0 Des grains de sable dans l'univers

Tenez, puisque vous êtes là, j'ai une question pour vous. Comment dites-vous le nombre 10^{15} ? un milliard de millions ? un million de milliards ? mille millions de millions ? mille billions ?

Eh bien, selon la loi, la dernière solution est la seule autorisée. Vous ne le saviez pas ? Moi non plus ! Pas avant d'avoir écrit cette histoire.

histoires d'arithmétique

Des grains de sable dans l'univers

dire les grands nombres

hist-math.fr Bernard YCART

1 Arenarius, traduction John Wallis (1676)

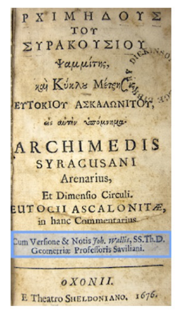
Elle commence par l'œuvre la plus célèbre d'Archimède. En grec : Psammitès. En latin Arenarius. Regardez qui a fait cette traduction du grec au latin en 1676 : John Wallis, soi-même ! Le plus grand savant anglais avant Newton ! Il faut dire que les plus grands savants, siècle après siècle, ont tous exprimé leur admiration pour Archimède : Galilée, Euler, Laplace, Gauss, qui vous voudrez.

Ce petit mémoire, est sans doute le plus accessible des travaux d'Archimède ; et il a beaucoup fait pour sa légende. En français on l'appelle l'Arénaire, en anglais « the sand-reckoner » : le compteur de sable. C'est parfaitement approprié.

Voici les premières phrases.

Arenarius, traduction John Wallis (1676)

Archimède (ca. 287–212 av. J.-C.)


ΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΤΟΥ
ΣΥΡΑΚΟΥΣΙΟΥ
ARCHIMEDIS
SYRACUSANI
Arenarius,
Et Dimensio Circuli.
EUTOCII ASCALONITÆ,
in hanc Commentarius.
Cum Versione & Notis *Joh. Wallis*, SS.Th.D.
Geometriæ Professoris Saviliani.
OXONII.
E Theatro SHELDONIANO. 1676.

2 Arénaire, traduction F. Peyrard (1807)

« Il est des personnes, ô roi Gélon, qui pensent que le nombre des grains de sable est infini. Je ne parle point du sable qui est autour de Syracuse et qui est répandu dans le reste de la Sicile, mais bien de celui qui se trouve non seulement dans les régions habitées, mais encore dans les régions inhabitées. »

Arénaire, traduction F. Peyrard (1807)

Archimède (ca. 287–212 av. J.-C.)

Il est des personnes, ô roi Gélon, qui pensent que le nombre des grains de sable est infini. Je ne parle point du sable qui est autour de Syracuse et qui est répandu dans le reste de la Sicile, mais bien de celui qui se trouve non seulement dans les régions habitées, mais encore dans les régions inhabitées.

3 égal à celui de l'univers entier

« Quant à moi, je vais faire voir par des démonstrations géométriques auxquelles tu ne pourras refuser ton assentiment, que parmi les nombres dénommés par nous dans les livres adressés à Zeuxippe, il en est qui excèdent le nombre des grains d'un volume de sable égal non seulement à la grandeur de la terre, mais encore à celui de l'univers entier. »

Le développement est brillant, le plan est lumineux. Archimède part de la théorie d'Aristarque de Samos, qui dit que l'univers s'arrête à la sphère des étoiles fixes. Quelques observations plus loin, voici déjà une majoration.

égal à celui de l'univers entier
Archimède, Arénaire (ca. 220 av. J.-C.)

Quant à moi, je vais faire voir par des démonstrations géométriques auxquelles tu ne pourras refuser ton assentiment, que parmi les nombres dénommés par nous dans les livres adressés à Zeuxippe, il en est qui excèdent le nombre des grains d'un volume de sable égal non seulement à la grandeur de la terre, mais encore à celui de l'univers entier.

4 cent myriades de myriades de stades

« il est donc évident que le diamètre de la terre est plus petit que cent myriades de stades. Mais le diamètre du monde est plus petit qu'une myriade de fois le diamètre de la terre ; il est donc évident que le diamètre du monde est plus petit que cent myriades de myriades de stades. »

Une myriade en grec, c'est 10^4. Cent myriades de myriades c'est 10^{10}.

Archimède explique ensuite comment il fabrique d'aussi grands nombres qu'il le souhaite. Au passage, il montre qu'il a parfaitement compris que les exposants s'ajoutent quand on multiplie des puissances de dix.

cent myriades de myriades de stades
Archimède, Arénaire (ca. 220 av. J.-C.)

il est donc évident que le diamètre de la terre est plus petit que cent myriades de stades. Mais le diamètre du monde est plus petit qu'une myriade de fois le diamètre de la terre ; il est donc évident que le diamètre du monde est plus petit que cent myriades de myriades de stades.

5 nombres premiers, seconds, . . .

« Que les nombres dont nous venons de parler et qui vont jusqu'à une myriade de myriades soient appelés nombres premiers, et qu'une myriade de myriades des nombres premiers soit appelée l'unité des nombres seconds . . . »

Et il continue. Les nombres seconds sont les multiples de 10^8, puis les nombres troisièmes de 10^{16}, etc. Mais il peut faire beaucoup mieux : en passant les myriades de myriades dans les exposants.

nombres premiers, seconds, . . .
Archimède, Arénaire (ca. 220 av. J.-C.)

Que les nombres dont nous venons de parler et qui vont jusqu'à une myriade de myriades soient appelés nombres premiers, et qu'une myriade de myriades des nombres premiers soit appelée l'unité des nombres seconds . . .

6 première période, seconde période, . . .

« En effet, que les nombres dont nous venons de parler soient appelés les nombres de la première période, et que le dernier nombre de la première période soit appelé l'unité des nombres premiers de la seconde période. De plus, qu'une myriade de myriades des nombres premiers de la seconde période soit appelée l'unité des nombres seconds de la seconde période ; »

Au bilan, il arrive à des nombres en 10 puissance un nombre respectable de myriades. C'est largement plus qu'il ne faut pour les grains de sable.

première période, seconde période, . . .
Archimède, Arénaire (ca. 220 av. J.-C.)

En effet, que les nombres dont nous venons de parler soient appelés les nombres de la première période, et que le dernier nombre de la première période soit appelé l'unité des nombres premiers de la seconde période. De plus, qu'une myriade de myriades des nombres premiers de la seconde période soit appelée l'unité des nombres seconds de la seconde période ;

7 mille unités des nombres septièmes

« On a donc démontré que le nombre des grains de sable contenus dans une sphère égale en grandeur à celle que la plupart des astronomes appellent monde, serait plus petit que mille unités des nombres septièmes. »

Eh oui, selon Archimède, il rentre au maximum 10^{63} grains de sable dans la sphère des étoiles fixes. Une misère.

Euh, j'entends certains d'entre vous se poser la question du « à quoi ça sert de calculer ça ? »

Eh bien quand on s'appelle Siddartha Gautama, ça peut servir entre autres à devenir Bouddha, rien de moins.

mille unités des nombres septièmes
Archimède, Arénaire (ca. 220 av. J.-C.)

On a donc démontré que le nombre des grains de sable contenus dans une sphère égale en grandeur à celle que la plupart des astronomes appellent monde, serait plus petit que mille unités des nombres septièmes.

8 Siddārtha Gautama Bouddha (ca. 480–400 av. J.-C.)

Il n'y a pas consensus sur les dates du personnage historique Bouddha. Pas plus que pour Jésus d'ailleurs. Disons qu'il a vécu au cinquième siècle, . . . avant Jésus-Christ justement.

Quant à démêler les faits historiques de la légende, mieux vaut ne pas essayer.

Siddārtha Gautama Bouddha (ca. 480–400 av. J.-C.)
statuette tibétaine, XII^e^ siècle

9 Lalita-Vistara (III^{e} siècle)

Cette légende a été racontée selon différentes traditions et la Lalita-Vistara est un de ces récits. Elle raconte la vie de Gautama Bouddha lors de sa dernière réincarnation.

On sait que la Lalita-Vistara a été traduite en chinois au début du quatrième siècle. On pense qu'elle avait été écrite en sanscrit peu avant, donc au troisième siècle de notre ère.

Lalita-Vistara (III^{e} siècle)
Gautama Bouddha (ca. 480–400 av. J.-C.)

10 temple de Borobudur (IX^{e} siècle)

Cette Lalita-Vistara est émaillée de nombreuses péripéties, plus ou moins miraculeuses, qui confortent le statut divin du personnage. Ces péripéties sont racontées sur les bas-reliefs du temple de Borobudur, dans l'île de Java.

temple de Borobudur (IX^{e} siècle)
île de Java, Indonésie

11 le Bôdhisattva gagne la compétition de mathématiques

Jeune homme, le Bôdhisattva (c'est ainsi qu'on l'appelait lors de cette réincarnation-là), avait triomphé de nombreuses épreuves, certaines physiques genre travaux d'Hercule, d'autres intellectuelles. En particulier, une compétition de mathématiques. Évidemment, pour les sculpteurs de Borobudur, c'est moins spectaculaire que le tir à l'arc, mais quand même, le bas-relief est bien là.

le Bôdhisattva gagne la compétition de mathématiques
temple de Borobudur (IXe siècle)

12 la numération au-dessus de cent Kôtis

« Ensuite le roi Shouddhôdana parla ainsi au Bôdhisattva : Peux-tu, mon fils, rivaliser avec le grand arithméticien Ardjouna pour la science des calculs ? Seigneur, je le puis.

Alors le grand arithméticien Ardjouna parla ainsi au Bôdhisattva. Jeune homme, connais-tu le mode de la numération parvenue au-dessus de cent Kôtis ? »

Un Kôti c'est 10^7. Le défi consiste donc à nommer les puissances de dix à partir de 10^9. Le Bôdhisattva va passer l'épreuve haut la main. Il commence par réciter une longue litanie des puissances de dix de deux en deux.

la numération au-dessus de cent Kôtis
Lalita-Vistara (IIIe siècle)

Ensuite le roi Çouddhôdana parla ainsi au Bôdhisattva : Peux-tu, mon fils, rivaliser avec le grand arithméticien Ardjouna pour la science des calculs ? Seigneur, je le puis.

Alors le grand arithméticien Ardjouna parla ainsi au Bôdhisattva. Jeune homme, connais-tu le mode de la numération parvenue au-dessus de cent Kôtis ?

13 de cent kôtis le nom est Ayouta

« De cent kôtis le nom est Ayouta. De cent Ayoutas, le nom est Niyouta, » etc. Il arrive à 10^{53} dont le nom est Tallakchana.

de cent kôtis le nom est Ayouta
Lalita-Vistara (IIIe siècle)

Ayouta	9	Niyouta	11
Kañgkara	13	Vivara	15
Akchôbya	17	Vivâha	19
Outsañga	21	Bahoula	23
Nâgabala	25	Titilambha	27
Vyavasthânapradjñâptis	29	Hêtouhila	31
Kalahou	33	Hêtvindrya	35
Samâptalambha	37	Ganagati	39
Niravadya	41	Madrâbala	43
Sarvabala	45	Visandjñâgati	47
Sarvasandjñâ	49	Vibhoûtagama	51
Tallakchana	53		

14 cent kôtis de rivières Gañgâ

« à l'aide de cette numération appelée Tallakchana, il est possible de réduire le Mêrou, le roi des montagnes, en le prenant pour sujet de calcul. Au-dessus de celle-ci est la numération appelée Dhvadjâgravati ; à l'aide cette numération, il est possible de réduire tous les sables de la rivière Gañgâ, en les prenant pour sujet de calcul. Encore au-dessus de celle-ci (suivent encore des noms imprononçables), puis Agrasârâ, à l'aide de laquelle on peut réduire les sables de cent kotis de rivières Gañgas, en les prenant pour sujet de calcul. Et encore au-dessus de celle-ci est la numération parvenue à pénétrer les atomes les plus subtils. »

cent kôtis de rivières Gañgâ
Lalita-Vistara (IIIe siècle)

à l'aide de cette numération appelée Tallakchana, il est possible de réduire le Mêrou, le roi des montagnes, en le prenant pour sujet de calcul. Au-dessus de celle-ci est la numération appelée Dhvadjâgravati ; à l'aide cette numération, il est possible de réduire tous les sables de la rivière Gañgâ, en les prenant pour sujet de calcul. Encore au-dessus de celle-ci [Dhvadjâgranicîmanî, Vâhanapradjñâpti, Iñgga, Kouroutâvi, Sarvanikchêpâ, Agrasârâ], à l'aide de laquelle on peut réduire les sables de cent Kotis de rivières Gañgâs, en les prenant pour sujet de calcul. Et encore au-dessus de celle-ci est la numération dite parvenue à pénétrer les atomes les plus subtils.

15 pénétrer les atomes les plus subtils

« Ardjouna dit : Jeune homme, comment peut-on entrer dans la numération parvenue à pénétrer les atomes les plus subtils ? Le Bôdhisattva dit : Dans sept grains d'atomes subtils, il y a un grain de poussière fine ; [. . .] »

Il continue par différentes sortes de poussières, de sable et de graines, pour en arriver aux unités de longueur les plus grandes.

« Le Bôdhisattva dit : dans un Yôdjana, il y a d'atomes subtils un Niyouta d'Akchôbyas, trois millions de Niyoutas de Kôtis, soizante mille Kôtis, trente-deux Kôtis, cinq Niyoutas et douze mille. »

Un tel exploit, vous en conviendrez, méritait récompense.

pénétrer les atomes les plus subtils
Lalita-Vistara (IIIe siècle)

Ardjouna dit ; Jeune homme, comment peut-on entrer dans la numération parvenue à pénétrer les atomes les plus subtils ? Le Bôdhisattva dit : Dans sept grains d'atomes subtils, il y a un grain de poussière fine ; [. . .]

Le Bôdhisattva dit : dans un Yôdjana, il y a d'atomes subtils un Niyouta d'Akchôbyas, trois millions de Niyoutas de Kôtis, soizante mille Kôtis, trente-deux Kôtis, cinq Niyoutas et douze mille.

16 au milieu de quatre-vingt mille femmes

« Alors le Shâkya Dandapâni présenta sa fille Gôpâ au Bôdhisattva ; et le roi Shouddhôdana l'ayant ensuite reçue comme fiancée, la présenta au Bôdhisattva.
Ensuite le Bôdhisattva, afin d'agir selon les usages du monde, demeura au milieu de quatre-vingt-quatre mille femmes, et se livra aux jeux et aux plaisirs. Parmi ces quatre-vingt-quatre mille femmes, Gôpâ, de la famille de Çâkya, fut solennellement reconnue pour la première épouse. »

Vous n'avez pas manqué de remarquer que l'énumération des puissances de dix, les sables de la rivière Ganga (le Gange), le décompte des atomes subtils, tout cela ressemble furieusement à l'Arénaire d'Archimède. Comme la Lalita-Vistara a été écrite quelques siècles après l'Arénaire, certains ont sauté sur la conclusion : les Indiens n'ont rien inventé, ils ont tout pris aux Grecs ! Eh bien, rien n'est moins sûr.

au milieu de quatre-vingt mille femmes
Lalita-Vistara (IIIe siècle)

Alors le Çâkya Dandapâni présenta sa fille Gôpâ au Bôdhisattva ; et le roi Çouddhôdana l'ayant ensuite reçue comme fiancée, la présenta au Bôdhisattva.
Ensuite le Bôdhisattva, afin d'agir selon les usages du monde, demeura au milieu de quatre-vingt-quatre mille femmes, et se livra aux jeux et aux plaisirs. Parmi ces quatre-vingt-quatre mille femmes, Gôpâ, de la famille de Çâkya, fut solennellement reconnue pour la première épouse.

D'abord, « compter des grains de sable » est une expression proverbiale pour désigner quelque chose d'impossible. Sous une forme ou sous une autre, elle existe à peu près dans toutes les civilisations. Dans l'ancien testament, Dieu dit à Abraham, « je multiplierai ta descendance, comme les étoiles du ciel et comme le sable qui est au bord de la mer ». Archimède, par esprit de paradoxe, avait pris le proverbe au pied de la lettre.

Dans le cas de la Lalita-Vistara, il y avait dans la culture indienne une très longue tradition de manipulation de grands nombres, beaucoup plus ancienne qu'Archimède. On en trouve la trace dans les Vedas.

17 Les Vedas (1700–1100 av. J.-C.)

Les Vedas (1700–1100 av. J.-C.)
Rigveda, Yajurveda, Samaveda, Atharvaveda

Les Vedas sont les plus vieux documents de la littérature sanscrite et les plus anciennes écritures de l'hindouisme. Il y a 4 Vedas : Rigveda, Yajurveda, Samaveda, Atharvaveda. Elles datent en gros du second millénaire avant notre ère. Entre 1100 et 1700 avant Jésus-Christ.

18 Yajurveda (ca. 1200 av. J.-C.)

Celle qui nous intéresse est Yajurveda, ou connaissance des sacrifices. C'est un recueil de formules rituelles, des incantations prononcées par un prêtre au cours d'une célébration devant le feu Yajna.

Yajurveda (ca. 1200 av. J.-C.)
connaissance des sacrifices

19 Yajurveda (ca. 1500 av. J.-C.))

L'une de ces incantations ou mantras, énumère les noms des puissances de dix, jusqu'à 10^{12}. J'insiste sur cette particularité, profondément enracinée dans la tradition hindoue, qui consiste à donner un nom à chaque puissance de dix, là où nous n'utilisons que quelques mots, comme mille, million, milliard, pour les combiner entre eux.

De sorte que les traités d'arithmétique indiens, beaucoup plus récents que les Védas, se contentent de rappeler la tradition religieuse, bien connue de tous les lecteurs. Le premier de ces traités a été écrit par un jeune homme de 23 ans, Aryabhata, à la toute fin du cinquième siècle.

Yajurveda (ca. 1500 av. J.-C.))
puissances de dix

eka	un
dasha	dix
shatam	cent
sahasra	mille
ayuta	dix mille
niyuta	cent mille
prayuta	un million
arbuda	dix millions
nyarbuda	cent millions
samudra	un milliard
madhya	dix milliards
anta	cent milliards
parardha	mille milliards

20 Āryabhatīya (499)

« Ayant rendu hommage à Brahma, à la Terre, à la Lune, à Mercure, à Vénus, au Soleil, à Mars, à Jupiter, à Saturne et aux constellations, Âryabhata, en la *cité des fleurs* (Pâtaliputra) expose comme suit les éléments de la science très vénérable. »

Et d'énumérer les noms des puissances de dix, en prenant soin de préciser qu'elles sont, de place en place, décuples l'une de l'autre. Pour Aryabhata, il ne n'agit plus seulement d'énumérer : en disant « de place en place », il fait clairement référence à la numération de position.

Āryabhaṭīya (499)
Āryabhaṭa (476–550)

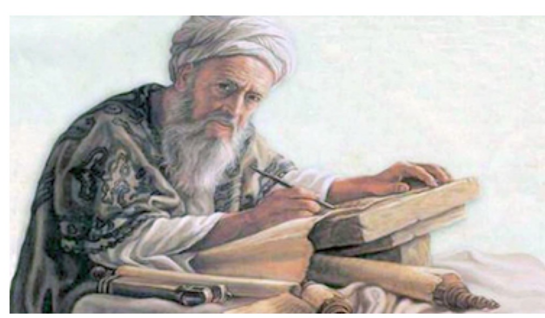
Ayant rendu hommage à Brahma, à la Terre, à la Lune, à Mercure, à Vénus, au Soleil, à Mars, à Jupiter, à Saturne et aux constellations, Âryabhata, en la *cité des fleurs* (Pâtaliputra) expose comme suit les éléments de la science très vénérable.

Eka, daçan, çata, sahasra, ayuta, niyuta, prayuta, kôti, arbuda, vrnda, sont, de place en place, décuples l'un de l'autre.

21 Abu I-Rayhan Muhammad ibn Ahmad al-Biruni (973–1048)

La relation particulière, d'origine religieuse, qu'ont les Hindous avec les grands nombres est finement analysée par un grand connaisseur de leur civilisation. Il s'agit d'al-Biruni, un des plus grands savants de tous les temps. Il a passé pas moins de 13 ans en Inde, de 1017 à 1030, et a écrit un livre très instructif, Kitab al-Hind. Le livre des Hindous.

Abu I-Rayhan Muhammad ibn Ahmad al-Biruni (973–1048)



22 ils aiment plutôt cela

« Les Hindous ne trouvent pas fatiguant de calculer avec de grands nombres, ils aiment plutôt cela. »

Puis après avoir décrit des calculs astronomiques avec des distances et des durées particulièrement imposantes :

« Le dernier nombre ci-dessus représente cinquante-six ordres de nombres (unités, dizaines, centaines, milliers, etc.) ; mais si ces rêveurs avaient étudié l'arithmétique plus assidûment, ils n'auraient pas inventé des nombres si extravagants. Dieu fait en sorte que leurs arbres ne poussent pas jusqu'au ciel. »

Al-Biruni est parfaitement concient de l'inutilité de donner 56 chiffres significatifs pour une quantité finie : il vaut mieux adapter l'unité de mesure à la quantité.

ils aiment plutôt cela
al-Biruni, Kitab al-Hind (ca. 1035)

Les Hindous ne trouvent pas fatiguant de calculer avec de grands nombres, ils aiment plutôt cela.

[. . .]

Le dernier nombre ci-dessus représente cinquante-six ordres de nombres (unités, dizaines, centaines, milliers, etc.) ; mais si ces rêveurs avaient étudié l'arithmétique plus assidûment, ils n'auraient pas inventé des nombres si extravagants. Dieu fait en sorte que leurs arbres ne poussent pas jusqu'au ciel.

23 le plus correct et le plus naturel

« J'ai étudié les noms des ordres de nombres dans différents langages avec toutes sortes de gens avec lesquels j'ai été en contact, et j'ai trouvé qu'aucune nation ne va au-delà de mille. Les Arabes aussi s'arrêtent à mille, ce qui est certainement le plus correct et le plus naturel. . . .

Cependant, les Hindous vont au-delà de mille dans leur système numérique, au moins pour ce qui est de leurs termes techniques, qui ont été soit inventés, soit déduits de certaines étymologies. Ils ont étendu les noms des ordres jusqu'au dix-huitième pour des raisons religieuses. »

Pour al-Biruni, inutile d'inventer des mots : pour compter au-delà de mille, il suffit de répéter le mot mille.

C'est bien ce qui est dit dans le livre d'arithmétique le plus célèbre du Moyen-Âge européen, le Livre de l'Abaque de Fibonacci.

le plus correct et le plus naturel
al-Biruni, Kitab al-Hind (ca. 1035)

J'ai étudié les noms des ordres de nombres dans différents langages avec toutes sortes de gens avec lesquels j'ai été en contact, et j'ai trouvé qu'aucune nation ne va au-delà de mille. Les Arabes aussi s'arrêtent à mille, ce qui est certainement le plus correct et le plus naturel. . . .

Cependant, les Hindous vont au-delà de mille dans leur système numérique, au moins pour ce qui est de leurs termes techniques, qui ont été soit inventés, soit déduits de certaines étymologies. Ils ont étendu les noms des ordres jusqu'au dix-huitième pour des raisons religieuses.

24 Liber Abaci (1202)

Pour Fibonacci, 10^6 c'est un millier de milliers, et 10^8 une centaine de milliers de milliers. Et, ajoute-t-il, ainsi de suite, en prenant les nombres de trois en trois pour compter les milliers, les dizaines de milliers, etc.

L'usage de Fibonacci est donc tout à fait conforme à celui décrit par al-Biruni ; ce devait être l'usage général des auteurs arabes dont Fibonacci s'est inspiré, en premier lieu al-Khwarizmi.

Liber Abaci (1202)
Leonard de Pise (ca. 1175–1250)

prima	unum
secunda	decem
tertia	centum
quarta	mille
quinta	decem milia
sexta	centum milia
septima	mille milia
octava	decem milia milium
nona	centum milia milium
decima	mille milia millium

25 Le Triparty en la science des nombres (1484)

Ce n'est pas du tout le point de vue de Nicolas Chuquet, qui écrit presque trois siècles plus tard. Son « Triparty en la science des nombres » n'a pas été imprimé ; juste plagié, puis oublié, puis redécouvert seulement au dix-neuvième siècle. Voici comment il préconise de lire les grands nombres.

« Et pour plus facilement nommer un grand nombre l'on peut diviser les figures de six en six en commençant toujours à droite, et sous la première figure d'une chacune sixième la première exceptée l'on peut mettre un petit point. Et doit on savoir que toutes les figures depuis le premier point jusques au second si tant y en a sont tous millions et du second au tiers sont millions de millions et du tiers au quart sont millions de millions de millions. Et ainsi des autres points en proférant ce vocable million autant de fois qu'il y aura de points.

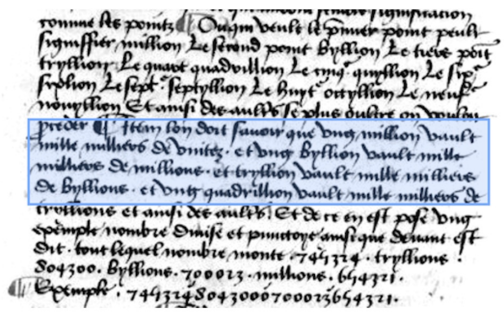
Ou si on veut le premier point peut signifier million, le second point byllion, le tiers point tryllion, le quart quadryllion, le cinquième quyllion, le sixième sixlion, le septième septyllion, le huitième octyllion, le neuvième nonyllion et ainsi des autres si plus outre on voulait acceder. »

Dans l'encadré bleu, on lit :

« L'on doit savoir que un million vaut mille milliers d'unités, et un byllion vaut mille milliers de millions, et tryllion vaut mille milliers de byllions, et un quadryllion vaut mille milliers de tryllions, et ainsi des autres. »

C'est l'origine de ce qu'on appelle toujours « échelle de Chuquet », ou « échelle longue ».

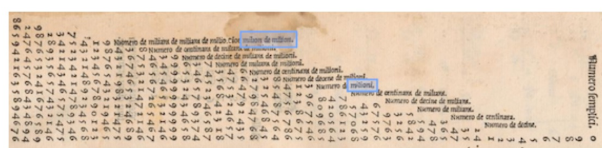
Le Triparty en la science des nombres (1484)
Nicolas Chuquet (ca. 1445–1488)



26 Summa de Arithmetica Geometria (1523)

Luca Pacioli est un contemporain de Chuquet. Lui aussi découpe le nombre en paquets de 6 chiffres, qu'il appelle millions, quitte à parler de millions de millions.

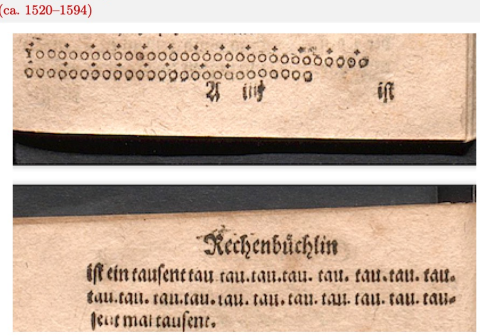
Summa de Arithmetica Geometria (1523)
Luca Pacioli (ca. 1445–1517)



27 Rechenbüchlin (1594)

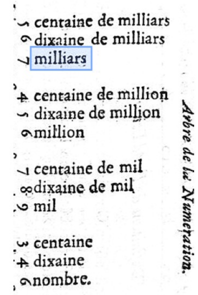
Le livre de calcul de Jacob a appris à compter aux Allemands pendant plusieurs générations. Pour lui, pas question de millions. Comme vous le voyez, aussi grand que soit le nombre, il suffit de répéter millier de millier de millers, autant de fois que nécessaire.

Rechenbüchlin (1594)
Simon Jacob (ca. 1520–1594)



28 L'arithmétique en sa perfection (1663)

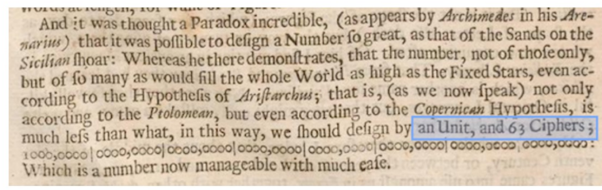
L'arithmétique en sa perfection (1663)
François Le Gendre (1601–1673)


centaine de milliars
dixaine de milliars
milliars
centaine de million
dixaine de million
million
centaine de mil
dixaine de mil
mil
centaine
dixaine
nombre.
Arbre de la Numeration.

Pourtant au dix-septième siècle apparaît une autre dénomination, notre milliard pour 10^9.

29 Algebra (1685)

Algebra (1685)
John Wallis (1616–1703)


And it was thought a Paradox incredible, (as appears by *Archimedes* in his *Arenarius*) that it was poſſible to deſign a Number ſo great, as that of the Sands on the *Sicilian* ſhoar: Whereas he there demonſtrates, that the number, not of thoſe only, but of ſo many as would fill the whole World as high as the Fixed Stars, even according to the Hypotheſis of *Ariſtarchus*; that is, (as we now ſpeak) not only according to the *Ptolomean*, but even according to the *Copernican* Hypotheſis, is much leſs than what, in this way, we ſhould deſign by an Unit, and 63 Ciphers; 1000,0000|0000,0000|0000,0000|0000,0000|0000,0000|0000,0000|0000,0000|0000,0000: Which is a number now manageable with much eaſe.

Mais cette convention n'est pas pour autant universellement adoptée.

Prenez John Wallis. Vous vous souvenez qu'il avait traduit l'Arénaire d'Archimède en 1676. Dans son « Algebra » de 1685, il revient sur l'Arenaire pour en détailler les calculs et donner la majoration d'Archimède : une unité et 63 zéros.

Plus loin, il explique le système des nombres d'Archimède.

30 Algebra (1685)

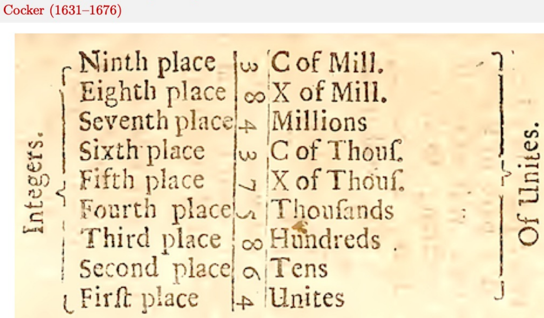
Algebra (1685)
John Wallis (1616–1703)

« La dernière unité correspond dans notre notation à 1 suivi de huit myriades de myriades de myriades de myriades de zéros. Ou bien, car nous distinguons les nombres par périodes de trois places pour les milliers, ou bien six pour les millions, 1 suivi de quatre-vingt mille millions de millions de zéros. »

The last Unit of which, that is, one Myriad of Myriads, of the Myriomyresimal Classes, of such Myrio-myresimal Period, answers (in our notation) to 1 *with Eight Myriads of Myriads of Myriads of Myriads* of Ciphers.
Or (as we use to distinguish Numbers, into Periods of three places, for Thousands; or, of six places, for Millions;) 1 with
80,000,000,000;000,000, Ciphers: That is, 1 *with Eighty thousand Millions of Millions* of Ciphers.

31 Decimal Arithmetick (1703)

Decimal Arithmetick (1703)
Edward Cocker (1631–1676)



À l'époque de Wallis, les Anglais apprennent l'arithmétique dans les livres d'Edward Cocker. Ils apprennent les milliers, les millions, mais pas question de milliards, pas plus que chez Wallis.

32 Arithmetica (1719)

Par contre à Valence en Espagne, Juan Bautista Corachán a réinventé l'échelle longue de Chuquet et l'enseigne à ses étudiants.

Il appelle cuento le million, puis bicuento le million de millions, puis tricuento, quadricuento, etc.

Arithmetica (1719)
Juan Bautista Corachán (1661–1741)

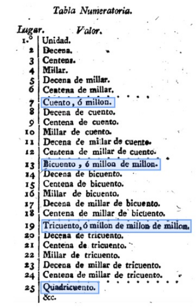


Tabla Numeratoria.

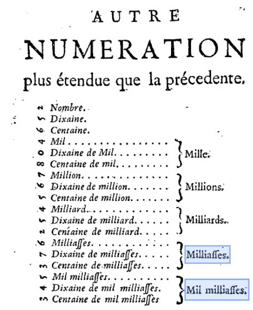
Lugar.	*Valor.*
1.°	Unidad.
2	Decena.
3	Centena.
4	Millar.
5	Decena de millar.
6	Centena de millar.
7	Cuento, ó millon.
8	Decena de cuento.
9	Centena de cuento.
10	Millar de cuento.
11	Decena de millar de cuento.
12	Centena de millar de cuento.
13	Bicuento, ó millon de millon.
14	Decena de bicuento.
15	Centena de bicuento.
16	Millar de bicuento.
17	Decena de millar de bicuento.
18	Centena de millar de bicuento.
19	Tricuento, ó millon de millon de millon.
20	Decena de tricuento.
21	Centena de tricuento.
22	Millar de tricuento.
23	Decena de millar de tricuento.
24	Centena de millar de tricuento.
25	Quadricuento.
	&c.

33 L'arithmétique de Barreme (1736)

En France le best seller arithmétique de la première moitié du dix-huitième est le livre de François Barrême, maintes fois réédité.

Si le nom de l'auteur était destiné à passer dans le langage courant, son invention d'une « Milliasse » pour 10^{12} n'est pas restée. Allez savoir pourquoi…

L'arithmétique du sieur Barreme (1736)
François Barrême (1638–1703)



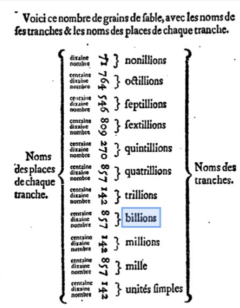
AUTRE
NUMERATION
plus étendue que la précedente.

2	*Nombre.*	
5	*Dixaine.*	
6	*Centaine.*	
4	*Mil*	Mille.
0	*Dixaine de Mil*	
8	*Centaine de mil*	
7	*Million.*	Millions.
6	*Dixaine de million.*	
5	*Centaine de million.*	
4	*Milliard.*	Milliards.
5	*Dixaine de milliard.*	
2	*Centaine de milliard.*	
6	*Milliaſſes.*	Milliaſſes.
7	*Dixaine de milliaſſes.*	
3	*Centaine de milliaſſes.*	
5	*Mil milliaſſes.*	Mil milliaſſes.
4	*Dixaine de mil milliaſſes.*	
3	*Centaine de mil milliaſſes*	

34 Élémens d'Arithmétique (1753)

Charles Camus est un professeur reconnu, astronome, et membre de l'Académie des sciences. Son échelle de dénomination est parfaitement rigoureuse, … et totalement contradictoire avec l'échelle longue de Chuquet. On l'appelle « échelle courte ». Remarquez le mot « billion », employé dans le sens de milliard, comme de nos jours « billion » dans les pays anglophones.

Élémens d'Arithmétique (1753)
Charles Étienne Louis Camus (1699–1768)



Voici ce nombre de grains de ſable, avec les noms de ſes tranches & les noms des places de chaque tranche.

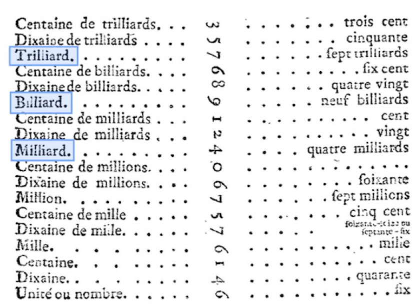
Noms des places de chaque tranche.		Noms des tranches.
dixaine nombre	71	nonillions
centaine dixaine nombre	764	octillions
centaine dixaine nombre	546	ſeptillions
centaine dixaine nombre	809	ſextillions
centaine dixaine nombre	270	quintillions
centaine dixaine nombre	857	quatrillions
centaine dixaine nombre	142	trillions
centaine dixaine nombre	857	billions
centaine dixaine nombre	142	millions
centaine dixaine nombre	857	mille
centaine dixaine nombre	142	unités ſimples

35 L'Arithmétique raisonnée et démontrée (1792)

Cette « Arithmétique raisonnée et démontrée » s'est très bien vendue, grâce à une fraude : devant le succès de l'algèbre d'Euler traduite par Bernoulli et augmentée par Lagrange, les éditeurs s'étaient dits que ce serait une bonne opération que d'attribuer à Euler le manuel d'un obscur professeur de comptabilité, qui venait opportunément de défuncter.

Bref, comme vous le voyez, c'est une échelle courte, mais au lieu de billion, trillion etc. chez Camus, vous voyez ici Milliard, Billiard, Trilliard.

L'Arithmétique raisonnée et démontrée (1792)
C. F. Gaignat de Laulnais (1718–1791) attribuée à L. Euler



Centaine de trilliards.	3	trois cent
Dixaine de trilliards	5	cinquante
Trilliard.	7	ſept trilliards
Centaine de billiards.	6	ſix cent
Dixaine de billiards.	8	quatre vingt
Billiard.	9	neuf billiards
Centaine de milliards	1	cent
Dixaine de milliards	2	vingt
Milliard.	4	quatre milliards
Centaine de millions.	0	
Dixaine de millions.	6	ſoixante
Million.	7	ſept millions
Centaine de mille	5	cinq cent
Dixaine de mille.	7	ſoixante-ſeize ou ſeptante-ſix
Mille.	6	mille
Centaine.	1	cent
Dixaine.	4	quarante
Unité ou nombre.	6	ſix

36 Arithmétique raisonnée (1836)

On ne peut pas dire que le temps ait stabilisé les usages. Ce Casimir Ladreyt a publié son arithmétique à Montréal, à compte d'auteur en 1836.

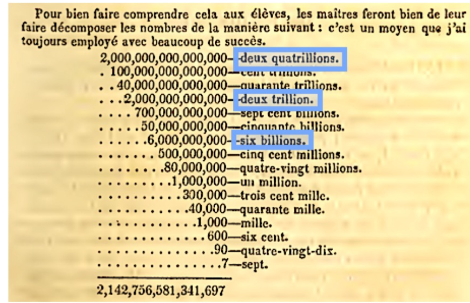
Il la destine à l'usage des élèves de collèges et des maisons d'éducation de l'un et l'autre sexe. Il en pense manifestement beaucoup de bien, et beaucoup de mal de ses collègues.

Il est plein de recommandations du style, « Pour faire comprendre cela aux élèves, les maîtres feront bien de leur faire décomposer les nombres de la manière suivante : c'est un moyen que j'ai toujours employé avec beaucoup de succès ».

Sa dénomination est l'échelle courte de Camus, comme vous le voyez.

Arithmétique raisonnée (1836)

Casimir Ladreyt (1797–1877)



Pour bien faire comprendre cela aux élèves, les maîtres feront bien de leur faire décomposer les nombres de la manière suivant : c'est un moyen que j'ai toujours employé avec beaucoup de succès.

2,000,000,000,000,000—deux quatrillions.
. 100,000,000,000,000—cent trillions.
. . 40,000,000,000,000—quarante trillions.
. . . 2,000,000,000,000—deux trillion.
. . . . 700,000,000,000—sept cent billions.
. . . . . 50,000,000,000—cinquante billions.
. . . . . . 6,000,000,000—six billions.
. . . . 500,000,000—cinq cent millions.
. . . . 80,000,000—quatre-vingt millions.
. . . . 1,000,000—un million.
. . . . 300,000—trois cent mille.
. . . . 40,000—quarante mille.
. . . . 1,000—mille.
. . . . 600—six cent.
. . . . 90—quatre-vingt-dix.
. . . . 7—sept.

2,142,756,581,341,697

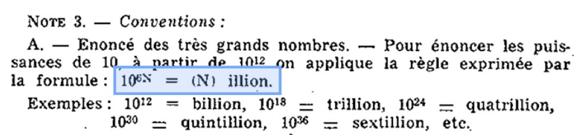
37 Écriture des très grands nombres

Allez savoir pourquoi, la République Française s'obstine depuis 1961, avec répétition dans un décret en date du 23 décembre 1975, à imposer l'échelle longue.

Elle l'a même faite passer dans les directives Européennes.

Écriture des très grands nombres

Journal Officiel de la République (3 mai 1961, 23 décembre 1975)



NOTE 3. — *Conventions :*

A. — Enoncé des très grands nombres. — Pour énoncer les puissances de 10, à partir de 10^{12} on applique la règle exprimée par la formule : 10^{6N} = (N) illion.

Exemples : 10^{12} = billion, 10^{18} = trillion, 10^{24} = quatrillion, 10^{30} = quintillion, 10^{36} = sextillion, etc.

38 références

On leur dit vous croyez, ce qu'on en pense de leurs décrets et de leurs directives ?

Non, vous avez raison, ce ne serait pas gentil.

références

- P.-É. Foucaux (1860) *Histoire du Bouddha Sakya Mouni*, Paris : Duprat
- G. Ifrah (1996) *Histoire universelle des chiffres*, 2 volumes, Paris : Robert Laffont
- C. Mugler (1970) *Archimède, œuvres, 3 volumes*, Paris : Les Belles Lettres
- F. Peyrard (1807) *Œuvres d'Archimède traduites littéralement, avec un commentaire*, Paris : Buisson
- K. Plofker (2009) *Mathematics in India*, Princeton : Princeton University Press
- L. Rodet (1879) Leçons de calcul d'Âryabatha, *Journal Asiatique*, 393–434