithmétiques de Diophante en arabe a fait autorité, et elle a été recopiée par la suite. La version qui nous est parvenue date de 1198. Vous voyez la première page.

Le paradoxe est que pour les Arabes, la traduction de Qusta ibn Luqa venait environ trois-quarts de siècles après l'Algèbre d'al-Khwarizmi, de sorte que de Diophante leur apparaissait comme plus récent. Et comme à première vue, on y voyait une collection de problèmes dont chacun posait une équation ou un système d'équations, c'est tout naturellement que Qusta ibn Luca a intitulé sa traduction « l'Art de l'Algèbre » ; et l'anachronisme n'a choqué personne. Dans les deux siècles suivants, les successeurs d'al-Khwarizmi, comme al-Karaji, al-Samawal, al-Khayyam, ont développé les techniques de résolution d'équations ; et ils ont tous considéré Diophante comme un précurseur de l'algèbre. Prenons comme exemple al-Karaji.

l'Art de l'Algèbre (traduction des Arithmétiques)

Qusṭā ibn Lūqā al-Ba'labakkī (ca 830–912)



4 Al-Karajī (953–1029)

Il connaît parfaitement, non seulement l'Algèbre d'al-Khwarizmi, les Arithmétiques de Diophante, mais aussi les Éléments d'Euclide. Il maîtrise donc les techniques géométriques euclidiennes qui interprètent les nombres comme des longueurs ou des surfaces.

Le programme d'al-Karaji est expliqué de façon particulièrement claire par son successeur, al-Samawal. Il donne en fait une définition de l'algèbre. Il s'agit . . .

Al-Karajī (953–1029)

5 Arithmétisation de l'algèbre

« d'opérer sur les inconnues en utilisant tous les outils de l'arithmétique, de la même manière que l'arithméticien opère sur le connu. »

C'est-à-dire sur les nombres. Opérer sur les inconnues et leurs puissances successives, c'est développer la notion de polynôme. Pour al-Karaji, as-Samawal et d'autres après eux, les calculs abstraits sur les polynômes étaient destinés à remplacer de plus en plus les démonstrations géométriques à la Euclide, encore très présentes chez al-Khwarizmi.

Mais cette manière de voir oubliait un aspect pourtant crucial chez Diophante.

Certes les Arithmétiques de Diophante étaient bien une collection d'équations algébriques à résoudre ; mais avec une différence majeure par rapport à l'algèbre telle que nous la connaissons : il n'y était question que de coefficients entiers, et les seules solutions cherchées étaient soit des entiers positifs, soit des rapports d'entiers, c'est-à-dire des nombres rationnels.

Arithmétisation de l'algèbre

Al-Karajī (953–1029), As-Samaw'al (ca. 1130–1180)

Opérer sur les inconnues en utilisant tous les outils de l'arithmétique, de la même manière que l'arithméticien opère sur le connu.

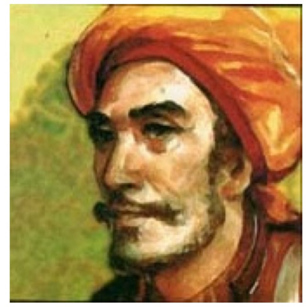
6 Abū Ja‘far al-Khāzin (900–971)

Certains mathématiciens arabes vont, au contraire des algébristes, développer l'aspect purement arithmétique : ce qu'on appelle de nos jours l'analyse diophantienne. L'un d'entre eux est cet al-Khazin dont vous voyez un portrait imaginaire. Il connaît parfaitement l'algèbre et les irrationnels. Il a même écrit un commentaire au livre X d'Euclide dont je vous parle ailleurs, où il montre clairement qu'il a compris le problème de manipuler des expressions polynomiales contenant des quantités irrationnelles.

Mais il choisit aussi de développer l'aspect arithmétique. En particulier, il traite à fond dans un mémoire la question de base, qui revient dans de nombreux problèmes chez Diophante, trouver des triplets pythagoriciens.

Dans les éléments d'Euclide, la question est résolue dans le Livre X et al-Khazin le sait parfaitement.

Abū Ja‘far al-Khāzin (900–971)



7 triplets pythagoriciens

Trouver deux nombres quarrés, de manière que leur somme soit un carré.

Il n'est pas simple de vérifier que la solution que donne Euclide est correcte, mais c'est le cas bien sûr.

triplets pythagoriciens
Euclide, Éléments, Livre X, Proposition XXIX (ca 300 av. J.C.)

LEMME I.

Trouver deux nombres quarrés, de manière que leur somme soit un quarré.

Soient les deux nombres AB, BΓ ; qu'ils soient ou pairs ou impairs. Puisque si d'un nombre pair on ôte un nombre pair, ou si d'un nombre impair on ôte un impair, le reste est pair (24, et 26. 9); le reste AΓ est donc pair. Partageons ΓA en deux parties égales en Δ. Que les nombres AB, BΓ soient ou des plans semblables ou des quarrés qui sont eux-mêmes des plans semblables ; le produit de AB par BΓ avec le quarré de ΓΔ sera égal au quarré de ΔB (6. 2). Mais le produit de AB par BΓ est un quarré ; car on a démontré que si deux plans semblables se multipliant eux-mêmes font un nombre, le produit est un quarré (1. 9) ; on a donc trouvé deux nombres quarrés, savoir le produit de AB par BΓ, et le quarré de ΓΔ, dont la somme égale le quarré de BΔ. Ce qu'il fallait faire.

8 caractérisation d'Euclide

En termes modernes, Euclide dit que x, y, z est un triplet pythagoricien s'il existe deux entiers m et n tels que $x = 2mn$, $y = m^2 - n^2$ et $z = m^2 + n^2$.

Vous voyez pourquoi c'est vrai. La caractérisation exacte passe par la notion de triplet primitif, c'est-à-dire tel que x, y, z sont premiers entre eux.

Si on suppose x et y premiers entre eux et x pair, alors il faut et il suffit qu'il existe des entiers m et n de parités opposées, premiers entre eux, tels que $m > n$, $x = 2mn$, $y = m^2 - n^2$ et $z = m^2 + n^2$.

À partir de là, al-Khazin se lance dans une discussion extrêmement poussée et une classification précise de tous les triplets pythagoriciens. Il donne même plusieurs tables dans son mémoire. Voici un des premiers résultats.

caractérisation d'Euclide
Euclide, Éléments, Livre X, Proposition XXIX (ca 300 av. J.C.)

$$(m^2 - n^2)^2 + 4m^2n^2 = (m^2 + n^2)^2 .$$

9 sur la formation des triangles rectangles

« On peut trouver un nombre pair qui se divise en deux parties dont on peut extraire la racine, c'est-à-dire en deux nombres carrés. Mais ce nombre pair sera double ou multiple d'un impair qui le précède, et qui se divise en deux parties dont on peut extraire la racine. »

En clair : un triplet pythagoricien dont le plus grand nombre est pair, ne peut pas être primitif.

al-Khazin va ensuite généraliser en étudiant les congruences des triplets, ce qui est une nouveauté en arithmétique. Puis il ajoute une remarque.

sur la formation des triangles rectangles
Abū Ja'far al-Khāzin (900–971)

On peut trouver un nombre pair qui se divise en deux parties dont on peut extraire la racine, c'est-à-dire en deux nombres carrés. Mais ce nombre pair sera double ou multiple d'un impair qui le précède, et qui se divise en deux parties dont on peut extraire la racine.

10 sur la formation des triangles rectangles

« Quant au but de la connaissance de ces triangles, c'est de trouver un nombre qui a une racine, et tel que si on y ajoute un certain nombre, la somme a une racine, et si on retranche le même nombre, le reste a une racine. »

Cette phrase n'a pas l'air importante : al-Khazin affirme que trouver des triplets pythagoriciens sert à résoudre le problème des nombres congruents, à savoir trouver trois carrés x^2, y^2, z^2 en progression arithmétique. C'est une observation cruciale. Deux siècles et demi plus tard, ce sera le point de départ du Liber Quadratorum de Fibonacci, le « livre des carrés ».

Les savants arabes ont remarqué très tôt une absence criante parmi les très nombreux problèmes de Diophante : trouver un cube qui se partage en deux cubes. En termes modernes, trouver trois entiers x, y, z tels que $x^3 + y^3 = z^3$. Silence complet chez Diophante là-dessus comme sur le problème analogue des puissances supérieures. Difficile d'imaginer qu'il n'y avait pas pensé.

Nombreux sont les savants arabes qui vont affirmer que c'est impossible, et essayer en vain de le démontrer. Quitte à s'accuser les uns les autres avec un peu d'ironie.

sur la formation des triangles rectangles
Abū Ja'far al-Khāzin (900–971)

Quant au but de la connaissance de ces triangles, c'est de trouver un nombre qui a une racine, et tel que si on y ajoute un certain nombre, la somme a une racine, et si on retranche le même nombre, le reste a une racine.

$$y^2\ , \quad y^2 - a = x^2\ , \quad y^2 + a = z^2\ .$$

11 sur la formation des triangles rectangles

« J'ai déjà expliqué que les arguments qu'avait proposés Aboû Mohammed Alkhodjandî, que Dieu soit miséricordieux envers lui, dans sa démonstration (que de l'addition de deux nombres cubes il ne résulte pas un nombre cube), sont défectueux et inexacts, et que la règle qu'il a donnée pour la connaissance des triangles rectangles à côtés rationnels, est particulière et non générale. »

Résumons : les Arabes ont abordé Diophante avec deux outils, al-Khwarizmi et Euclide. Ils les ont utilisés pour développer d'une part l'algèbre, d'autre part l'arithmétique.

Et en Europe, que se passait-il ? Eh bien rien. L'Organon d'Aristote avait été intégré dans la scolastique par Saint Thomas d'Aquin, les Éléments d'Euclide étaient la base du système éducatif universitaire, toute l'astronomie suivait le système de Ptolémée, mais les Arithmétiques de Diophante, personne ne connaissait, jusqu'à la Renaissance. Quant à la question de savoir s'il faisait ou non de l'algèbre, elle n'inquiétait pas grand-monde jusqu'au dix-neuvième siècle. Voici les hésitations de Montucla, dans la toute première histoire des mathématiques, parue en 1758.

sur la formation des triangles rectangles
Abū Ja'far al-Khāzin (900–971)

J'ai déjà expliqué que les arguments qu'avait proposés Aboû Mohammed Alkhodjandî, que Dieu soit miséricordieux envers lui, dans sa démonstration (du théorème) que de l'addition de deux nombres cubes il ne résulte pas un nombre cube, sont défectueux et inexacts, et que la règle qu'il a donnée pour la connaissance des triangles rectangles à côtés rationnels, est particulière et non générale.

12 L'inventeur de l'Algèbre ?

« Le fameux *Diophante* d'Alexandrie, l'inventeur de l'Algèbre, ou du moins le premier écrivain de l'antiquité dans les écrits duquel on trouve trace de cette ingénieuse invention. Son ouvrage est intituté *Questions Arithmétiques*. Le temps où il vivait n'est pas connu bien précisément. »

Là il a raison : on n'en sait toujours pas beaucoup plus sur lui. Quelques lignes plus loin...

« Il n'est pas possible de déterminer si *Diophante* fut l'inventeur de l'Algèbre. Quelques mots qu'on lit dans son épître préliminaire, semblent le dire ; mais examinés avec attention, ils paraissent se rapporter également à la méthode particulière qu'on voit régner dans son ouvrage ; de sorte qu'il n'en résulte aucune lumière pour fixer notre incertitude sur ce point. »

Au dix-neuvième siècle par contre, nombreux sont ceux qui vont trancher la question. Pour eux, il n'était pas envisageable que la science européenne doive quoi que ce soit à quiconque en dehors des Grecs. Les Indiens et les Arabes eux-aussi, avaient forcément tout appris des Grecs.

L'inventeur de l'Algèbre ?
Montucla, Histoire des Mathématiques (1758)

le fameux *Diophante* d'Alexandrie, l'inventeur de l'Algebre, ou du moins le premier Ecrivain de l'antiquité dans les écrits duquel on trouve trace de cette ingénieuse invention. Son ouvrage est intituté *Questions Arithmétiques*. Le temps où il vivoit n'est pas connu bien précisément.

Il n'est pas possible de déterminer si *Diophante* fut l'inventeur de l'Algebre. Quelques mots qu'on lit dans son Epître préliminaire, semblent le dire ; mais examinés avec attention, ils paroissent se rapporter également à la méthode particuliere qu'on voit régner dans son ouvrage ; de sorte qu'il n'en résulte aucune lumière pour fixer notre incertitude sur ce point.

13 la brutalité ordinaire d'un fait

« Il n'est donc pas impossible que les principes de l'algèbre grecque aient été connus des Arabes, et surtout des Persans bactriens au milieu desquels était né, comme son surnom l'indique, Mohammed ben Mouça Al-Khârizmi. Quoi qu'il en soit, sa méthode est purement grecque : c'est un fait qui s'impose avec toute la brutalité ordinaire d'un fait. »

Rodet sait que la traduction arabe de Diophante est postérieure à al-Khwarizmi, et il le dit ; mais les faits ne suffisent pas à le faire douter de ses préjugés.

la brutalité ordinaire d'un fait
Rodet (1878) L'algèbre d'Al-Khârizmi et les méthodes indienne et grecque

Il n'est donc pas impossible que les principes de l'algèbre grecque aient été connus des Arabes, et surtout des Persans bactriens au milieu desquels était né, comme son surnom l'indique, Mohammed ben Mouça Al-Khârizmi. Quoi qu'il en soit, sa méthode est purement grecque : c'est un fait qui s'impose avec toute la brutalité ordinaire d'un fait.

14 Regiomontanus (1436–1476)

Le premier à parler de Diophante en Europe est Regiomontanus. Il s'appelait Muller, mais il était natif de Königsberg, la montagne du roi, d'où son surnom latin. C'était un astronome, et aussi un mécanicien réputé. On lui prête des exploits tellement extravagants que Montucla en est gêné.

« *Ramus* lui attribue des ouvrages si extraordinaires, qu'ils l'emportent encore sur les productions les plus merveilleuses de nos mécaniciens modernes. Telle est une mouche artificielle qui, sortant de la main de son maître, faisait le tour d'une table, et venait se reposer à l'endroit d'où elle était partie. Il parle encore d'un aigle qui, dit-on, alla au-devant de l'Empereur, et qui l'accompagna jusqu'à l'entrée de la ville. Mais, comme le remarque M. *Weidler*, outre que cela n'est appuyé du récit d'aucun auteur contemporain, il y a de la crédulité à ajouter foi à de pareils contes. »

Regiomontanus (1436–1476)
Johannes Müller von Königsberg

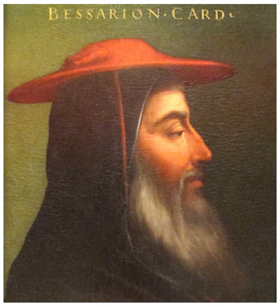
15 Basilius Bessarion (1403–1472)

Il y avait à Venise en ce temps-là un certain cardinal Bessarion qui était né dans l'empire chrétien d'Orient, et qui avait vécu à Constantinople. C'était un helléniste distingué. En février 1464 déjà, Regiomontanus écrivait qu'il avait trouvé dans la collection de Bessarion à Venise un manuscrit de Diophante.

Il écrit : « Si cet ouvrage, qui est réellement très remarquable et fort difficile, pouvait être retrouvé en entier, je voudrais le traduire en latin ».

Cette traduction ne se fera pas avant encore un bon siècle. Pour vous donner une idée de l'état d'esprit des Européens au seizième siècle, avant Viète et Descartes, j'ai choisi Pedro Nunes.

Basilius Bessarion (1403–1472)



16 Pedro Nunes (1502–1578)

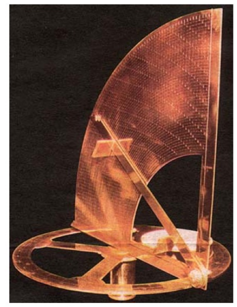
Pedro Nunes (1502–1578)

Les Portugais le considèrent comme un de ceux qui ont le plus contribué à l'épopée maritime de leur pays au seizième siècle. Il figure sur ce monument à la gloire des découvertes portugaises. C'est le troisième en partant de la gauche, celui qui tient la sphère armillaire.

17 Nonius

Nonius
Pedro Nunes (1502–1578)

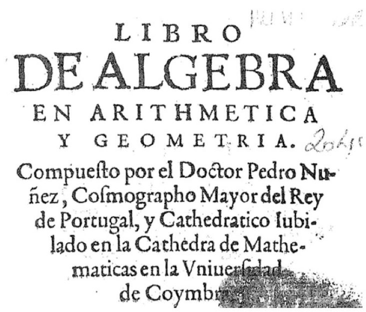
Il est aussi l'inventeur d'un astrolabe perfectionné qui porte son nom, le Nonius.



18 Libro de Algebra en arithmetica y geometria (1567)

Libro de Algebra en arithmetica y geometria (1567)
Pedro Nunes (1502–1578)

En 1567 paraît ce livre d'Algèbre en Arithmétique et Géométrie. Il est écrit en espagnol pour des raisons de plus grande diffusion explique-t-il, mais la dédicace est en portugais.



LIBRO
DE ALGEBRA
EN ARITHMETICA
Y GEOMETRIA.
Compuesto por el Doctor Pedro Nuñez, Cosmographo Mayor del Rey de Portugal, y Cathedratico Iubilado en la Cathedra de Mathematicas en la Vniuersidad de Coymbr

19 um Mathematico Mauro cujo nome era Gebre

« Algèbre est un nom arabe qui signifie restauration, car en retirant, ajoutant et restaurant, nous parvenons à connaître ce que nous cherchons. Il semble à d'autres, que cela s'appelle ainsi car l'inventeur de cet art fut un mathématicien maure dont le nom était Gebre, et qu'il y a dans certaines librairies un petit traité en arabe qui contient les chapitres que nous utilisons. »

Clairement, Nunes n'a lu aucune traduction du livre d'al-Khwarizmi. Il ne connaît pas non plus Diophante, qu'il ne cite que par ouï-dire.

um Mathematico Mauro cujo nome era Gebre
Nunes, Libro de Algebra en arithmetica y geometria (1567)

He Algebra nume Arauigo que significa restauracaõ, por que tirando o sobejo, & restaurando o diminuto, vimos en conhecimento do que buscamos. A outros paresce que se chama assi, por que dizem que ho inuẽtor desta arte foy hum Mathematico Mouro, cujo nome era Gebre, & ha em alguãs Liurarias hum pequeno tractado em Arauigo, que contem os capitulos de q̃ vsamos.

20 Libros que Diophante autor Grego que desta arte escreueo

« De plus Jean de Monteregio (Regiomontanus en Latin) dans une oraison qui décrit les mathématiques, fait mention des livres que Diophante, auteur grec de cet art, a écrits ; mais qui ne sont pas encore divulgués. »

Nunes le dit lui-même, ce qu'il sait de l'algèbre il le tire de la Summa Arithmetica de Fra Luca Pacioli. En Italie, à la suite du Liber Abaci de Fibonacci, s'était développée une tradition de livres d'arithmétique pratique, dite commerciale, qui incluaient comme l'avait fait Fibonacci, des résolutions d'équations. Ce n'était pas de l'algèbre à notre sens, mais il y avait tout de même une notion d'inconnue, qu'on appelait la « cosa », la chose.

En quelques années après Nunes, tout va changer.

Libros que Diophante autor Grego desta arte escreueo
Nunes, Libro de Algebra en arithmetica y geometria (1567)

Mas Ioanne de Monteregio em huã oracaõ que fez dos lonnores das Mathematicas, faz mençaõ dos Liuros que Diophante autor Grego desta arte escreueo, que ajuda nam sam divulgados.

21 L'algebra (1572)

L'algebra (1572)
Raphael Bombelli (1526–1572)

En 1572 paraît le chef-d'œuvre de Bombelli, l'Algebra. Il résume et prolonge tous les efforts des Italiens, Tartaglia, Cardan, Ferrari, pour résoudre les équations du troisième et du quatrième degré. Il contient aussi pour la première fois une affirmation des quantités imaginaires avec leurs règles de calcul. Dans la troisième partie, Bombelli inclut des traductions de problèmes de Diophante, qu'il cite effectivement. C'est la première traduction de Diophante à paraître en Europe.

22 Xylander (1532–1576)

Xylander (1532–1576)
Wilhelm Holtzman

Presque aussitôt, en 1575, paraît la traduction de Holtzmann, ou Xylander de son surnom grec.

23 Simon Stevin (1548–1620)

Simon Stevin (1548-1620)

Dix ans plus tard, Stevin traduit en français les quatre premiers livres, et adapte la solution à ses toutes nouvelles notations. L'algèbre moderne est en train de naître, elle n'attend plus que Viète.

24 Claude Gaspard Bachet de Méziriac (1581–1638)

Claude Gaspard Bachet de Méziriac (1581–1638)

Claude Gaspard Bachet de Méziriac est né après la mort de Xylander. Ses connaissances en latin et grec lui ont valu un fauteuil à l'Académie française. Il est conscient des faiblesses de la traduction de Xylander. Alors il prépare soigneusement la sienne et lui ajoute ses commentaires mathématiques.

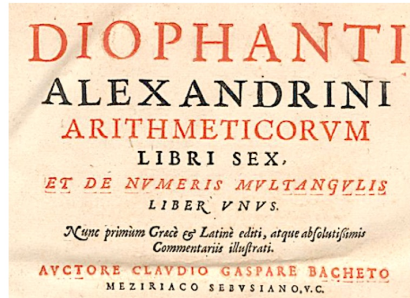
25 Diophanti Alexandrini Arithmeticorum (1621)

Le livre paraît en 1621. Il s'intitule comme vous le voyez, « de Diophante d'Alexandrie, Arithmétiques en six livres et nombres polygonaux en un livre ».

Et là nous avons un gros problème, car voici ce que dit Diophante dans l'introduction. Il cherche à faire un livre de problèmes pour l'enseignement, et il l'a donc organisé de façon pédagogique.

Diophanti Alexandrini Arithmeticorum (1621)

Claude Gaspard Bachet de Méziriac (1581–1638)



26 Arithmétiques, Livre I

« Comme ces propositions sont très nombreuses et de grande ampleur, et que, de ce fait, elles sont lentement ratifiées par ceux qui les abordent, et qui ne sont pas secondés par leur mémoire, j'ai essayé de diviser celles qui sont susceptibles de l'être, et surtout de faire le départ de celles qui, au début, se rattachent aux éléments, en procédant, comme il convenait de le faire, des plus simples aux plus compliquées. Elles deviendront ainsi plus accessibles, pour les commençants, et leur développement se fixera dans la mémoire. Leur élaboration sera réalisée en treize livres. »

Alors comme ça il y avait treize livres hein ? Alors pourquoi donc n'en a-t-on retrouvé que six ? Jusqu'au vingtième siècle, les théories les plus farfelues se sont affrontées. Certains disaient : « Ah mais non, c'est juste une question de découpage. Si chacun des six livres est divisé en deux, ça fait douze, plus le livre sur les nombres polygonaux, le compte y est ».

L'hypothèse la plus drôle vient du meilleur historien français des sciences de son temps, Paul Tannery. Voici ce qu'il a écrit.

Arithmétiques, Livre I

Diophante (ca 250-334)

Comme ces propositions sont très nombreuses et de grande ampleur, et que, de ce fait, elles sont lentement ratifiées par ceux qui les abordent, et qui ne sont pas secondés par leur mémoire, j'ai essayé de diviser celles qui sont susceptibles de l'être, et surtout de faire le départ de celles qui, au début, se rattachent aux éléments, en procédant, comme il convenait de le faire, des plus simples aux plus compliquées. Elles deviendront ainsi plus accessibles, pour les commençants, et leur développement se fixera dans la mémoire. Leur élaboration sera réalisée en treize livres.

27 Paul Tannery (1843–1904)

« Nous savons que, vers la fin du quatrième siècle ou le commencement du cinquième, il fut commenté par Hypatie. À la prolixité des commentaires de cette époque, on peut bien supposer que le travail ne fut pas plus complet que celui d'Eutocius pour Apollonius, et qu'il se borna à six Livres. Il en résulte une édition restreinte, à laquelle s'ajouta, pour compléter le Volume, le livre des nombres polygones, et c'est de cette édition que proviendrait l'original de nos manuscrits. Seulement, et c'est la différence avec l'Apollonius d'Eutocius, dans l'original en question, le commentaire d'Hypatie a été supprimé. »

Paul Tannery (1843–1904)

Ben voyons, c'est de la faute d'Hypatie ! Elle a commenté les 6 premiers livres, et ce sont les seuls qui sont restés. En plus il n'existe aucune trace de son commentaire, et on n'est même pas sûr qu'elle l'ait écrit.

Et bien pas du tout ! Au début des années 1970, Roshdi Rashed a retrouvé en Iran 7 livres de la traduction de Qusta ibn Luqa. Les trois premiers étaient les mêmes que les trois premiers livres connus en grec. Les quatre suivants s'inséraient avant les trois derniers précédemment connus. C'était un pas de géant, qui a révolutionné notre vision de Diophante.

Bon il en manque tout de même encore trois sur les treize. Alors si vous avez l'occasion de jeter un œil…

28 Pierre de Fermat (1607–1665)

Pierre de Fermat (1607–1665)

La traduction de Bachet est celle à partir de laquelle les recherches se sont effectuées jusqu'au vingtième siècle.

Pierre de Fermat l'avait achetée, soigneusement étudiée, et il avait noté à la plume, en latin, ses observations dans la marge. En 1670, après la mort de Fermat, son fils Samuel réédite le livre de Bachet, en y ajoutant les observations de son père. Voici la page de garde.

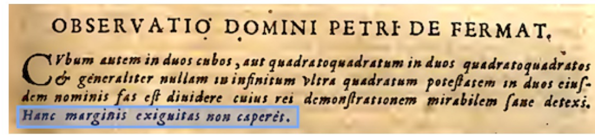
29 Avec les observations de Fermat

avec les observations de Fermat (1670)
Pierre de Fermat (1607–1665)

Le livre commence par rassembler quelques témoignages élogieux, puis il en vient aux Arithmétiques de Diophante. Vers le début du livre 2, la proposition huit demande de décomposer un carré en deux autres carrés. Rien que de très banal : c'est le problème du triangle pythagoricien. Et là, Fermat ajoute dans la marge :

30 La marge trop exiguë

La marge trop exiguë
Pierre de Fermat (1607–1665)



OBSERVATIO DOMINI PETRI DE FERMAT.

Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos & generaliter nullam in infinitum vltra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est diuidere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

« Décomposer un cube en deux autres cubes, une quatrième puissance, et généralement une puissance quelconque en deux puissances de même nom au-dessus de la seconde puissance, est une chose impossible, et j'en ai assurément trouvé l'admirable démonstration. La marge trop exiguë ne la contiendrait pas. »

Et ça vous voyez, ça énervé tous les mathématiciens pendant trois bons siècles !

31 références

références

- K. Chemla, R. Morelon, A. Allard (1986) La tradition arabe de Diophante d'Alexandrie : à propos de quatre livres des Arithmétiques perdus en grec retrouvés en arabe, *L'antiquité classique*, 55, 351–375
- R. Rashed, C. Houzel (2013) *Les Arithmétiques de Diophante, lecture historique et mathématique*, Berlin : de Gruyter
- R. Rashed (1979) L'analyse diophantienne au Xe siècle : l'exemple d'al-Khāzin, *Revue d'histoire des sciences*, 32(3), 193–222
- N. Schappacher (2002) Diophante d'Alexandrie : un texte et son histoire, *In Actes du treizième colloque inter-Irem d'Histoire et d'Epistémologie des Mathématiques*, Rennes : IREM, 15–39
- B. Vitrac (2005) Peut-on parler d'algèbre dans les mathématiques grecques anciennes ?, *Mirror of Heritage, Āyene-ye mīrāṯ*, 3, 1–44

Là, ce serait le bon moment pour vous raconter l'histoire de Fermat, mais je ne peux pas : la marge trop exiguë de ce fichier vidéo ne la contiendrait pas.