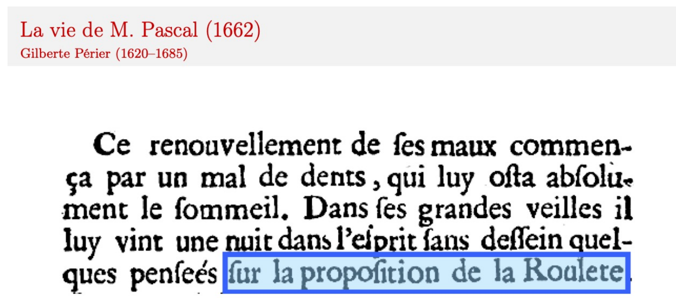
0 De la roue à la roulette

Je vous parle ailleurs de Gilberte Périer, la sœur aînée de Pascal. Elle était si farouchement attachée à la réputation de sainteté de son génie de frère, qu'elle en oubliait parfois la vraisemblance historique. Mais qu'importe : son récit de la vie de Pascal est un témoignage exceptionnel, vivant… et souvent assez drôle. Prenez par exemple le passage suivant.

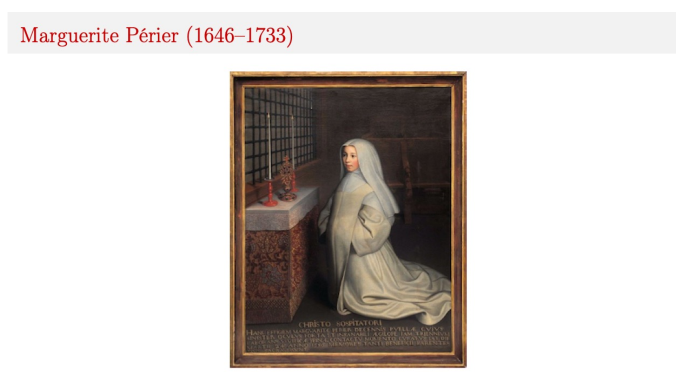
1 La vie de M. Pascal (1662)



« Ce renouvellement de ses maux commença par un mal de dents, qui lui ôta absolument le sommeil. Dans ses grandes veilles il lui vint une nuit dans l'esprit sans dessein, quelques pensées sur la proposition de la roulette. »

Que voulez-vous, penser à la roulette quand on a mal aux dents, ça me fait rire. Or, cette roulette n'est pas du tout celle du dentiste, mais un objet mathématique, qui a joué un rôle important dans l'élaboration du calcul intégral au dix-septième siècle.

2 Marguerite Périer (1646–1733)



Le témoignage de Marguerite, la fille de Gilberte, donc la nièce de Pascal, est plus détaillé. Mais si, vous vous souvenez, c'est celle qui avait été si opportunément guérie, par une Sainte Relique conservée à Port-Royal, au moment de la bataille entre Jésuites et Jansénistes.

Son récit sera illustré par quelques images d'instruments dentaires des siècles passés. Je vous promets qu'après cela, vous ne verrez plus la roulette de votre dentiste avec autant d'hostilité.

3 Instruments de dentiste, XVII^e^ siècle

« Pendant que M. Pascal travaillait contre les athées, il arriva qu'il lui vint un très grand mal de dents. Un soir M. le duc de Roannez le quitta dans des douleurs très violentes ; il se mit au lit, et son mal ne faisant qu'augmenter, il s'avisa, pour se soulager, de s'appliquer à quelque chose qui pût lui faire oublier son mal. Pour cela il pensa à la proposition de la roulette faite autrefois par le père Mersenne, que personne n'avait jamais pu trouver et à laquelle il ne s'était jamais amusé.

Il y pensa si bien qu'il en trouva la solution et toutes les démonstrations. Cette application sérieuse détourna son mal de dents, et quand il cessa d'y penser il se sentit guéri de son mal. »

Instruments de dentiste, XVIIe siècle
Marguerite Périer (1646–1733) Mémoire sur la vie de M. Pascal

4 Pélican, XVIIe siècle

« M. de Roannez étant venu le voir le matin, et le trouvant sans mal, lui demanda ce qui l'avait guéri. Il dit que c'était la roulette qu'il avait cherchée et trouvée. M. de Roannez surpris de cet effet et de la chose même, car il en savait la difficulté, lui demanda ce qu'il avait dessein de faire de cela : mon oncle lui dit que la solution de ce problème lui avait servi de remède et qu'il n'en attendait pas autre chose.

M. de Roannez lui dit qu'il y avait bien un meilleur usage à en faire ; que dans le dessein où il était de combattre les athées, il fallait leur montrer qu'il en savait plus qu'eux tous en ce qui regarde la géométrie et ce qui est sujet à la démonstration ; et qu'ainsi s'il se soumettait à ce qui regarde la foi, c'est qu'il savait jusqu'où devaient porter les démonstrations. »

Pélican, XVIIe siècle
Marguerite Périer (1646–1733) Mémoire sur la vie de M. Pascal

5 Instruments de dentiste, XVIIIe siècle

« et sur cela, il lui conseilla de consigner soixante pistoles et de faire une espèce de défi à tous les mathématiciens habiles qu'il connaissait et de proposer ce prix pour celui qui trouverait la solution du problème. M. Pascal le crut et consigna les soixante pistoles ; il nomma des examinateurs pour juger des ouvrages qui viendraient de toute l'Europe et fixa le temps à dix-huit mois au bout desquels personne n'ayant trouvé la solution suivant le jugement des examinateurs, M. Pascal retira ces soixante pistoles et les employa à faire imprimer son ouvrage dont il ne fit tirer que cent-vingt exemplaires. »

Une espèce de défi hein ? Mais à propos de quoi ? Voici la définition de Pascal.

Instruments de dentiste, XVIIIe siècle
Marguerite Périer (1646–1733) Mémoire sur la vie de M. Pascal

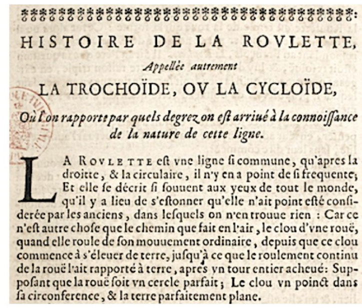
6 Histoire de la Roulette (10 octobre 1658)

« Histoire de la roulette, appelée autrement la trochoïde ou la cycloïde, où l'on rapporte par quels degrés on est arrivé à la connaissance de la nature de cette ligne.

La roulette est une ligne si commune, qu'après la droite, et la circulaire, il n'y en a point de si fréquente ; et elle se décrit si souvent aux yeux de tout le monde, qu'il y a lieu de s'étonner qu'elle n'ait point été considérée par les anciens. Car ce n'est autre chose que le chemin que fait en l'air, le clou d'une roue, quand elle roule de son mouvement ordinaire, depuis que le clou commence à s'élever de terre, jusqu'à ce que le roulement continu de la roue l'ait rapporté à terre, après un tour complet achevé. »

De nos jours, le terme de cycloïde a supplanté les deux autres. Et il est exact qu'elle n'avait pas été considérée par les géomètres grecs. Peut-être parce qu'elle aurait été vue comme un objet mécanique et non géométrique. En tous cas, pour des mathématiciens qui commençaient à remettre en question l'héritage grec, une courbe nouvelle, et différente des sempiternelles coniques, arrivait à point.

Histoire de la Roulette (10 octobre 1658)
Blaise Pascal (1623–1662)


HISTOIRE DE LA ROVLETTE,
Appellée autrement
LA TROCHOÏDE, OV LA CYCLOÏDE,
Où l'on rapporte par quels degrez on est arriué à la connoissance de la nature de cette ligne.

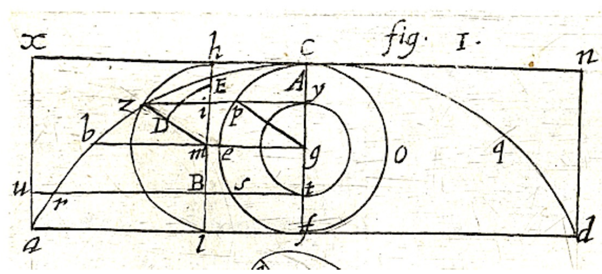
LA ROVLETTE est vne ligne si commune, qu'apres la droitte, & la circulaire, il n'y en a point de si frequente; Et elle se décrit si souuent aux yeux de tout le monde, qu'il y a lieu de s'estonner qu'elle n'ait point esté considerée par les anciens, dans lesquels on n'en trouue rien : Car ce n'est autre chose que le chemin que fait en l'air, le clou d'vne rouë, quand elle roule de son mouuement ordinaire, depuis que ce clou commence à s'éleuer de terre, jusqu'à ce que le roulement continu de la rouë l'ait rapporté à terre, apres vn tour entier acheué: Supposant que la rouë soit vn cercle parfait; Le clou vn poinct dans sa circonference, & la terre parfaitement plane.

7 Cycloïde

Cette courbe, la voici. Dans son défi, Pascal demandait que l'on détermine non seulement sa longueur et la surface sous la courbe, mais aussi le volume et le centre de gravité du solide obtenu par rotation autour de chaque axe. Il demandait la même chose plus généralement pour la portion de courbe découpée par une horizontale quelconque. En tout dix-huit problèmes différents.

J'ai tiré cette illustration du livre, paru deux ans après le concours, d'un des candidats malheureux : Antoine de Laloubère. Je vous ai déjà fait rire aux dépens d'un Simon de la Laloubère, qui était le neveu de celui-ci. Tous les deux étaient toulousains, et certainement moins bons mathématiciens que Pascal. Était-ce une raison suffisante pour en parler avec autant de condescendance ?

Cycloïde
Laloubère, Veterum geometria promota… (1660)



8 Réflexions sur les conditions des prix… (7 octobre 1658)

« Et c'est pourquoi je ne puis assez admirer la vaine imagination de quelques autres, qui ont cru qu'il leur suffirait d'envoyer un calcul faux et fabriqué au hasard, pour prendre date du jour qu'ils l'auraient donné, sans avoir produit d'autre marque qui fasse connaître qu'ils ont résolu les problèmes : ce qui est une imagination si ridicule, que j'ai honte de m'amuser à la réfuter. Cependant, encore qu'ils sachent fort bien que leur calcul est faux (car cela est visible à l'œil même) ; qu'ils l'aient mandé eux-mêmes par leurs lettres, et qu'ils n'en aient envoyé aucun autre, ils ne laissent pas, par la plus plaisante imagination du monde, de se croire en état d'être mis en ordre depuis le jour qu'ils ont produit ce faux calcul… »

Pascal continue ainsi pendant plusieurs pages à tourner en ridicule ce pauvre Antoine de Laloubère.

Réflexions sur les conditions des prix… (7 octobre 1658)
Blaise Pascal (1623–1662)

Et c'est pourquoi je ne puis assez admirer la vaine imagination de quelques autres, qui ont cru qu'il leur suffiroit d'envoyer un calcul faux & fabriqué au hasard, pour prendre date du jour qu'ils l'auroient donné, sans avoir produit d'autre marque qui fasse connoître qu'ils ont résolu les problêmes : ce qui est une imagination si ridicule, que j'ai honte de m'amuser à la réfuter. Cependant, encore qu'ils sachent fort bien que leur calcul est faux (car cela est visible à l'œil même) ; qu'ils l'aient mandé eux-mêmes par leurs Lettres, & qu'ils n'en aient envoyé aucun autre, ils ne laissent pas, par la plus plaisante imagination du monde, de se croire en état d'être mis en ordre depuis le jour qu'ils ont produit ce faux calcul…

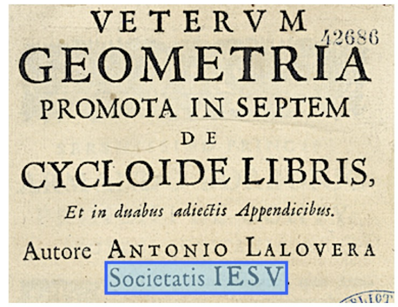
9 Veterum geometria promota. . . (1660)

Laloubère ne méritait certainement pas un tel mépris. D'ailleurs il était suffisamment sûr de son fait pour publier ceci à Toulouse deux ans plus tard. La géométrie des anciens promue, en sept livres sur la cycloïde.

La raison de l'animosité de Pascal, vous la lisez dans l'encadré bleu. Laloubère était jésuite, donc membre du clan que Pascal était précisément en train de combattre par ses « Lettres Provinciales ».

Mais il y avait aussi un antagonisme mathématique, que Laloubère annonce dans son titre : comme beaucoup d'autres de son temps, et encore bien après lui, Laloubère ne jure que par la géométrie des anciens, c'est-à-dire des Grecs. Et pour lui, toutes ces inventions récentes, ces découpages à l'infini et ces indivisibles, ne sont pas nécessaires, si on a compris Euclide, Apollonius et Archimède.

Veterum geometria promota. . . (1660)
Antoine de Laloubère (1600–1664)


VETERVM
GEOMETRIA
PROMOTA IN SEPTEM
DE
CYCLOIDE LIBRIS,
Et in duabus adiectis Appendicibus.
Autore ANTONIO LALOVERA
Societatis IESV.

10 Amplissimo Domino De Fermat

Laloubère n'était pas tout à fait le nullard ridicule qu'en a fait Pascal. Il connaissait Fermat, qui avait discuté avec lui de ses propres solutions, et à qui il rend un hommage appuyé.

Fermat lui avait parlé des résultats de Roberval avant lui. Voici comment Pascal présente l'historique, au moment où il lance son second défi, en octobre.

Amplissimo Domino De Fermat
Laloubère, Veterum geometria promota. . . (1660)


DE CYCLOIDE
LIBER PRIMVS.
In quo, positâ quadraturâ circuli, inuenitur quadratura *cuiuslibet portionis in cycloide designatæ,* & cubatura *solidi circa quamlibet basi parallelam geniti.*
Amplissimo Domino De FERMAT, in Suprema Curia Tolosana Senatori integerrimo.

11 Marin Mersenne (1588–1648)

« Le feu père Mersenne, Minime, fut le premier qui la remarqua, environ l'an 1615 en considérant le roulement des roues. Ce fut pourquoi il l'appela La roulette. Il voulut ensuite en connaître la nature et les propriétés, mais il n'y put pénétrer.

Il avait un talent tout particulier pour former de belles questions ; en quoi il n'avait peut-être pas de semblable. Mais encore qu'il n'eût pas un pareil bonheur à les résoudre ; et que ce soit précisément en ceci que consiste tout l'honneur ; il est vrai néanmoins qu'on lui a obligation, et qu'il a donné l'occasion de plusieurs belles découvertes, qui peut-être n'auraient jamais été faites s'il n'y eût excité les savants. »

Marin Mersenne (1588–1648)
Pascal, Histoire de la roulette (10 octobre 1658)

12 Gilles Personne de Roberval (1602–1675)

Donc, selon Pascal ce serait Mersenne qui aurait eu l'idée de la cycloïde. Vingt ans plus tard, Mersenne aurait intéressé Roberval au problème, et c'est Roberval qui le premier a démontré que l'aire sous la courbe est égale à trois fois celle du cercle.

Là se situe, toujours selon Pascal, un obscur épisode où un autre correspondant de Mersenne, qui s'appelait Beaugrand, transmet le résultat à Galilée, qui passe la balle à Torricelli.

Gilles Personne de Roberval (1602–1675)

Pascal, Histoire de la roulette (10 octobre 1658)

13 De Dimensione Cycloidis (1644)

Torricelli utilise la méthode des indivisibles qu'un autre proche de Galilée, Cavalieri, a publiée neuf ans plus tôt, il redémontre les résultats de Roberval, et il les publie en appendice à son livre de géométrie, en 1644.

Au passage il précise que Galilée avait considéré la courbe au tout début du siècle, donc avant Mersenne, et qu'il avait tenté de déterminer la surface par pesée, mais n'avait rien démontré. On sait par des publications posthumes, que Roberval avait développé sa propre méthode des indivisibles, et qu'il l'avait utilisée pour ses résultats sur la cycloïde. Reste que ce sont bien les Italiens qui ont publié pour la première fois la méthode des indivisibles, et son application à la cycloïde. N'en déplaise à Pascal, qui n'a pas de mots assez durs contre Torricelli !

De Dimensione Cycloidis (1644)

Evangelista Torricelli (1608–1647)

APPENDIX

De Dimenſione Cycloidis.

LIBET hic appendicis loco addere ſolutionem problematis non iniucundi, & ſi materiã, propoſitionemque ſpectes, primo intuitu difficilimi. Torſit hoc, fefellitq. pluribus ab hinc annis Mathematicos noſtri ſeculi primarios: fruſtrà enim tentata demonſtratio euaſit ab illorũ manibus ob fallaciam experientię. Appenſis namque ad libram manufactam ſpatijs figurarum materialibus, neſcio quo fato, ea proportio quæ verè tripla eſt, ſemper minor quã tripla apparuit. Vnde factum eſt, quòd potius ob ſuſpicionem incommenſurabilitatis (vt ego credo) quàm ob deſperationem demonſtrationis, inſtituta contemplatio ab illis dimiſſa ſit.

Suppoſitum eſt huiuſmodi. Concipiatur ſuper manente aliqua recta linea ab. circulus ac, contingens rectam ab. in pun-

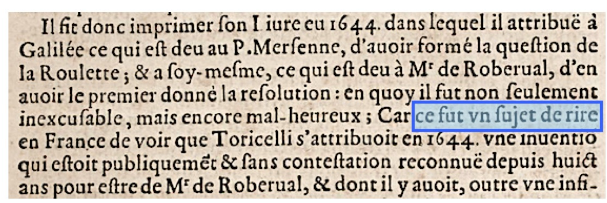
14 non seulement inexcusable, mais encore malheureux

« Il fit donc imprimer son livre en 1644 dans lequel il attribue à Galilée ce qui est dû au père Mersenne, d'avoir formé la question de la roulette ; et à lui-même, ce qui est dû à M. de Roberval, d'en avoir le premier donné la résolution : en quoi il fut non seulement inexcusable, mais encore malheureux. Car ce fut un sujet de rire en France de voir que Torricelli s'attribuait en 1644 une invention qui était publiquement et sans contestation reconnue depuis huit ans pour être de M. de Roberval. »

Le résultat appartient donc au premier qui l'a trouvé, pas à celui qui l'a publié ? Curieusement dans d'autres circonstances, Pascal utilise volontiers l'argument contraire. Il est un peu plus équitable avec Wren, un mathématicien anglais. Il faut dire que Wren lui a envoyé un magnifique résultat sur la longueur de la courbe, qui justement manquait à Pascal.

non seulement inexcusable, mais encore malheureux

Pascal, Histoire de la roulette (10 octobre 1658)



Il fit donc imprimer ſon Liure en 1644. dans lequel il attribuë à Galilée ce qui eſt deu au P. Merſenne, d'auoir formé la queſtion de la Roulette ; & a ſoy-meſme, ce qui eſt deu à Mr de Roberual, d'en auoir le premier donné la reſolution : en quoy il fut non ſeulement inexcuſable, mais encore mal-heureux ; Car ce fut vn ſujet de rire en France de voir que Toricelli s'attribuoit en 1644. vne inuentio qui eſtoit publiquemẽt & ſans conteſtation reconnuë depuis huict ans pour eſtre de Mr de Roberual, & dont il y auoit, outre vne infi-

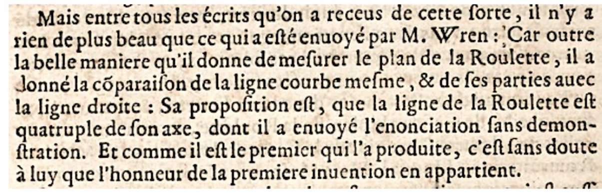
15 ce qui a esté enuoyé par M. Wren

« Entre tous les écrits qu'on a reçus de cette sorte, il n'y a rien de plus beau que ce qui a été envoyé par M. Wren : car outre la belle manière qu'il donne de mesurer le plan de la roulette, il a donné la comparaison de la ligne courbe même, et de ses parties avec la ligne droite. Sa proposition est, que la ligne de la roulette est quadruple de son axe, dont il a envoyé l'énoncé sans démonstration. Et comme il est le premier qui l'a produite, c'est sans doute à lui que l'honneur de la première invention en appartient. »

Oh bien sûr, Pascal n'omet pas de préciser que dès que les Français ont vu ce résultat, ils en ont fourni sur le champ plusieurs démonstrations. Il est donc quelque peu partial dans sa vision historique, mais ne serait-il pas en plus quelque peu... partiel ?

ce qui a esté enuoyé par M. Wren

Pascal, Histoire de la roulette (10 octobre 1658)



Mais entre tous les écrits qu'on a receus de cette sorte, il n'y a rien de plus beau que ce qui a esté enuoyé par M. Wren : Car outre la belle maniere qu'il donne de mesurer le plan de la Roulette, il a donné la cõparaison de la ligne courbe mesme, & de ses parties auec la ligne droite : Sa proposition est, que la ligne de la Roulette est quatruple de son axe, dont il a enuoyé l'enonciation sans demonstration. Et comme il est le premier qui l'a produite, c'est sans doute à luy que l'honneur de la premiere inuention en appartient.

16 Géométrie en francoys (1511)

Faire rouler un cercle sur une droite, est le moyen le plus expéditif d'obtenir un segment de longueur égale à la circonférence, donc en un sens, de réaliser la quadrature du cercle.

Ceci passe pour le premier manuel de géométrie écrit en français. Son auteur, Charles de Bovelles est un de ces savants de la Renaissance, dont on ne peut pas attendre une pensée rigoureuse à notre sens. Le livre comporte comme il se doit, un chapitre sur la quadrature du cercle.

Géométrie en francoys (1511)

Charles de Bovelles (1479–1566)

Geometrie en francoys.

Cy cõmence le Liure de lart et science de Geometrie: auecqs les figures sur chascune rigle au long declarees/par lesqlles on peult entendre et facillemẽt cõprendre ledit art et science de Geometrie. Nouuellemẽt Imprime a paris par Henri estiẽne Imprimeur et libraire demourant en la rue saint Jehan de beauuoys: deuãt les grãdes escoles d decret

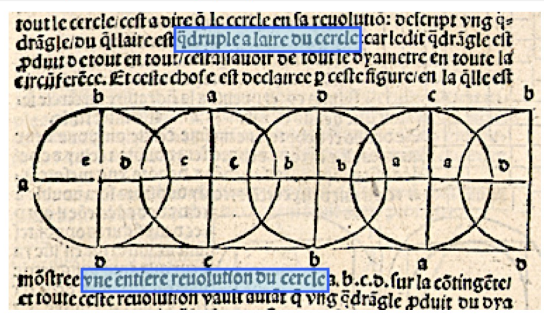
17 Le cercle en sa révolution

L'argument est imparable. Faites tourner un cercle sur une droite, de manière à ce qu'il décrive un tour complet. Vous obtenez un rectangle dont la largeur est égale à la circonférence, et la hauteur est égale au diamètre. Sa surface est donc le quadruple de la surface du cercle. Divisez le rectangle en quatre et tracez un carré de surface égale, la quadrature du cercle est achevée.

Bon, on comprend un peu que les mathématiciens du siècle suivant, les Mersenne, Roberval, Pascal, tous les champions de la nouvelle pensée rationnelle, n'aient pas accordé une grande importance à ce Charles de Bovelles. Mais il y avait un autre cas de cercle roulant sur une droite, qui posait plus question.

Le cercle en sa révolution

Charles de Bovelles, Géométrie en francoys (1511)



tout le cercle/cest a dire q le cercle en sa reuolutiõ: descript vng q-drãgle/ou qllaire est qdruple a laire du cercle: car ledit qdrãgle est pduit de tout en tout/cestassauoir de tout le dyametre en toute la circũferẽce. Et ceste chose est declairee p ceste figure/en la qlle est

mõstree vne entiere reuolution du cercle a.b.c.d. sur la cõtingẽte/ et toute ceste reuolution vault autãt q vng qdrãgle pduit du dya

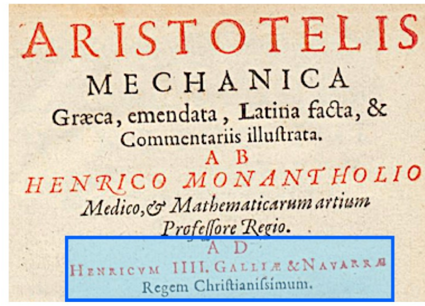
18 Aristotelis Mechanica (1599)

On le trouve dans les « Mécaniques d'Aristote ». On n'est pas du tout sûr que ce recueil de problèmes soit d'Aristote lui-même, mais il est certainement très ancien.

Cette traduction a été réalisée à Paris par le successeur de Ramus au collège de France, Henri de Monantheuil. Elle est dédiée à Henri IV, le roi très chrétien de France et de Navarre. Sans aucun rapport, cet Henri de Monantheuil, qui était aussi médecin, est l'auteur d'un livre sur la Iatromathématique, c'est-à-dire la mathématique qui soigne les malades. Vous m'en direz tant !

Une traduction par un Italien, Bernardino Baldi, paraîtra vingt ans plus tard. On peut donc être sûr qu'au moment du défi de Pascal sur la roulette, les Français comme les Italiens connaissaient les mécaniques d'Aristote. . .

Aristotelis Mechanica (1599)
Henri de Monantheuil (1536–1606)

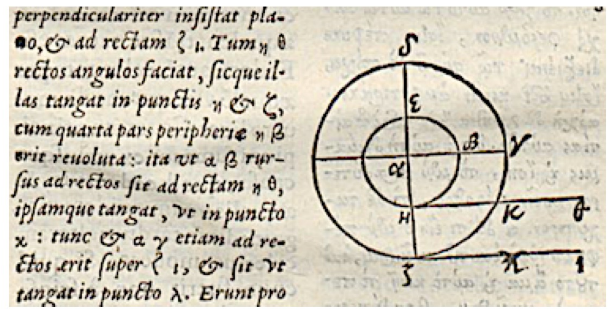

ARISTOTELIS
MECHANICA
Græca, emendata, Latina facta, &
Commentariis illustrata.
AB
HENRICO MONANTHOLIO
Medico, & Mathematicarum artium
Professore Regio.
AD
HENRICVM IIII. GALLIÆ & NAVARRÆ
Regem Christianissimum.

19 Problème de la roue d'Aristote

et en particulier le problème de la roue d'Aristote. Prenez deux roues concentriques fixées l'une à l'autre. Disons une roue de charrette et son moyeu. Faites les tourner horizontalement. Comment expliquez-vous que les deux roues parcourent la même distance, alors que leurs circonférences sont différentes ?

Dans les années 1630, ce problème agitait les milieux scientifiques, autant que celui de la roulette, qui en est probablement dérivé. Mersenne y avait réfléchi, et avait questionné Roberval, Descartes, et Fermat.

Problème de la roue d'Aristote
Aristotelis Mechanica (1599)


perpendiculariter insistat plano, & ad rectam ζ ι. Tum η θ rectos angulos faciat, sicque illas tangat in punctis η & ζ, cum quarta pars peripheriæ η β erit reuoluta: ita vt α β rursus ad rectos sit ad rectam η θ, ipsamque tangat, vt in puncto κ: tunc & α γ etiam ad rectos erit super ζ ι, & sit vt tangat in puncto λ. Erunt pro

20 In Aristotelis Mechanicas commentarii (1627)

In Aristotelis Mechanicas commentarii (1627)
Giovanni de Guevara (1561–1641)


IOANNIS
DE GVEVARA
CLER. REG. MIN.
IN ARISTOTELIS MECHANICAS
Commentarij:
VNA CVM ADDITIONIBVS QVIBVSDAM

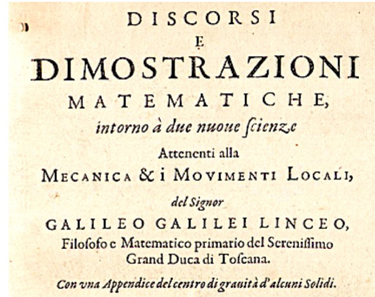
En Italie, Giovanni de Guevara publie en 1627 un livre de commentaires aux Mécaniques d'Aristote. Il y donne une solution claire du paradoxe de la roue d'Aristote, distinguant nettement les deux types de mouvement, rotation et translation.

21 Discorsi et dimostrazioni matematiche (1638)

Galilée, lui, n'est pas satisfait. Dans ses discours sur la mécanique de 1638, son dernier livre dans lequel il explique entre autres la chute des corps, il revient sur le problème.

« Notre solution, dit-il pourrait bien être aussi éclairante et concluante que celle qu'il accepte pour sa part, et différente au demeurant des considérations si pertinentes du très savant Monseigneur de Guevara. »

Discorsi et dimostrazioni matematiche (1638)
Galileo Galilei (1564–1642)

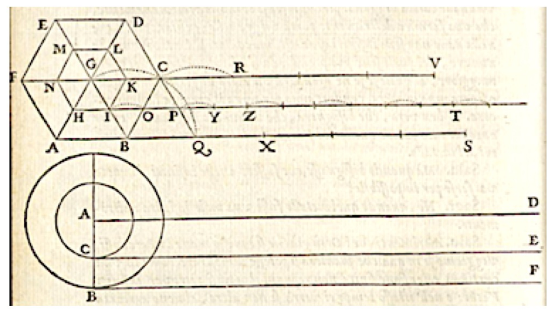

DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuoue ſcienze
Attenenti alla
MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI,
del Signor
GALILEO GALILEI LINCEO,
Filoſofo e Matematico primario del Sereniſſimo
Grand Duca di Toſcana.
Con vna Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

22 Hexagones concentriques

Voici cette solution. Considérons le même problème, mais avec deux hexagones concentriques, et fixés l'un à l'autre. Disons que le plus grand roule sur la droite la plus basse, de sorte que ses côtés se posent sur des segments contigus. Dans le même temps, les côtés du plus petit hexagone se poseront sur la droite intermédiaire, mais en des segments HI, OP, YZ etc., séparés entre eux par des segments vides.

Maintenant, ce qui est vrai pour l'hexagone, est aussi vrai pour des polygones à mille, ou cent mille côtés. Survient alors le passage à la limite.

Hexagones concentriques
Galilée, Discorsi et dimostrazioni matematiche (1638)



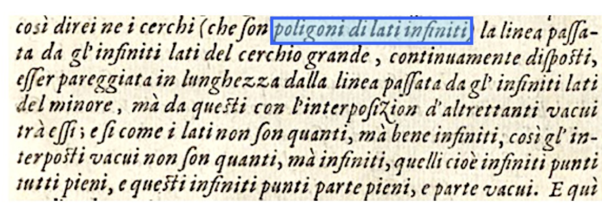
23 infiniti punti, parte pieni, e parte vacui

« Dans le cas des cercles (c'est-à-dire de polygones à une infinité de côtés), la ligne parcourue par les côtés infiniment nombreux et continûment disposés du grand cercle est égale en longueur à la ligne parcourue par les côtés infiniment nombreux du petit cercle, si l'on intercale entre ceux-ci autant d'espaces vides ; et puisque les côtés ne sont pas en nombre fini, mais infini, les vides intermédiaires, de la même façon, ne sont pas finis, mais infinis ; ainsi d'une part on aura une infinité de points tous pleins, et d'autre part une infinité de points en partie pleins, en partie vides. »

C'est n'importe quoi ! Pour être juste, la solution de Galilée a été rejetée par ses contemporains ; non seulement en France par Descartes et Fermat, mais en Italie même par Cavalieri, qui ne peut que constater que Galilée n'a pas compris sa théorie des indivisibles.

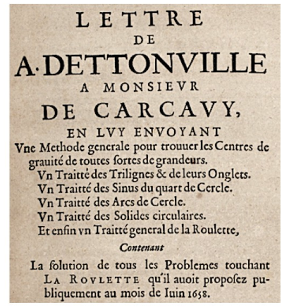
Nous allons mesurer le chemin parcouru depuis Galilée, entre la roue d'Aristote en 1638 et la roulette de Pascal vingt ans plus tard. J'ai critiqué la mauvaise foi de Pascal jusque-là, il est temps de s'incliner devant la puissance de sa réflexion.

infiniti punti, parte pieni, e parte vacui
Galilée, Discorsi et dimostrazioni matematiche (1638)


così direi ne i cerchi (che ſon poligoni di lati infiniti) la linea paſſa-
ta da gl' infiniti lati del cerchio grande, continuamente diſpoſti,
eſſer pareggiata in lunghezza dalla linea paſſata da gl' infiniti lati
del minore, mà da queſti con l'interpoſizion d'altrettanti vacui
trà eſſi; e ſi come i lati non ſon quanti, mà bene infiniti, così gl' in-
terpoſti vacui non ſon quanti, mà infiniti, quelli cioè infiniti punti
tutti pieni, e queſti infiniti punti parte pieni, e parte vacui. E quì

24 Lettre de A. Dettonville (1659)

Lettre de A. Dettonville (1659)
Blaise Pascal (1623–1662)


LETTRE
DE
A. DETTONVILLE
A MONSIEVR
DE CARCAVY,
EN LVY ENVOYANT
Vne Methode generale pour trouuer les Centres de grauité de toutes ſortes de grandeurs.
Vn Traitté des Trilignes & de leurs Onglets.
Vn Traitté des Sinus du quart de Cercle.
Vn Traitté des Arcs de Cercle.
Vn Traitté des Solides circulaires.
Et enfin vn Traitté general de la Roulette,
Contenant
La ſolution de tous les Problemes touchant LA ROVLETTE qu'il auoit propoſez publiquement au mois de Iuin 1658.

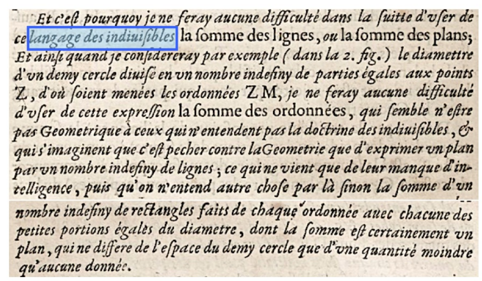
Ce que vous allez lire se trouve dans la Lettre de Dettonville à M. de Carcavy. Dettonville est un pseudonyme. C'est un anagramme de son autre pseudonyme, celui sous lequel il publiait en même temps ses « Lettres provinciales ». Carcavy est l'arbitre du défi sur la roulette.

Nous sommes au début de 1659, Pascal dévoile ses résultats et ses méthodes. Dans un avertissement, il explique l'usage qu'il fait des indivisibles dans ses calculs.

25 le langage des indivisibles

« je ne ferai aucune difficulté dans la suite d'user de ce langage des indivisibles, « la somme des lignes », ou « la somme des plans » ; et ainsi quand je considérerai, par exemple, le diamètre d'un demi-cercle divisé en un nombre indéfini de parties égales, je ne ferai aucune difficulté d'user de cette expression, « la somme des ordonnées », qui semble ne pas être géométrique à ceux qui n'entendent pas la doctrine des indivisibles, et qui s'imaginent que c'est pécher contre la géométrie, que d'exprimer un plan par un nombre indéfini de lignes ; ce qui ne vient que de leur manque de compréhension, puisqu'on n'entend autre chose par là que la somme d'un nombre indéfini de rectangles faits de chaque ordonnée avec chacune des petites portions égales du diamètre, dont la somme est certainement un plan, qui ne diffère de l'espace du demi-cercle que d'une quantité moindre qu'aucune donnée. »

le langage des indivisibles
Pascal, Lettre de A. Dettonville (1659)


Et c'eſt pourquoy je ne feray aucune difficulté dans la ſuitte d'vſer de ce langage des indiuiſibles la ſomme des lignes, ou la ſomme des plans; Et ainſi quand je conſidereray par exemple (dans la 2. fig.) le diametre d'vn demy cercle diuiſé en vn nombre indefiny de parties égales aux points Z, d'où ſoient menées les ordonnées ZM, je ne feray aucune difficulté d'vſer de cette expreſſion la ſomme des ordonnées, qui ſemble n'eſtre pas Geometrique à ceux qui n'entendent pas la doctrine des indiuiſibles, & qui s'imaginent que c'eſt pecher contre la Geometrie que d'exprimer vn plan par vn nombre indefiny de lignes; ce qui ne vient que de leur manque d'intelligence, puis qu'on n'entend autre choſe par là ſinon la ſomme d'vn nombre indefiny de rectangles faits de chaque ordonnée auec chacune des petites portions égales du diametre, dont la ſomme eſt certainement vn plan, qui ne differe de l'eſpace du demy cercle que d'vne quantité moindre qu'aucune donnée.

Voilà : il n'y a pas grand chose à changer à cette formulation pour écrire qu'une intégrale est une limite de sommes de Riemann. Il faudra encore longtemps pour en arriver là, mais les successeurs de Pascal reconnaîtront tous que cette Lettre de Dettonville a constitué une étape majeure du calcul intégral, au même titre que l'Arithmétique des Infinis, publiée par Wallis trois ans plus tôt.

26 Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)

Leibniz a raconté à plusieurs reprises ses années de formation à Paris de 1672 à 1675, sous la tutelle de Huygens. Il était arrivé ignorant pratiquement tout des mathématiques, sans même savoir clairement ce qu'était un centre de gravité. Huygens, en plus de ses propres travaux, avait prêté à Leibniz la lettre de Dettonville en lui disant que Pascal avait exposé cela de manière exceptionnelle.

Voici le récit particulièrement vivant que Leibniz fait à Bernoulli de sa découverte, quelque trente ans plus tard.

27 une démonstration de Dettonville

« Je tombai sur une démonstration de Dettonville qui était suprêmement facile, par laquelle il démontrait la mesure de la sphère, donnée par Archimède. [. . .] La nouveauté du raisonnement me frappa vivement, car je ne l'avais pas remarqué dans les œuvres de Cavalieri. Mais rien ne m'étonna plus que le fait que Pascal semblât avoir eu ses yeux obscurcis par quelque sort malheureux. Car je vis d'un coup que le théorème était tout à fait général, pour n'importe quelle sorte de courbe. »

une démonstration de Dettonville

Leibniz, Lettre à Jean Bernoulli (1703)

Je tombai sur une démonstration de Dettonville qui était suprêmement facile, par laquelle il démontrait la mesure de la sphère, donnée par Archimède. [. . .] La nouveauté du raisonnement me frappa vivement, car je ne l'avais pas remarqué dans les œuvres de Cavalieri. Mais rien ne m'étonna plus que le fait que Pascal semblât avoir eu ses yeux obscurcis par quelque sort malheureux. Car je vis d'un coup que le théorème était tout à fait général, pour n'importe quelle sorte de courbe.

28 Il fut frappé d'admiration

« Aussitôt, j'allai voir Huygens que je n'avais pas vu entretemps. Je lui dis que j'avais suivi ses instructions et que j'étais désormais capable de faire quelque chose que Pascal n'avait pas fait. Alors je lui montrai le théorème général sur les courbes. Il fut frappé d'admiration et dit : « C'est exactement le résultat dont mes constructions pour trouver les surfaces des conoïdes dépendent ». »

Bien sûr, ce témoignage de Leibniz a beaucoup fait pour la postérité de la roulette. Pour le tricentenaire de la naissance de Pascal, le secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences lui rend hommage.

Il fut frappé d'admiration

Leibniz, Lettre à Jean Bernoulli (1703)

[. . .] Aussitôt, j'allai voir Huygens que je n'avais pas vu entretemps. Je lui dis que j'avais suivi ses instructions et que j'étais désormais capable de faire quelque chose que Pascal n'avait pas fait. Alors je lui montrai le théorème général sur les courbes. Il fut frappé d'admiration et dit : « C'est exactement le résultat dont mes constructions pour trouver les surfaces des conoïdes dépendent ».

29 Tricentenaire de la naissance de Pascal (8 juillet 1923)

« On trouve dans l'ouvrage de Pascal sur la roulette, sous des formes géométriques extrêmement ingénieuses, des résultats fondamentaux se rapportant à ce que les géomètres appellent aujourd'hui les intégrales curvilignes et les intégrales doubles.[. . .] N'oublions pas non plus que Leibniz a plus tard reconnu expressément tout ce qu'il devait aux ouvrages de Pascal. »

Tricentenaire de la naissance de Pascal (8 juillet 1923)

Émile Picard (1856–1941)

On trouve dans l'ouvrage de Pascal sur la roulette, sous des formes géométriques extrêmement ingénieuses, des résultats fondamentaux se rapportant à ce que les géomètres appellent aujourd'hui les intégrales curvilignes et les intégrales doubles.[. . .] N'oublions pas non plus que Leibniz a plus tard reconnu expressément tout ce qu'il devait aux ouvrages de Pascal.

30 références

N'oublions pas non plus, tout ce que les dentistes et leurs patients doivent encore à la roulette. Il a fallu encore deux bons siècles après Pascal pour que les perceuses à main utilisées jusque là pour fabriquer des dents artificielles, deviennent assez maniables pour être enfoncées dans des gencives de patients. Alors je vous en conjure, quand votre prochaine rage de dents vous empêchera de dormir, pensez à l'histoire de la roulette !

références

- P. Costabel (1962) Essai sur les secrets des *Traités de la roulette*, *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, 15(3-4), 321–350
- P. Costabel (1964) La roue d'Aristote et les critiques françaises à l'argument de Galilée, *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, 17(4), 385–396
- I. E. Drabkin (1950) Aristotle's wheel : notes on the history of a paradox, *Osiris*, 9, 162–198
- S. Maronne (2019) Pascal, Toricelli et les *Données* : sur le premier écrit du concours de la roulette, *in A. Cousson dir., Passions géométriques. Mélanges en l'honneur de D. Descotes*, Paris : Champion, 441–459
- C. Merker (2001) *Le chant du cygne des indivisibles*, Besançon, Presses universitaires de Franche-Comté
- O. Nicodemi (2014) Galileo and Aristotle's wheel, *Journal of Humanistic Mathematics*, 4(1), 2–15