

0 La mère de l'algèbre moderne

L'histoire est triste, et je vais essayer de ne pas la compliquer par mes propres biais. Alors une bonne fois pour toutes avant de commencer : je ne juge pas ! Je n'ai aucune compétence ni aucun droit pour le faire. J'ignore comment je me serais comporté à la place de ceux dont je vais vous parler.

Autre chose encore. Nous en arrivons à une période où les mathématiques deviennent difficiles, largement au-dessus du niveau où je me place habituellement. Vous allez entendre des noms qui vous disent quelque chose, mais je ne vais pas pouvoir vous expliquer précisément, qu'est-ce qui leur vaut leur place dans l'histoire.

Voilà : ça, c'est dit ! Allons-y.

Quand nous en sommes au dix-neuvième siècle, quel que soit le domaine, les mathématiciens allemands sont souvent à l'honneur dans ces histoires. Nous leur devons une grande partie des mathématiques modernes, que ce soit en algèbre, en géométrie ou en analyse. Voici quelques portraits pour vous rafraîchir la mémoire.

1 Carl Friedrich Gauss (1777–1855)

Le premier, le plus grand, leur père à tous : Gauss.

2 Jacobi (1804–1851), Lejeune-Dirichlet (1805–1859)

Les élèves de Gauss, deux amis de la génération 1800 : Jacobi et Dirichlet. Ils sont morts plutôt jeunes, mais ils ont eu le temps de prolonger l'œuvre du maître : fonctions elliptiques, déterminants, théorie des nombres, séries de Fourier, et j'en passe.

histoires d'algèbre

La mère de l'algèbre moderne

mathématiques à Göttingen



hist-math.fr

Bernard YCART

Carl Friedrich Gauss (1777–1855)



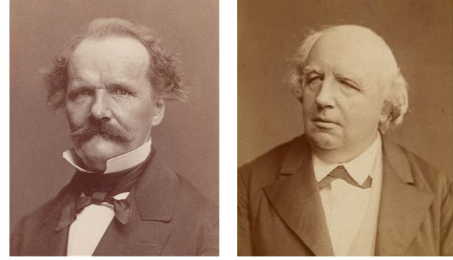
Jacobi (1804–1851), Lejeune-Dirichlet (1805–1859)



3 Kummer (1810–1893), Weierstrass (1815–1897)

Kummer (1810–1893), Weierstrass (1815–1897)

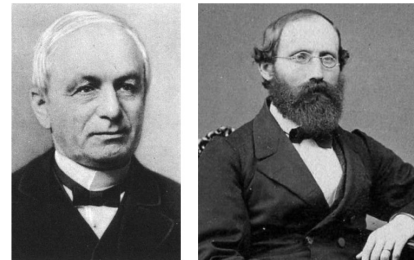
À peine plus récents : Kummer et ses avancées en arithmétique vers le dernier théorème de Fermat, Weierstrass et l'analyse enfin établie sur des bases rigoureuses.



4 Kronecker (1823–1891), Riemann (1826–1866)

Kronecker (1823–1891), Riemann (1826–1866)

Dans la génération 1820 : Kronecker, l'algèbre, l'arithmétique, la logique, et Riemann, mort trop jeune, après avoir révolutionné la géométrie, et laissé une conjecture qui tient encore.



5 Cantor (1845–1918), Klein (1849–1925)

Cantor (1845–1918), Klein (1849–1925)

Dans la génération 1840 : Cantor et ses avancées sur l'infini, Klein qui unifie la théorie des groupes et la géométrie.



6 David Hilbert (1862–1943)

Au début du vingtième siècle, les universités allemandes jouissent d'un prestige inégalé dans le monde. Il y a l'université de Berlin bien sûr, celle de Kummer, Weierstrass et Kronecker, mais il y a aussi les universités d'Erlangen, Königsberg, Munich, et surtout Göttingen, l'université de Gauss puis de Dirichlet, Klein et tant d'autres.

Le témoin prestigieux et vénéré de ce passé glorieux est David Hilbert. Tout de même, à l'âge de 38 ans, monter à la tribune du congrès international des mathématiciens de 1900 à Paris pour donner la feuille de route du siècle suivant, il fallait en être capable.

En 1934, Hilbert a 72 ans. Il n'a plus rien à prouver. Hitler est au pouvoir depuis le début de l'année précédente. À Göttingen, les dégâts sont énormes. Entre les mathématiciens juifs ; ceux qui sont protestants ou catholiques mais d'ascendance juive ; ceux qui ont épousé une Juive ; ceux qui n'ont rien à voir avec les Juifs, mais qui ne sont simplement pas d'accord avec le nouveau régime ; en quelques mois le département de mathématiques de l'université de Göttingen s'est vidé de sa substance.

7 Bernhard Rust (1883–1945)

En 1934, le nouveau ministre de l'éducation visite comme il se doit l'université de Göttingen. Là se passe une scène célèbre, dont il existe de multiples versions. Voici la plus fréquemment rapportée :

Hilbert étant assis lors d'un banquet à côté du ministre, celui-ci lui demanda : « Et comment se portent les mathématiques à Göttingen maintenant qu'elles ont été libérées de l'influence juive ? »

« Des mathématiques à Göttingen ? » répondit Hilbert, « il n'y en a plus ».

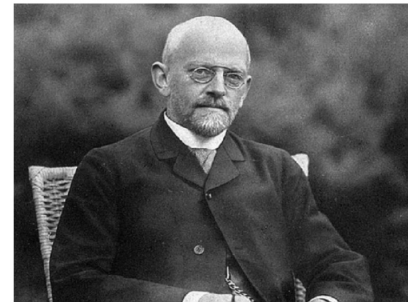
Vous vous doutez bien que cette histoire n'est pas parue dans les journaux de l'époque. S'il y a eu des témoins, ils se sont bien gardés de la rapporter. Je vous livre tout de même une autre version, qui à mon avis la crédibilise. On la trouve dans l'autobiographie d'Abraham Fraenkel, qui avait émigré en Israël avant l'arrivée des nazis au pouvoir. C'est le Fraenkel des axiomes de Zermelo-Fraenkel en théorie des ensembles.

8 Abraham A. Fraenkel (1891–1965)

« Est-il réellement exact, monsieur le Professeur, que votre institut ait autant souffert du départ des Juifs et de leurs amis ? » Ce à quoi Hilbert répondit : « Souffert ? Non, il n'a pas souffert, il n'existe tout simplement plus. »

Il n'est pas difficile de comprendre en quoi le régime nazi s'opposait aux universitaires en général, et aux scientifiques en particulier. Il suffit pour cela de lire *Mein Kampf*, *Mon Combat*, la profession de foi d'Hitler, rédigée en 1925.

David Hilbert (1862–1943)



Bernhard Rust (1883–1945)

Reichserziehungsminister (1934–1945)



Abraham A. Fraenkel (1891–1965)



9 Mon combat (1925)

« L'État raciste doit partir du principe qu'un homme dont la culture scientifique est rudimentaire, mais de corps sain, de caractère honnête et ferme, aimant à prendre une décision, et doué de force de volonté, est un membre plus utile à la communauté nationale qu'un infirme, quels que soient ses dons intellectuels. »

Et plus loin :

Mon combat (1925)

Adolph Hitler (1889–1945)

L'État raciste doit partir du principe qu'un homme dont la culture scientifique est rudimentaire, mais de corps sain, de caractère honnête et ferme, aimant à prendre une décision, et doué de force de volonté, est un membre plus utile à la communauté nationale qu'un infirme, quels que soient ses dons intellectuels.

10 Mon combat (1925)

« C'est un trait caractéristique de notre époque matérialiste que notre enseignement se tourne toujours plus exclusivement vers les disciplines utilitaires : mathématiques, physique, chimie, etc... Au contraire, cette culture doit toujours tenir compte d'un idéal. Elle doit avoir pour base les humanités et fournir seulement les points de départ nécessaires plus tard pour une culture professionnelle plus développée. »

L'aversion de Hitler et des nazis pour les intellectuels, juifs en particulier, est connue. Ce qui est plus difficile à comprendre, c'est comment certains mathématiciens ont pu eux-mêmes, adopter cette idéologie.

Mon combat (1925)

Adolph Hitler (1889–1945)

C'est un trait caractéristique de notre époque matérialiste que notre enseignement se tourne toujours plus exclusivement vers les disciplines utilitaires : mathématiques, physique, chimie, etc... Au contraire, cette culture doit toujours tenir compte d'un idéal. Elle doit avoir pour base les humanités et fournir seulement les points de départ nécessaires plus tard pour une culture professionnelle plus développée.

11 Ludwig Bieberbach (1886–1982)

Dans le cas de Ludwig Bieberbach, il y avait certainement de l'ambition personnelle : il se voyait en patron des mathématiques de la nouvelle Allemagne. Mais cela n'explique pas complètement sa théorisation des types raciaux des mathématiques.

Voici juste un extrait de sa prose. Il date de 1934.

Ludwig Bieberbach (1886–1982)



12 Edmund Landau (1877–1938)

« La conduite des étudiants de Göttingen à l'égard d'Edmund Landau est tout à fait fondée, car le cas Landau montre clairement qu'il y a des mathématiques allemandes et des mathématiques juives : deux mondes, séparés par un gouffre infranchissable. Le choix des problèmes et leur style de traitement est caractéristique du penseur et donc un produit de son identité raciale. »

Edmund Landau était un des professeurs juifs de Göttingen. D'un caractère disons difficile, il s'était fait une spécialité de publier les erreurs et les imperfections dans les articles de ses collègues. Il avait donc de nombreux ennemis, dont en particulier Bieberbach, qui pourtant reconnaissait sa qualité mathématique.

Qu'avaient donc fait les étudiants de Göttingen à l'encontre de Landau ? Landau lui-même, a relaté de manière très neutre ce qu'il avait vécu.

Edmund Landau (1877–1938)



13 Boycott de Landau (2 novembre 1934)

« Le deux novembre à onze heures quinze, comme je voulais quitter mon bureau et me rendre au grand auditorium pour commencer mon cours, le hall d'entrée était rempli d'environ 80 à 100 étudiants qui me laissèrent passer librement. Dans la salle, il n'y avait qu'une personne. C'était clairement un boycott, car des sentinelles aux portes avaient empêché, sans recours à la force, les étudiants qui voulaient travailler de rentrer dans l'amphi. »

C'était effectivement un boycott, organisé par la ligue des étudiants nazis. Cette affiche de propagande montre un étudiant en uniforme, et annonce que « l'étudiant allemand combat pour le Führer et pour le peuple ». Elle est signée de la ligue allemande des étudiants nationaux-socialistes.

Le leader des étudiants ayant organisé le boycott de Landau était un excellent jeune mathématicien, Teichmüller. Il est mort par patriotisme, en essayant de rejoindre son unité sur le front russe après la bataille de Stalingrad.

Boycott de Landau (2 novembre 1934)

Oswald Teichmüller (1913–1943)



14 Deutsche Mathematik (1936–1944)

Bieberbach avait fondé, avec quelques autres, un journal dédié aux mathématiques allemandes, où seuls les Allemands aryens étaient autorisés à publier. C'est dans ce journal, fatalement peu diffusé, que sont parus les travaux de Teichmüller.

Le militantisme de Bieberbach, sa théorisation de l'opposition entre les mathématiques racialement pures et les autres, ses jugements à l'encontre des mathématiques juives ou même françaises, ne faisaient évidemment pas l'unanimité. Certains ont eu le courage de dire leur opposition. En particulier Oskar Perron, qui était alors président de la société allemande de mathématiques.

Deutsche Mathematik (1936–1944)

Ludwig Bieberbach, Theodor Vahlen

Deutsche Mathematik

Im Auftrage der
Deutschen Forschungsgemeinschaft
herausgegeben von
Theodor Vahlen

15 Oskar Perron (1880–1975)

C'est le Perron du théorème de Perron-Frobenius. En 1934, après la parution des articles fracassants de Bieberbach sur les types raciaux de mathématiques, il écrit ce qui suit avec courage, mais tout de même une certaine prudence.

« Étant moi-même horrifié, je dois cependant pour le moment, me restreindre à vous dire que ces vues absurdes ne sont partagées que par très peu de mathématiciens, et qu'en tout état de cause, la société mathématique allemande, qui s'est de tous temps honorée de compter parmi ses membres un grand nombre d'étrangers, se tient complètement éloignée de ces positions. »

Le courage de Perron et d'autres a finalement eu raison des tentatives de prise de pouvoir de Bieberbach sur les mathématiques. Mais ils n'ont pas réussi à empêcher le départ de tous les soit-disant indésirables, c'est-à-dire d'une part les Juifs ou alliés et d'autre part tous ceux qui s'opposaient au régime pour des raisons idéologiques.

Oskar Perron (1880–1975)



16 Emmy Noether (1882–1935)

Dans ces conditions, imaginez la position d'Emmy Noether, qui était à la fois juive et connue pour ses opinions progressistes. Eh bien, elle ne s'est pas affolée plus que cela. Les témoignages de l'époque la dépeignent optimiste, encourageant tout le monde autour d'elle, montrant sa reconnaissance pour l'aide qu'elle recevait de ses amis non-juifs.

Au moment même où elle attendait la décision du ministère qui allait la révoquer, elle continuait à réunir ses collaborateurs chez elle pour parler de mathématiques. L'un d'entre eux venait en uniforme brun avec le brassard à croix gammée, ce qui ne dérangeait pas plus que ça Emmy Noether, parce qu'elle l'aimait bien.

Il faut dire qu'en matière de discrimination, elle avait eu son lot. Parce qu'en plus d'être juive, en plus de ses sympathies socialistes, elle était une femme, et pendant tout sa carrière jusque-là, ç'avait été cela le pire.

Emmy Noether (1882–1935)



17 Emmy Noether (1882–1935)

Au début du vingtième siècle, elle avait connu à l'Université d'Erlangen, le temps où les filles n'étaient acceptées qu'au compte-goutte. Pour l'année 1900-1901, il n'y avait à Erlangen que deux étudiantes, dont Emmy Noether, pour un total de 986 inscriptions. Si une étudiante souhaitait suivre tel ou tel cours, elle devait demander l'autorisation au professeur, qui avait le droit de refuser.

Emmy Noether avait tout de même réussi à aller jusqu'à la thèse, qu'elle avait passée avec félicitations du jury en 1907. Pendant plusieurs années ensuite, elle avait travaillé à l'institut de mathématiques d'Erlangen, donnant des cours, organisant des séminaires, publiant ses travaux, toujours sans aucun titre officiel et sans recevoir le moindre salaire.

Par ses publications et sa participation régulière aux congrès de la société allemande de mathématiques, elle avait réussi à se faire un nom, au point d'être appelée en 1915 à Göttingen, par les deux plus grands mathématiciens du moment, Felix Klein et David Hilbert.

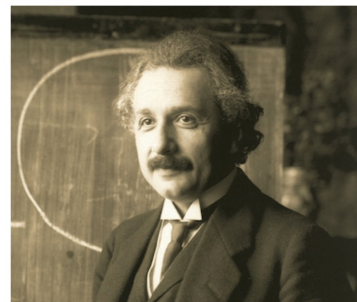
Emmy Noether (1882–1935)



18 Albert Einstein (1879–1955)

La grande question scientifique du temps était la théorie de la relativité d'Einstein. La relativité restreinte date de 1905, la relativité généralisée de 1915. Einstein avait fait appel à Hilbert et Klein pour développer les conséquences mathématiques de sa théorie. Les deux sur la fin de leur carrière, s'étaient investis à fond sur le problème. Mais aucun des deux n'était spécialiste de la théorie des invariants, théorie qu'Emmy Noether avait développée depuis sa thèse.

Albert Einstein (1879–1955)



19 Georg-August-Universität Göttingen

Évidemment, Klein et Hilbert avaient fait tout leur possible pour que l'université de Göttingen accorde un minimum de droits, et un salaire, à Emmy Noether. Ils s'étaient heurtés à l'opposition farouche d'une grande partie de leurs collègues.

Cela se passait pendant la guerre de 14-18. L'un des arguments des opposants était : « qu'allaient penser les soldats de retour des tranchées, quand ils verraient leur place occupée par une femme ? » Klein et Hilbert s'étaient adressés directement au ministère, demandant un poste pour Göttingen, sous l'argument qu'ils risquaient de perdre Emmy Noether au profit d'une université plus ouverte, celle de Francfort.

Georg-August-Universität Göttingen



20 Kulturministerium

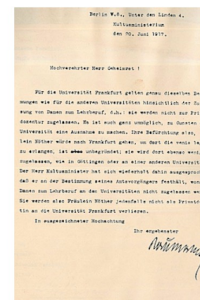
La réponse du ministère avait été claire :

« le règlement de l'université de Francfort est identique à celui de toutes les universités. La nomination d'une femme sur un poste d'enseignante n'est pas autorisée. Il est complètement exclu de faire une exception à la règle. Donc votre crainte que mademoiselle Noether ne déménage à Francfort et y reçoive un poste est complètement infondée : elle n'aura pas le droit d'enseigner là-bas, tout comme elle ne l'a ni à Göttingen ni dans une autre université. »

Ce qui s'appelle une position claire. En désespoir de cause, Hilbert avait eu recours à une astuce : il faisait annoncer sous son propre nom des cours que donnait en fait Emmy Noether, et pour lesquels il lui reversait une compensation.

Ce n'est qu'en 1923 qu'Emmy Noether avait obtenu un semblant de poste universitaire, très provisoire et accompagné d'un salaire plus que modeste.

Kulturministerium
20 juin 1917



21 Idealtheorie in Ringbereichen (1921)

Malgré toutes les difficultés, Emmy Noether avait réussi à créer autour d'elle à Göttingen un groupe particulièrement actif et prolifique en algèbre ; au point qu'on peut considérer qu'elle et les étudiants qu'elle a formés, ont mis sur ses rails l'algèbre moderne.

Parmi ses réalisations majeures, il y a eu les invariants de formes différentielles, avec le théorème de Noether et ses applications à la théorie de la relativité. Il y a eu aussi la théorie des idéaux dans les anneaux, commutatifs et non commutatifs, avec en particulier cet article de 1921. On parle toujours d'anneaux noethériens.

Emmy Noether est morte aux États-Unis, des suites d'une opération chirurgicale. Oh, il n'y avait pas eu beaucoup de difficulté pour lui trouver un poste en 1934.

Voici la recommandation de Norbert Wiener, le fondateur de la cybernétique, professeur au MIT.

Idealtheorie in Ringbereichen (1921)

Emmy Noether (1882-1935)

Idealtheorie in Ringbereichen.

Von

Emmy Noether in Göttingen.

Inhaltsverzeichnis.

Einleitung.

- § 1. Ringbereich, Ideal, Endlichkeitsbedingung.
- § 2. Darstellung eines Ideals als kleinstes gemeinsames Vielfaches von endlich vielen irreduziblen Idealen.
- § 3. Anzahlgleichheit der Komponenten bei zwei verschiedenen Zerlegungen in irreduzible Ideale.
- § 4. Primäre Ideale. Eindeutigkeit der zugehörigen Primideale bei zwei verschiedenen Zerlegungen in irreduzible Ideale.

22 The greatest woman mathematician

« Mademoiselle Noether est la plus grande mathématicienne qui ait jamais vécu ; la plus grande scientifique actuellement vivante, toutes disciplines confondues, et une savante au moins du niveau de madame Curie. Toutes questions de sexe mise à part, elle est l'un des dix ou douze leaders mathématiques de la génération actuelle dans le monde entier. »

Tout le monde s'accorde à dire avec Wiener, qu'Emmy Noether est la plus grande mathématicienne qui ait jamais vécu. Mais est-ce que la plus grande des mathématiciennes était un grand mathématicien ? « Un des dix ou douze leaders mathématiques de la génération actuelle » dit Wiener. Et Einstein, qu'en pensait-il ?

The greatest woman mathematician

Wiener, recommendation on behalf of Miss Noether (1934)

Miss Noether is [...] **the greatest woman mathematician** who has ever lived ; the greatest woman scientist of any sort living, and a scholar at least on the plane of Madame Curie. Leaving all questions of sex aside, she is **one of the ten or twelve leading mathematicians** of the present generation in the entire world.

23 The most significant creative mathematical genius

« Selon le jugement des mathématiciens vivants les plus compétents, mademoiselle Noether était le génie mathématique le plus significatif qui ait été produit depuis que l'éducation universitaire des femmes a commencé. »

Ah ! Donc un génie, mais seulement parmi les femmes ?

The most significant creative mathematical genius

Einstein, The late Emmy Noether (1^{er} mai 1935)

In the judgement of the most competent living mathematicians, Fraulein Noether was **the most significant creative mathematical genius** thus far produced since the higher education of women began.

24 Emmy Noether (1882–1935)

Je vous propose de comparer les points de vue de deux mathématiciens français, mari et femme, qui ont connu Emmy Noether à Göttingen. Les voici à ses côtés. Il s'agit de Marie-Louise Dubreil-Jacotin, et Paul Dubreil.

Emmy Noether (1882–1935)

Marie-Louise Dubreil-Jacotin (1905–1972), Paul Dubreil (1904–1994))



25 La mère et la reine

« Il ne paraît pas exagéré de dire que son plus grand mérite est d'avoir été à la fois la mère et la reine de la grande école algébriste allemande. La mère dans le temps [...] ; la mère aussi par la bienveillance avec laquelle elle accueillait et la sollicitude avec laquelle elle guidait ceux qui travaillaient avec elle ; la reine par le prestige qu'elle avait acquis par ses travaux, l'originalité de son œuvre, l'étendue et la solidité de sa culture mathématique. »

La mère, la reine, une figure essentiellement féminine pour Paul Dubreil. Qu'en pensait son épouse ?

La mère et la reine

Paul Dubreil, Emmy Noether (1986)

Il ne paraît pas exagéré de dire que son plus grand mérite est d'avoir été à la fois la mère et la reine de la grande école algébriste allemande. La mère dans le temps [...] ; la mère aussi par la bienveillance avec laquelle elle accueillait et la sollicitude avec laquelle elle guidait ceux qui travaillaient avec elle ; la reine par le prestige qu'elle avait acquis par ses travaux, l'originalité de son œuvre, l'étendue et la solidité de sa culture mathématique.

26 Parmi les très grands mathématiciens

« Emmy Noether est parvenue en algèbre et en arithmétique à des résultats d'une grande profondeur, où les méthodes hypercomplexes s'appliquent brillamment aux difficiles problèmes de la théorie du corps des classes.

Cette œuvre ne classe pas seulement Emmy Noether au premier rang des mathématiciennes, mais la place parmi les très grands mathématiciens. »

Eh bien, c'est un peu plus clair non ?

Parmi les très grands mathématiciens

Marie-Louise Dubreil-Jacotin, Figures de mathématiciennes (1948)

Emmy Noether est parvenue en algèbre et en arithmétique à des résultats d'une grande profondeur, où les méthodes hypercomplexes s'appliquent brillamment aux difficiles problèmes de la théorie du corps des classes.

Cette œuvre ne classe pas seulement Emmy Noether au premier rang des mathématiciennes, mais la place parmi les très grands mathématiciens.

27 références

Voici de quoi vous prouver que Emmy Noether était bien un grand mathématicien.

Quand elle se promenait avec ses étudiants, elle amenait un parapluie, qui était en tellement mauvais état, qu'il ne servait pratiquement à rien. Ses étudiants en étaient gênés, et l'un d'eux suggéra que madame le Professeur le fasse réparer un de ces jours. Ce à quoi Emmy répondit : « Tout à fait exact, mais c'est impossible : quand il ne pleut pas, je ne pense pas au parapluie, et quand il pleut j'en ai besoin. »

Imparable non ?

références

- A. Dick (1981) *Emmy Noether (1882–1935)*, Basel : Birkhäuser
- A. A. Fraenkel (2016) *Recollections of a Jewish mathematician in Germany*, Basel : Birkhäuser
- T. Hawkins (2013) *The mathematics of Frobenius in context*, New York : Springer
- D. E. Rowe (2018) *A richer picture of Mathematics. The Göttingen tradition and beyond*, Cham : Springer
- S. L. Segal (2003) *Mathematicians under the Nazis*, Princeton : University Press
- R. Siegmund-Schultze (2009) *Mathematicians fleeing from Nazi Germany. Individual fates and global impact*, Princeton : University Press