hist-math.fr

0 La guerre des philosophes

Ah Newton contre Leibniz : passage obligé de l'histoire de l'Analyse!

Ces deux dames de la haute société, clouées au pilori par le caricaturiste anglais Gillray, ne sont qu'une allusion indirecte. Pour ma part, je vais essayer de ne pas caricaturer; mais je vais avoir du mal à vous cacher mon regret, que les deux plus grands esprits de la seconde moitié du dix-septième, n'aient pas trouvé mieux pour occuper leur vieillesse que les mesquineries que je suis bien obligé de vous raconter. Nous allons d'abord évoquer ce qui est prouvé historiquement, avant de glisser plus rapidement sur la guéguerre.

histoires d'analyse

La guerre des philosophes

Newton contre Leibniz



hist-math.fr Bernard YCART

1 Isaac Newton (1643–1727)

Le premier inventeur du calcul différentiel est Newton, il n'y a pas de doute possible là-dessus. Cela se passait dans les deux années miraculeuses de 1665–1666, ces années de peste où il a révolutionné les mathématiques et la physique. Comme je vous les raconte abondamment dans d'autres histoires, je ne vais pas m'appesantir. Les preuves incontestables de ses inventions se situent dans des carnets manuscrits datés, que tout un chacun peut consulter en ligne.

Isaac Newton (1643–1727)
James Thornhill, Sir Isaac Newton (1712)



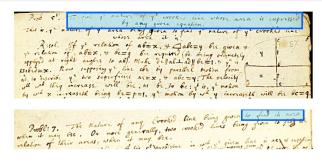
2 Crooked lines, areas, and equations...

Voyez par exemple ces deux extraits d'un manuscrit daté de 1666, dans lequel Newton résout une liste de problèmes. Le problème numéro cinq a pour énoncé : « Trouver la nature de la ligne courbe dont l'aire est exprimée par n'importe quelle équation ». Dans notre langage : « Étant donnée une primitive, calculer sa dérivée ». Pour exprimer sa solution, Newton parle de mouvement et de vitesse. C'est cela qui le conduit à baptiser « fluentes » les variables, et « fluxions » leurs dérivées, sous-entendu par rapport au temps. Néanmoins, il est parfaitement conscient de la généralité de l'opération.

Un peu plus loin dans le même manuscrit on trouve le problème inverse. Il s'agit du problème 7 : « La nature de n'importe quelle ligne courbe étant donnée, trouver son aire, quand c'est possible ». Comprenez : « trouvez sa primitive ». Avec ces deux problèmes, Newton exprime ce que nous appelons le théorème fondamental de l'analyse, qui n'a été perçu comme fondamental que bien après Newton. Le fait que calculer des tangentes et calculer des intégrales soient deux opérations réciproques l'une de l'autre avait déjà été reconnu, en particulier par Barrow. Pour Newton, ce n'était qu'une étape vers une théorie plus générale, celle des équations différentielles.

Crooked lines, areas, and equations...

Isaac Newton, MS Add.3958.3:57r,v (1666)



3 Fluentes et fluxions

Le problème est que cette théorie générale n'a été publiée que très tard, après la mort de Newton. Son traité sur la théorie des fluxions, rédigé en latin, était prêt dès 1671. Mais les controverses sur ses autres théories, en particulier l'optique, l'ont dissuadé de le publier. Une traduction anglaise est parue en 1736. Ce que vous voyez est extrait de la traduction française, par Buffon en 1740. À ce moment-là, les écrits de 1671 étaient déjà largement démodés, mais le tour de force intellectuel restait impressionnant.

Voici les deux problèmes réciproques selon Newton. « Problème I : étant donnée la relation des quantités fluentes, trouver la relation de leurs fluxions ». Par quantités fluentes, comprenez des variables : $x,\,y$ etc. Une relation entre fluentes est une équation, qu'il s'agit de dériver pour trouver une équation entre fluxions.

« Problème II : étant donnée la relation des fluxions, trouver celle des quantités fluentes ». La relation des fluxions, est une relation faisant intervenir des dérivées, autrement dit, une équation différentielle.

À part son traité de 1671, qu'au moins Barrow, Wallis et Collins avaient lu, Newton n'avait pour prouver son antériorité que les Principia Naturalis. Ce qu'il y dit du calcul différentiel est limité à ce qui est strictement nécessaire à ses résultats de mécanique. Voici un extrait du livre deux.

4 Momenta vel mutationum velocitates

Newton y définit ce que sont les moments ou mutations, des vitesses. Pour nous ce sont des accélérations; en fait ce pourraient être des dérivées de quantités quelconques, il le dit dans la première phrase.

Comme vous le voyez, il donne ensuite les règles de dérivation pour des quantités algébriques, comme un produit de deux variables dans le premier encadré bleu, ou une puissance rationnelle d'une variable dans le second. C'est très bref, et il ne donne que peu de justifications. Il ajoute ensuite la remarque suivante.

5 Geometra peritissimo G. G. Leibnitio

« Dans des lettres échangées, il y a environ dix ans, avec le très habile géomètre M. Leibniz, je lui écrivis que je possédais, pour déterminer les maxima et les minima, pour mener les tangentes et autres opérations analogues, une méthode, qui s'appliquait également aux quantités rationnelles ou irrationnelles, méthode que je lui cachai sous un chiffre formé de lettres transposées. Cet homme célèbre me répondit qu'il était tombé sur une méthode de ce genre, dont il me donna la communication, et qui ne différait de la mienne que dans le mode d'expression, de notation, et de la génération des quantités. »

Ceci correspond strictement à la vérité historique et on ne peut que regretter que les choses n'en soient pas restées là. Mais voilà, il n'y avait pas que les mathématiques entre Leibniz et Newton.

Fluentes et fluxions Newton, La méthode des fluxions (1740)

PROBLEME I.

Etant donnée la Relation des Quantités Fluentes, trouver la Relation de leurs Fluxions.

PROBLEME II.

Etant donnée la Relation des Fluxions, trouver celle des Quantités Fluentes.

Momenta vel mutationum velocitates Newton, Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica (1687)

Geometra peritissimo G. G. Leibnitio Newton, Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica (1687

Scholin

In literis qua mihi cum Geometra peritifimo G. G. Leibnitio annis abhine decem intercedebant, cum fignificarem me compotem effe methodi determinandi Maximas & Minimas, ducendi Tangentes, & fimilia peragendi, qua in terminis furdis aque ac in rationalibus procederet, & literis transpositis hanc sententiam involventibus [Data æquatione quoteunq; fluentes quantitates involvente, fluxiones invenire, & vice versa] eandem celarem: referiptit Vir Clarissmus se quoq; in ejusmodi methodum incidiste, & methodum sum communicavit a mea vix abludentem præterquam in verborum & notarum formulis. Utriusq fundamentum continetur in hoc Lemmate.

6 Leibniz en 1703

J'ai déjà eu souvent l'occasion de vous le dire, si on veut tenter de comprendre la pensée des savants des siècles passés, on ne peut pas se contenter de la réduire aux seules mathématiques. Leibniz, peut-être encore plus que Newton, était un philosophe universel, qui embrassait tous les domaines de la connaissance. Et plus que tout autre domaine, ce qui leur importait avant tout, c'était la religion. La théologie restait leur domaine de pensée privilégié, rien n'était plus important que de penser Dieu.

Là, je suis bien obligé de vous avouer mes limites. L'opposition théologique entre Leibniz et Newton, je ne me sens pas capable de vous l'expliquer, parce que je suis loin d'avoir tout compris. Essayons tout de même.

7 De Trinitatis Erroribus (1531)

Il existe dans la pensée religieuse occidentale une ligne de fracture très ancienne, qui date des débuts du christianisme. Elle porte sur la nature de la Sainte Trinité. Je demande pardon aux spécialistes qui verront tout de suite que je n'y connais rien, mais en gros : faut-il mettre le Père, le Fils et le Saint-Esprit, soit la Sainte Trinité, sur un même plan, ou bien le Fils et le Saint-Esprit sont-ils subordonnés au père, qui est le seul Dieu? L'Arianisme, le Catharisme, l'Islam ont prôné la seconde option.

En 1553 Miguel Servet avait été brûlé à Genève, pour s'être opposé à la doctrine de Calvin, entre autres sur la nature de la Trinité. Ce que vous voyez est une copie manuscrite de son livre « sur les erreurs de la Trinité ». Cette copie date du milieu du dix-septième siècle, époque où le débat a été renouvelé, en particulier par des penseurs anglais. Locke, Hobbes, et Newton lui-même, ont été considérés comme des antitrinitaires, ce qui leur a valu nombre d'inimitiés. Je vous parle ailleurs de la querelle entre Wallis et Hobbes. Elle doit être comprise dans ce contexte de débat théologique. Il en est de même pour Leibniz et Newton.

Avant même de s'opposer à Newton, Leibniz ferraillait déjà contre les antitrinitaires anglais. Le texte suivant, en français, date de 1693. J'en ai extrait une simple phrase pour vous faire sentir la difficulté.

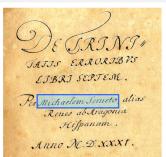
8 il n'y a pas trois dieux mais un seul

« Quant à nous, lorsqu'on dit : Le Père est Dieu, le Fils est Dieu, et le Saint-Esprit est Dieu, et l'un de ces trois n'est pas l'autre, et avec tout cela, il n'y a pas trois dieux, mais un seul; cela pourrait paraître une contradiction manifeste; car c'est justement en cela que consiste la notion de la pluralité. »

Voilà voilà : n'hésitez pas à aller lire la suite sur wikisource. En attendant, nous revenons au calcul différentiel de Leibniz. Leibniz en 1703 Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)



De Trinitatis Erroribus (1531) Miguel Servet (1511–1553)



il n'y a pas trois dieux mais un seul Leibniz, Sur le livre d'un antitrinitaire anglais (1693)

Quant à nous, lorsqu'on dit : Le Père est Dieu, le Fils est Dieu, et le Saint-Esprit est Dieu, et l'un de ces trois n'est pas l'autre, et avec tout cela, il n'y a pas trois dieux, mais un seul; cela pourrait paraître une contradiction manifeste; car c'est justement en cela que consiste la notion de la pluralité.

9 Methodus tangentium inversa (août 1673)

Au moment où Newton rédige sa méthode des fluxions, en 1671, Leibniz a, de son propre aveu, encore beaucoup à apprendre en mathématiques. Il va s'y mettre à son arrivée à Paris en 1672, sous la houlette de Christian Huygens. Mais dès l'année suivante, il travaille déjà sur le problème inverse des tangentes, celui-là même que Newton a résolu. Un manuscrit daté d'août 1673 en fait foi. Son titre est « Méthode des tangentes inverses, ou bien De functionibus », sur les fonctions. Vous voyez le sous-titre du document. « Trouver un lieu à partir d'un autre lieu donné, celui de certaines fonctions données. Ou encore, trouver un lieu dans lequel les données appliquées d'un lieu donné remplissent la fonction proposée. Cette méthode est opposée à la méthode des tangentes. » En clair, Leibniz se propose de trouver des courbes connaissant une propriété de leurs tangentes. Il a en tête un excellent exemple, qui lui a été donné à Paris par Claude Perrault, le frère de l'auteur des contes de Perrault. Écoutez Leibniz raconter l'histoire, vingt ans plus tard.

Methodus tangentium inversa (août 1673) Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646–1716)

De locis locorum inveniendis, seu de applicatis loci cuiusdam dati functionem in alio loco, qui quaeritur, facientibus.

Seu de inveniendo loco, in quo applicatae loci dati, faciunt functionem propositam.

Est haec methodus methodo tangentium opposita.

10 Supplementum Geometria Dimensoria (1693)

« C'est à Paris que me fut offerte l'occasion d'imaginer une telle construction. Le célèbre médecin parisien Claude Perrault, remarquable par ses connaissances en mécanique et en architecture, me soumit, comme à beaucoup d'autres, le problème suivant, dont la solution, reconnaissait-il très honnêtement, ne s'était pas encore présentée à lui.

Il usait pour mieux se faire comprendre d'une montre enfermée dans un écrin d'argent qu'il tirait sur une table en déplaçant le long d'une règle l'extrémité d'une chaînette fixée à l'écrin. De cette façon le point le plus bas de l'écrin (situé au centre de sa partie inférieure) décrivait sur la table la courbe. En examinant attentivement cette question (j'étais justement plongé dans l'étude des tangentes), je remarquai aussitôt, ce qui est la clé du problème, que le fil est constamment tangent à la courbe. »

La courbe en question est une tractrice, et c'est l'un des nombreux exemples à partir desquels Leibniz a élaboré sa théorie générale. Il y a mis environ deux ans entre août 1673 où il se pose le problème de manière suffisamment générale, et octobre 1675 où la théorie cristallise en quelques jours.

Supplementum Geometria Dimensoria (1693) Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)

N. IX. A C T A ERUDITORUM publicata Lipsia Calendis Septembris, Anno M DC XCIII. G. G. L. SUPPLEMENTUM GEOMEtria Dimensoria, seu generalis sima omnium Tetragonismonum esse constructio linea ex data tangentium con-

11 26 octobre 1675

Voici un extrait de manuscrit daté du 26 octobre. Il y est dit que les moments des termes sont égaux au complément de la somme des sommes. La signification exacte de cette phrase n'importe guère : en gros c'est une intégration par partie. Ce qui compte, c'est que Leibniz y affirme des propriétés générales de ce qu'il appelle des sommes, c'est-à-dire pour nous des intégrales. Remarquez sa notation « omn » qui revient à plusieurs reprises. « Omn » est l'abrégé de « omnium », le tout, ou la somme. C'est ainsi qu'il note encore les intégrales.

Trois jours plus tard, il franchit le pas décisif.

26 octobre 1675 Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)



12 29 octobre 1675

Dans le premier encadré bleu vous voyez une équation. Il faut lire les deux barres verticales avec une barre horizontale audessus comme un signe égale. On lit « omn l carré sur deux égale omn de omn l sur x ». Qu'il faut comprendre comme : la primitive de y dy sur dx est y^2 sur deux.

Quelques lignes plus loin, Leibniz se débarrasse de « omn ». C'est le second encadré bleu. « Il sera utile, dit-il, d'écrire (un s allongé, notre signe intégrale), pour omn ». Et voilà, le calcul intégral est né. Aussitôt Leibniz récrit ses formules, et miracle, il s'en faut de peu pour qu'elles ressemblent aux nôtres. À ce stade, il manque encore $\mathrm{d}x$ et $\mathrm{d}y$, qui arriveront un peu plus loin.

29 octobre 1675 Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)



13 Nova methodus pro maximis et minimis (1684)

Comme Newton, Leibniz n'a pas publié tout de suite. Mais c'est tout de même lui qui l'a fait le premier. Trois ans avant les Principia de Newton, paraît cet article aux Acta Eruditorum. Leibniz y explique les principes du calcul différentiel, qu'il avait inventé neuf ans auparavant.

Nova methodus pro maximis et minimis (1684) Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)

> NOVA METHODUS PRO MAXIMIS ET Minimis, itemque tangentibus, qua nec fractas, nec irrationales quantitates moratur, & singulare pro illis calculi genus, per G.G.L.

Staxis AX, & curvæ plures, ut VV, W W, YY, ZZ, quarum ordi-Snatæ, ad axem normales, V X, W X, Y X, Z X, quæ vocentur refpelive, p, w, y, z; & ipfa A X abfeissa ab axe, vocetur x. Tangentes sint VB, W C, YD, Z E axi occurrentes respective in punchis B, C, D, E, Jamrecta aliqua pro arbitrio assumta vocetur dx, & reda quæ sit ad dx, ut p (vel w, yel y, vel z) estad V B (vel W C, vel Y D, vel Z E) vocetur dp (vel d w, vel dy vel dz) sive differentia ipsarum p (vel ipsatum w, aut y, autz) His positis calculi regulæ crunt tales;

14 Henry Oldenburg (1619–1677)

Ce n'est pas à cet article que Newton faisait référence dans sa remarque des Principia, mais à un échange de lettres datant de l'année 1676, par l'intermédiaire du secrétaire de la Royal Society, Henry Oldenburg. Leibniz avait voyagé en Angleterre début 1673, et y avait rencontré Oldenburg qui était d'origine allemande. Il avait présenté son projet de machine arithmétique, et avait même été élu Fellow de la Royal Society.

Henry Oldenburg (1619–1677)



15 literis transpositis consignare

Voici un extrait de la lettre du 24 Octobre 1676, dans laquelle Newton explique ses découvertes mathématiques à Leibniz, en prenant bien soin d'en dire le moins possible. Dans le passage que vous voyez, il dit avoir utilisé une méthode en deux volets, dont une partie est plus claire, l'autre plus générale. « À présent, conclut-il, il m'a semblé approprié de les consigner toutes les deux par des lettres transposées, au cas où, si d'autres parvenaient au même résultat, je fusse obligé de changer mes plans. »

Les lettres transposées désignent cet anagramme que vous voyez dans l'encadré bleu. La dernière phrase avant l'anagramme, « au cas où, si d'autres parvenaient au même résultat, je fusse obligé de changer mes plans », me paraît être une indication de la méfiance de Newton, déjà à l'époque. Deux jours plus tard, Newton a quelques remords. Il écrit une autre lettre à Oldenburg, cette fois-ci en anglais.

literis transpositis consignare Newton, Lettre à Oldenburg pour Leibniz (24 octobre 1676)

No disco omnia per Problemala solubilia construe, volui et el prascrit im intelligi circa qua Mahamali e internatione manada o madare proscrit per continuo in moderni e internatione manada e in materiale in constate continuo in materiale internatione in constate in materiale internatione in materiale internatione in materiale approblement en cuimium distributoriale internatione in materiale appropriate internatione in problement in continuo de internatione in internatione international inter

16 I feare I have been something too severe

« Je crains d'avoir été un peu trop sévère en faisant remarquer les erreurs dans la lettre de M. Leibniz, vues la bonté et l'ingéniosité de l'auteur. Il aurait pu m'arriver d'avoir commis des erreurs analogues. Si vous pensez que quoi que ce soit ait pu être exprimé de manière trop sévère, signalez-le moi, et je tenterai de l'adoucir, à moins que vous vouliez le faire vous-même par un mot ou deux. »

Donc vous le voyez, en 1676 comme en 1687, malgré un brin de méfiance, les rapports de Newton et Leibniz sont plutôt courtois.

I feare I have been something too severe Newton, Lettre à Oldenburg (26 octobre 1676)

I feare I have been something too severe in taking notice of some oversights in M. Leibniz letter considering y^e goodnes & ingenuity of y^e Author & yt it might have been my own fate in writing hastily to have committed y^e like oversights.

[...] If you think any thing be exprest too severely pray give me notice & I'le endeavour to mollify it, unless you will do it with a word or two of your own.

17 De legibus Virium Centripetarum (1708)

C'est cet article de John Keill qui déclenche les hostilités : « Sur les lois des forces centripètes ». Keill est un professeur écossais, qui diffuse les mathématiques et la physique de Newton dans son enseignement. La déclaration de guerre contre Leibniz est une phrase presque anodine. La voici.

De legibus Virium Centripetarum (1708) $_{\text{John Keill (1671-1721)}}$

> II. Jo. Keill ex Ade Christi Oxoniensis, A. M. Epistola ad Clarissimum Virum Edmundum Halleium Geometria Professorem Savilianum, de Legibus Virium Centripetarum.

LAUD oblitus es, uti arbitror, Vir Clarissime, te cum nuper esses Oxonii, Theorema, quo Lex vis centripeta, Quantitatibus sinitis exhiberi possit, mecum communicasse: Quod Theorema tibi monstravit Egregius Mathematicus D. Abrahamus De Moivre Dixitique Dominum Isaacum Newtonum. Theorema huic simile prius Invenisse. Cum autem ejus demonstratio per-

18 sine omni dubio primo invenit Dominus Newtonus

« Tout ceci découle de la célébrissime arithmétique des fluxions, que M. Newton, sans aucun doute, a inventé le premier, comme tous ceux qui liront ses lettres publiées par Wallis constateront aisément ; la même arithmétique, sous un nom différent et en utilisant des notations différentes fut publiée plus tard dans les Acta Eruditorum par M. Leibniz. »

On comprend un peu que Leibniz y ait vu une accusation de plagiat. Un peu naïvement, il en appelle au jugement de Newton lui-même, et de la Royal Society qu'il préside depuis 1703.

sine omni dubio primo invenit Dominus Newtonus Keill, De legibus Virium Centripetarum (1708)

Hac omnia fequuntur ex celebratissima nunc dierum Fluxionum Arithmetica, quam sine omni dubio Primus Invenit Dominus Newtonus ut cui libet ejus Epistolas à Walliso editas legenti, facile constabit, cadem tamen Arithmetica postea mutatis nomine & notationis modo; à Domino Leibnitio in Actis Eruditorum edita est.

19 Commercium epistolicum (1712)

Newton nomme un comité de membres de la société, tous choisis parmi ses partisans. Ce comité publie au bout de quelques semaines, vraisemblablement sous le contrôle de Newton, ce livre : « Correspondance de M. John Collins et autres sur l'avancement de l'analyse, publié sur ordre de la Royal Society. »

C'est un recueil de lettres échangées entre Newton, Barrow, Collins, Wallis, Oldenburg, et Leibniz lui-même. La conclusion est sans appel.

Commercium epistolicum (1712) Isaac Newton (1643–1727)

Commercium Epistolicum

D. JOHANNIS COLLINS,

ET ALIORUM

De Analysi promota:

JUSSU

SOCIETATIS REGIÆ

In lucem editum.

20 Commercium epistolicum (1712)

« Nous considérons que la bonne question n'est pas qui a inventé telle ou telle méthode, mais qui était le premier inventeur de la méthode. Et nous croyons que ceux qui ont désigné M. Leibniz comme le premier inventeur ne savaient rien ou peu de sa correspondance avec messieurs Collins ou Oldenburg, longtemps avant, ni de ce que M. Newton possédait cette méthode plus de quinze ans avant que M. Leibniz ne commence à la publier dans les Acta Eruditorum de Leipzig.

Pour ces raisons, nous concluons que M. Newton est le premier inventeur, et nous pensons que M. Keill, en affirmant cela, n'a été en aucune manière injurieux à l'égard de M. Leibniz. Nous soumettons au jugement de la société si les extraits de lettres ou de papiers qui vous sont présentés, de même que ce qui a été publié dans le troisième volume de M. Wallis, mérite ou non d'être rendu public. »

La réponse devait être positive, car ce livre a été envoyé à tous ceux qui comptaient à l'époque dans l'Europe savante. Newton ne s'est pas arrêté là. Il a écrit lui-même un compterendu entre guillemets « anonyme » du livre pour enfoncer le clou, et démontrer que sans ce que lui-même en avait dévoilé, Leibniz n'aurait jamais été capable d'inventer quoi que ce soit.

En représailles, Leibniz et les frères Bernoulli ont insinué que Newton n'avait jamais compris les dérivées secondes. Jean Bernoulli a trouvé une erreur dans un calcul de Newton et l'a publiée dans toute l'Europe etc.

Vous savez quoi, tout ceci n'est glorieux ni pour Newton ni pour Leibniz. J'ai bien envie de vous épargner la suite : les échanges d'invectives entre Newton et ses sbires d'un côté de la Manche, Leibniz et surtout Jean Bernoulli sur le continent. Personne n'en est sorti grandi. La polémique ne s'est calmée qu'à la mort de Newton quinze ans plus tard. Qu'en est-il resté?

Commercium epistolicum (1712) Newton, Commercium Epistolicum (1712)

Mark not used by Mr. Newton. And therefore we take the proper Question to be, not who invented this or that Method, but who was the first Inventor of the Method. And we believe that those who have reputed Mr. Leibnitz the first Inventor, knew little or nothing of his Correspondence with Mr. Collins and Mr. Oldenburg long before; nor of Mr. Newton's having that Method above Fisteen Tears before Mr. Leibnitz began to publish it in the Acta Erudtiorum of Leipsick. For which Reasons, we reckon Mr. Newton the sirst Inventor; and are of Opinion, that Mr. Keill in asserting the same, has been no wass injurious to Mr. Leibnitz. And we submit to the Judgment of the Society, whether the Extrail of Letters and Papers now presented to you, together with what is extant to the same purpose in Dr. Wallis's third Volume, may not deserve to be made Publick.

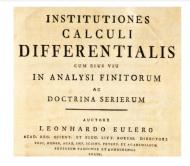
21 Institutiones calculi differentialis (1755)

Sur le plan mathématique, on peut considérer que Leibniz est sorti vainqueur : ce sont sa terminologie et ses notations que nous utilisons toujours. Mais au fond pourquoi?

Ce livre de Leonhard Euler dont vous voyez la première page a fait date : bien sûr, d'autres manuels de calcul différentiel l'avaient précédé, en particulier les Instituzioni Analytiche de Maria Agnesi. Mais que voulez-vous, un livre écrit par Euler entre dans l'histoire.

En bon élève de Jean Bernoulli, Euler est forcément du côté de Leibniz. Il inclut tout de même un paragraphe où il cite Newton et il reconnaît que le choix de terminologie est arbitraire. Puis il en vient à la question des notations.

Institutiones calculi differentialis (1755) Leonhard Euler (1707–1783)



22 Anglorum modus prorsus sit ineptus

« Il ne fait aucun doute que nous avons l'avantage sur les Anglais quand il s'agit de notations. Pour les différentielles, qu'ils appellent fluxions, ils utilisent des points sur les lettres. Ainsi, y point est la première fluxion, y avec deux points la seconde fluxion, la troisième fluxion a trois points etc. Cette notation, du fait qu'elle est arbitraire, ne peut être critiquée si le nombre de points est faible et qu'il peut être reconnu d'un coup d'œil. D'un autre côté, si de nombreux points sont nécessaires, beaucoup de confusion et de désavantages peuvent en résulter. Par exemple, la dixième différentielle, ou fluxion, est incommodément représentée avec dix points tandis que notre notation $d^{10}y$ est très facilement comprise. Il est des cas où les différentielles de beaucoup plus grand ordre, ou même d'ordre indéfini, doivent être représentée, et pour cela le mode anglais est complètement inadapté. »

Je ne sais pas ce que vous en pensez, mais il me semble que Euler n'est pas totalement de bonne foi sur ce coup. Personnellement, je n'ai jamais écrit une différentielle d'ordre 10. Et quelle difficulté y aurait-il à indiquer par un nombre ou une lettre le nombre de points au-dessus de la lettre? Et pourquoi donc les physiciens notent-ils encore par des points les dérivées par rapport au temps?

Bref, je ne suis pas loin de penser que si Euler avait été anglais, nous utiliserions encore les notations de Newton.

Anglorum modus prorsus sit ineptus Euler, Institutiones calculi differentialis (1755)

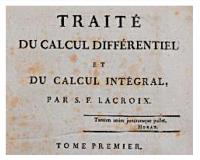
> pendens, etsi improbari nequit, si punctorum numerus fuerit paruus, vt numerando facile percipi queat; tamen si plura puncta inscribi debeant, maximam consusionem plurimaque incommoda affert. Differentiale enim seu siu-

> xio decima perquam incommode hoc modo y repraesentatur, cum nostro signandi modo d'oy facillime comprehendatur. Oriuntur autem casus, quibus multo adhuc superiores differentialium ordines atque adeo indefiniti exprimi debent, ad quos Anglorum modus prorsus sit ineptus.

23 Traité du calcul différentiel et du calcul intégral (1797)

Une fois le mouvement lancé, des manuels de qualité paraissent. Ils suivent Euler plutôt que les successeurs de Newton. Je vous ai déjà parlé des best-sellers mathématiques de Sylvestre-François Lacroix. Son traité du calcul différentiel et du calcul intégral en est un exemple. Il a connu de multiples éditions.

Traité du calcul différentiel et du calcul intégral (1797) $_{\rm Sylvestre-François\ Lacroix\ (1765–1843)}$



24 Charles Babbage (1791–1871)

En 1811 le jeune Charles Babbage, qui n'a encore inventé aucune machine, rêve d'en posséder un exemplaire. Mais les guerres napoléoniennes ne sont pas terminées, et les livres français sont rares et chers. Il le paye 7 guinées, soit deux mois de salaire d'ouvrier de l'époque.

Babbage arrive à Cambridge en un temps où les mathématiques anglaises ont connu un important déclin. Avec quelques-uns de ses camarades, il décide de créer une société pour traduire en anglais le manuel de Lacroix. Cette société devrait tenir des réunions périodiques pour la propagation des « d » de Leibniz contre les points de Newton. Et quand il s'agit de trouver un titre pour leurs œuvres...

Charles Babbage (1791–1871)



25 The principles of pure D-ism

Babbage propose : « The principles of pure D-ism in opposition to the Dot-age of the University », et je suis bien incapable de traduire le jeu de mot. Pour « déisme » c'est le même mot qu'en français, pour « dotage », les points de Newton se disent « dot », et « dotage » c'est, presque comme en français, le « radotage ».

Babbage avait des idées brillantes, mais il me semble qu'expliquer la relative stagnation des mathématiques anglaises de cette époque-là, par la fidélité des Anglais aux notations de Newton est passablement réducteur.

The principles of pure D-ism
Babbage, Passages from the life of a Philosopher (1864)

At last our work was printed, and it became necessary to decide upon a title. Recalling the slight imputation which had been made upon our faith, I suggested that the most appropriate title would be—

The Principles of pure D-ism in opposition to the Dot-age of the University.

26 Nicolas Fatio de Duillier (1664–1753)

Vous me connaissez : dans une histoire triste, je ne laisserais pas passer l'occasion de vous présenter un personnage pittoresque. Celui-ci s'appelle Nicolas Fatio de Duillier. Issu d'une bonne famille de la haute société genevoise, il montre très tôt des dons pour les sciences. Après un séjour à Paris où il gagne l'estime de l'astronome Cassini, il se rend à La Haye où il rencontre Huygens, qui l'initie au problème inverse des tangentes, puis il arrive à Londres juste avant la publication des Principia Naturalis. Il est élu à la Royal Society en 1688, à seulement 24 ans, et se lie d'amitié avec Newton. C'est d'autant plus remarquable, que Newton n'a eu que très peu de véritables amis.

Il semble que l'amitié de Newton, qui lui explique son calcul des fluxions et lui montre ses manuscrits, soit quelque peu montée à la tête de Fatio, qui du coup se croit l'égal de tous ceux dont il a su gagner l'estime : Newton, et aussi Huygens, Leibniz et Jean Bernoulli.

Nicolas Fatio de Duillier (1664–1753)



27 Problema novum as cujus solutionem...

Il tombe de haut en 1696. Dans le numéro de Juin des Acta Eruditorum, Jean Bernoulli pose le problème suivant, à la solution duquel, il invite les mathématiciens.

« Étant donnés deux points A et B dans un plan vertical, trouver un chemin pour un mobile M tel que partant de A il parvienne à l'autre point B dans le temps le plus court. »

La solution est un arc de cycloïde, auquel on donne le nom savant de « brachistochrone ». Le problème est résolu en peu de temps par Leibniz, Jacques Bernoulli, le marquis de l'Hôpital, et bien sûr Newton, qui dit avoir trouvé la solution en quelques heures, aussitôt après l'avoir reçu.

Leibniz s'exclame : « Il est remarquable, que seulement ceux dont j'avais prédit qu'ils seraient capables de résoudre le problème, l'aient résolu, c'est-à-dire ceux qui ont pénétré avec suffisamment de profondeur dans les mystères de notre calcul différentiel. »

Problema novum as cujus solutionem...

Jean Bernoulli, Supplementum defectus geometria Cartesiana (1696)

Problema novum ad cujus folutionem Mathematici invitantur.

Datu in plano verticali duobus punctis A & B (vid Fig. 5)
affignare Mobili M, viam AMB, per quam gravitate fua descendens &
moveri incipiens a puncto A, brevissimo tempore perveniat ad alterum
punctium B.

Dame! Cela voudrait-il dire que Fatio n'est pas parmi ceuxlà? Eh bien à vrai dire euh...

Fatio n'est pas homme à laisser passer l'affront. Quelque temps plus tard, il publie ce mémoire sur les lignes de plus courte descente, et saisit l'occasion pour lâcher quelques sousentendus perfides à l'encontre de Leibniz.

Lineæ brevissimi descensus (1699) Nicolas Fatio de Duillier (1664–1753)

NICOLAI FATII DUILLIERII, R. S. S. LINEÆ BREVISSIMI DESCENSUS INVESTIGATIO GEOMETRICA DUPLEX. CUI ADDITA EST INVESTIGATIO GEOMETRICA SOLIDI ROTUNDI,

29 Leibnitius secundus ejus inventor

« Je reconnais que Newton fut le premier inventeur de ce calcul, précédant les autres par de nombreuses années, car j'ai été amené à le constater par des preuves factuelles. Quant à savoir si Leibniz, le second inventeur, lui a emprunté quoi que ce soit, je préfère en laisser juges ceux qui ont vu les lettres de Newton et ses autres manuscrits, mais pas moimême. Ni le silence du modeste Newton, ni le zèle avide de Leibniz à s'attribuer en propre les inventions de ce calcul ne tromperont quiconque a parcouru ces documents que j'ai moi-même examinés. »

C'est la toute première escarmouche de la guerre Newton-Leibniz. Personnellement je la trouve plus sournoise et plus violente que celle de Keill neuf ans plus tard. Pourtant cette fois, l'affaire n'avait pas eu de suite.

Leibnitius secundus ejus inventor Fatio de Duillier, Lineæ brevissimi descensus (1699)

blici juris fiant. Newtonum tamen primum, ac pluribus Annis vetustissimum, hujus Calculi Inventorem, ipsa rerum evidentia coactus, agnosco: a quo utrum quicquam mutuatus sit Leibnitius, secundus ejus Inventor, malo eorum, quam meum, sit Judicium, quibus vila fuerint Newtoni Littera, aliique ejusdem Manuscripti Codices. Neque modestioris Newtoni Silentium, aut prona Leibnitii Sedulitas, Inventionem hujus Calculi sibi passim tribuentis, ullis imponet, qui ea pertractarint, qua ipse evolvi, Instrumenta.

30 Fruit Walls improved (1699)

Fatio de Duillier était un de ces savants touche-à-tout du siècle des Lumières. L'année de son attaque contre Leibniz, il avait aussi produit ce livre sur l'amélioration de la culture des arbres fruitiers, où il proposait de les faire pousser sur des plans inclinés pour augmenter leur exposition au soleil.

Quelques années plus tard, il s'était fait remarquer, de manière plus spectaculaire. Écoutez plutôt Voltaire, toujours prêt à se moquer de ses contemporains.

Fruit Walls improved (1699) Nicolas Fatio de Duillier (1664–1753)



31 Un fameux protestant

« Un fameux protestant, que l'on comptait entre les premiers mathématiciens de nos jours, et qui marchait sur les traces des Newton, des Leibniz, des Bernoulli, s'avisa, au commencement de ce siècle, de tirer des corollaires assez singuliers. Il est dit qu'avec un grain de foi on transportera des montagnes; et lui, par une analyse toute géométrique, se dit à lui-même : J'ai beaucoup de grains de foi, donc je ferai plus que transporter des montagnes. »

Un fameux protestant Voltaire, Dictionnaire philosophique, article Fanatisme (1749)

avec ces lisières de la raison? Un fameux protestant, que l'on comptait entre les premiers mathématiciens de nos jours, et qui marchait sur les traces des Newton, des Leibnitz, des Bernouilli, s'avisa, au commencement de ce siècle, de tirer des corollaires assez singuliers. Il est dit ³ qu'avec un grain de foi on transportera des montagnes; et lui, par une analyse toute géométrique, se dit à lui-même: J'ai beaucoup de grains de foi, donc je ferai plus que transporter des montagnes. Ce fut lui qu'on vit à Londres, en l'an-

32 Ann, Queen of Great-Britain (1665–1714)

« Ce fut lui qu'on vit à Londres, en l'année 1707, accompagné de quelques savants, annoncer publiquement qu'ils ressusciteraient un mort dans tel cimetière que l'on voudrait.

Le fameux protestant géomètre dont je parle était de si bonne foi, il assura si positivement qu'il ressusciterait les morts, et cette proposition plausible fit tant d'impression sur le peuple, que la reine Anne fut obligée de lui donner un jour, une heure et un cimetière à son choix, pour faire son miracle loyalement et en présence de la justice. »

Ann, Queen of Great-Britain (1665–1714) Voltaire, Dictionnaire philosophique, article Fanatisme (1749)



33 S^t Paul's Cathedral (1669–1710)

« Le saint géomètre choisit l'église cathédrale de Saint-Paul pour faire sa démonstration : le peuple se rangea en haie ; des soldats furent placés pour contenir les vivants et les morts dans le respect. On deterra un corps au choix du saint ; il pria, il se jeta à genoux, il fit de très pieuses contorsions ; ses compagnons l'imitèrent : le mort ne donna aucun signe de vie ; on le reporta dans son trou, et on punit légèrement le ressusciteur et ses adhérents. »

Vous connaissez Voltaire : quand il s'agit de faire rire, il n'est pas le champion de la vérité historique. Que s'était-il donc passé? S^t Paul's Cathedral (1669–1710) Voltaire, Dictionnaire philosophique, article Fanatisme (1749)



34 Prophetical warnings

Après la guerre des Cévennes, une partie des meneurs camisards survivants s'étaient retrouvés à Londres. Fatio, luimême protestant, avait épousé leur cause. Les autres émigrés protestants français ne voyaient pas forcément d'un bon œil ces illuminés, volontiers saisis de transes au cours desquelles l'Esprit Saint parlait directement par leur bouche. Les Anglais les appelaient les « French Prophets ». L'un d'eux, Élie Marion, particulièrement prolifique en transes prophétiques, avait fourni la matière de ce livre que Fatio avait édité.

Prophetical warnings Élie Marion (1678–1713)



Il v était question à tout bout de champ de la destruction prochaine de la nouvelle Babylone, comprenez Londres. Oui mais voilà, en 1707 le souvenir de l'épidémie de peste, suivie du grand incendie qui avait brûlé la plus grande partie de Londres, était encore cuisant. Et les prophéties de destruction de Marion, relayées par Fatio, ne faisaient plaisir ni aux Londoniens, ni à leur reine Anne.

Grand Incendie de Londres 2-5 septembre 1666



36 Pillory for the French Prophets (1707)

Ladite reine Anne, celle-là même qui avait anobli Newton deux ans auparavant, avait bien été obligée de sévir contre les French Prophets et leur porte-parole Fatio. Elle les avait condamnés à deux heures d'exposition au pilori, ce qui était effectivement une peine légère.

Cette gravure d'époque représente Fatio et deux de ses coreligionnaires, exposés au pilori. L'écriteau accroché au chapeau de Fatio disait : « Nicolas Fatio a été reconnu coupable d'avoir soutenu et favorisé Élie Marion, dans ses prophéties contrefaites et malfaisantes, d'avoir été à l'origine de leur impression et publication, afin de terrifier les sujets de la reine. » La légende de la gravure parle d'œufs pourris et autres saletés. Effectivement la gravité de l'exposition au pilori dépendait du bon vouloir de la foule, et du contenu de ses boîtes à ordures.

Pillory for the French Prophets (1707) Nicolas Fatio, Jean Cavalier, Élie Marior



37 Defoe au pilori (1703)

Quatre ans auparavant, Daniel Defoe, qui n'était pas encore l'auteur de Robinson Crusoé, avait été exposé pour des écrits séditieux. La légende et ce tableau voudraient que la troupe ait eu le plus grand mal à empêcher la foule de lui offrir des fleurs.

Defoe au pilori (1703) Daniel Defoe (1660-1731)



38 Cure for Gambling (1796)

Tandis que cette caricature de la fin du siècle montre les avanies subies par deux dames de la haute société à qui le pilori fait passer le goût des jeux d'argent. En même temps, ce n'est qu'une caricature : les deux dames n'ont pas vécu la situation, elles n'ont été exposées qu'au ridicule du dessin de Gillray.

Un détail me trouble : toutes les représentations que j'ai trouvées montrent le condamné avec la tête et les mains prises dans un carcan, sauf la gravure des French Prophets que je vous ai montrée. Je ne peux donc pas vous dire comment la peine de Fatio a été exécutée. En tout cas elle n'a pas été suffisamment dissuasive, car il a continué ses prêches et ses prophéties en Hollande, où il a été emprisonné à nouveau.

39 références

Vous savez quoi, j'aurais volontiers remplacé dans la caricature de Gillray les visages des deux dames par les portraits de Newton et Leibniz. Par respect pour la vérité historique, et pour le calcul différentiel, je me suis abstenu. Vous trouvez que j'ai eu raison?

Mmmh peut-être. Je ne suis pas sûr que Fatio aurait eu autant de scrupules, pour peu que l'Esprit Saint lui en ait donné l'ordre...

Cure for Gambling (1796)
James Gillray (1756–1815)



références

- J. M. Child (2005) The early mathematical manuscripts of Leibniz, New York:
 Dover
- U. Goldenbaum, D. Jesseph eds. (2008) Infinitesimal differences: controversies between Leibniz and his contemporaries, Berlin: de Gruyter
- A. R. Hall (2002) Philosophers at war: the quarrel between Newton and Leibniz, Cambridge: University Press
- J. Lefebvre (1996) Moments et aspects de l'histoire du calcul différentiel et intégral, Bulletin AMQ, 26(2), 43-54
- D. V. Schrader (1962) The Newton-Leibniz controversy concerning the origin of the calculus, The Mathematics Teacher, 55(5), 385–396
- T. Sonar (2018) The history of the priority dispute between Newton and Leibniz, Cham: Birkhäuser