Une histoire de mathématiques à écouter sur

hist-math.fr

0 Le banquet des savants

Question banquet, divertissements et beaux discours, les Grecs n'ont jamais été les derniers. Leur convivialité a créé un genre littéraire, les « propos de table ».

histoires d'algèbre

Le banquet des savants

énigmes et devinettes

hist-math.fr Bernard Ycart

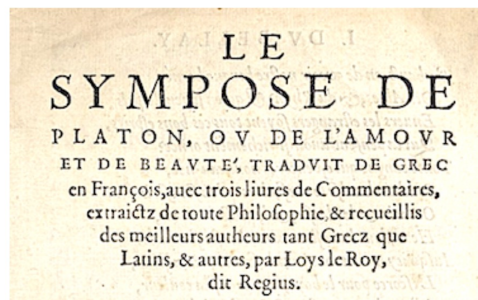
1 Le banquet (ca. 380 av. J.-C.)

Cela commence avec ce qu'en français moderne on appelle le « banquet de Platon », mais qui avant s'appellait le Sympose. C'est une suite de discours sur l'amour.

Ce n'est ni pour pinailler, ni pour vous tartiner ma culture wikipédia, mais un symposium ce n'est pas exactement un banquet. Ce n'est pas non plus un congrès scientifique. Non, le symposium, c'est la partie du banquet qui succède au repas, pendant laquelle on boit en écoutant de la musique, on admire des danseurs, ou bien on discute entre amis.

Le banquet de Platon

Platon (ca 428–348 av. J.-C.)



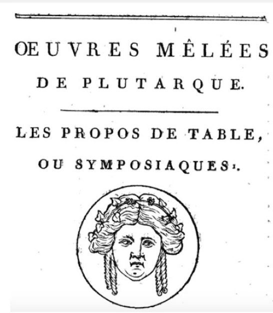
LE SYMPOSE DE PLATON, OV DE L'AMOVR ET DE BEAVTE', TRADVIT DE GREC en François, auec trois liures de Commentaires, extraictz de toute Philosophie, & recueillis des meilleurs autheurs tant Grecz que Latins, & autres, par Loys le Roy, dit Regius.

2 Propos de table

Bien après Platon, Plutarque a aussi écrit des Symposiaques, traduits ici en français par « propos de table ».

Propos de table

Plutarque (ca 46–120 av. J.-C.)



ŒUVRES MÊLÉES DE PLUTARQUE.

LES PROPOS DE TABLE, OU SYMPOSIAQUES.

3 Le banquet nuptial (1518)

Le banquet nuptial (1518)
Raphaël (1483–1520)

Ces propos de table sont un peu l'occasion de rassembler dans une même œuvre littéraire, des pièces disparates, un peu comme les propos décousus qu'on peut entendre à table au cours d'un banquet.

Et à propos, banquet en grec, ça se dit Deipnos.

4 Le banquet des savants

D'où ce livre : les Deipnosophistes. Irrévérencieux comme vous me connaissez, je traduirais bien « les sages ripailleurs », mais je n'ai pas le droit : la traduction officielle est « le banquet des savants ».

Le banquet des savants
Athénée de Naucratis (ca 170–230)

Il s'agit d'une compilation d'extraits de textes très divers et de citations de livres anciens, compilation d'autant plus précieuse que beaucoup des originaux qui sont cités, ont été perdus.

Les quinze livres ont chacun un thème. En particulier le livre dix traite de l'ivresse et de la gloutonnerie. Et comme le sujet prête à jouer, une partie du chapitre est une compilation de ces énigmes dont les Grecs étaient friands.

5 Œdipe et le Sphinx (1827)

La plus célèbre des énigmes grecques a été posée à Œdipe par le Sphinx, selon la légende.

« Il y a sur terre un être à deux, à trois, à quatre pieds, et qui n'a qu'une voix. Il change de nature, seul entre tout ce qui se meut ici-bas, ou rampe, ou traverse l'air et la mer. Mais lorsqu'en marchant il s'appuie sur plus de pieds, la célérité de ses membres diminue : sa marche en est ralentie. »

Œdipe et le Sphinx (1827)
Jean Auguste Dominique Ingres (1780–1867)

Œdipe réfléchit à peine pour donner sa réponse :

« Écoute, dussé-je te déplaire, sinistre Muse des morts, l'explication qui va mettre un terme à tes rigueurs. Tu as désigné l'homme : il rampe sur la terre lorsqu'il vient de naître, et tout petit ; comme à quatre pattes, il se traîne sur ses pieds, sur ses mains. Devenu vieux et courbé par l'âge, il s'appuie sur un bâton qui lui sert de troisième pied. »

Voici une autre de ces énigmes.

6 Le banquet des savants

« Ce sont deux sœurs, dont l'une enfante l'autre, et l'ayant enfantée, est par elle engendrée. »

Les deux sœurs sont la journée et la nuit.

Le banquet des savants
Athénée de Naucratis (ca 170–230)

Ce sont deux sœurs, dont l'une enfante l'autre

et l'ayant enfantée, est par elle engendrée.

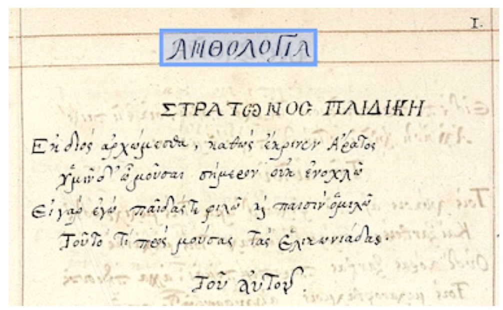
7 Anthologie grecque

L'Anthologie grecque est une immense compilation de poèmes grecs, rassemblés à une époque plutôt tardive que l'on ne sait pas trop préciser. Et tenez, puisque j'en suis à étaler une culture grecque que je ne possède pas, une anthologie, étymologiquement, c'est un bouquet de fleurs.

Ces fleurs ce sont des poèmes courts, qu'on appelle des épigrammes. Ils portent sur un peu tous les sujets, et contrairement au banquet des savants, les compilateurs n'ont pas cherché à en faire un récit cohérent.

Le livre quatorze de l'Anthologie grecque est intitulé « Problèmes, énigmes et oracles ». Les oracles, ce sont des prédictions, par exemple de la Pythie de Delphes, qui se sont réalisées ; euh bien sûr à condition d'en comprendre l'interprétation. Les énigmes sont proches de celles du banquet des savants. Revoici par exemple le jour et la nuit.

Anthologie grecque
Chapitre XIV



8 Anthologie grecque

« Il est deux sœurs de même lit : l'une fait naître l'autre et elle-même enfantant est par elle enfantée, de sorte que, sœurs en même temps que consanguines, elles sont sœurs l'une de l'autre et mères à la fois. »

À part les énigmes et les oracles, on trouve dans ce chapitre quatorze, des exercices de mathématiques, sous forme de poèmes. Le fait que des exercices soient mélangés aux énigmes et aux oracles, est tout à fait significatif : ils sont faits pour distraire et il faut les prendre comme des devinettes.

Le plus célèbre donne la durée de la vie de Diophante.

Anthologie grecque
Chapitre XIV

Il est deux sœurs de même lit : l'une fait naître l'autre et elle-même enfantant est par elle enfantée, de sorte que, sœurs en même temps que consanguines, elles sont sœurs l'une de l'autre et mères à la fois.

9 L’âge de Diophante

Comme la plupart des problèmes du chapitre, celui-ci est attribué à un certain « Métrodore le Grammairien », qui aurait vécu au cinquième et sixième siècle. Voici la traduction en prose.

« Cette tombe renferme Diophante. Ô ! merveille, elle dit mathématiquement combien il a vécu. Dieu lui accorda le sixième de sa vie pour son enfance ; il ajouta un douzième pour que ses joues se couvrissent du duvet des adolescents ; en outre, pendant sept ans, il fit brûler pour lui le flambeau d’hymen, et après cinq ans de mariage il lui donna un fils, hélas ! unique et malheureux enfant, auquel la Parque ne permit de voir que la moitié de la vie de son père. Pendant quatre ans encore, consolant sa douleur par l’étude des chiffres, il atteignit enfin le terme de sa vie. »

La question est : à quel âge est-il mort ?

Comment ferions-nous pour trouver la réponse ? Pour le plaisir, je vous ai mis une version en alexandrins, qui accompagne la solution algébrique.

Soit x l’âge de Diophante.

L’âge de Diophante

Métrodore le grammairien (ca 460–529), Anthologie Grecque

Οὗτός τοι Διόφαντον ἔχει τάφος, ἆ μέγα θαῦμα,
Καὶ τάφος ἐκ τέχνης μέτρα βίοιο λέγει.
Ἕκτην κουρίζειν βιότου θεὸς ὤπασε μοίρην,
Δωδεκάτῃ δ’ ἐπιθεὶς μῆλα πόρεν χλοάειν.
Τῇ δ’ ἄρ’ ἐφ’ ἑβδομάτῃ τὸ γαμήλιον ἥψατο φέγγος,
Ἐκ δὲ γάμων πέμπτῳ παῖδ’ ἐπένευσεν ἔτει.
Αἶ αἶ τηλύγετον δειλὸν τέκος, ἥμισυ πατρός,
Τοῦ δὲ καὶ ἡ κρυερὸς μέτρον ἑλὼν βιότου.
Πένθος δ’ αὖ πισύρεσσι παρηγορέων ἐνιαυτοῖς
Τῇδε πόσου σοφίῃ τέρμ’ ἐπέρησε βίου.

10 L’âge de Diophante

x sur six pour l’enfance, plus x sur douze pour l’adolescence, plus x sur sept avant de se marier, plus cinq ans pour que son fils arrive, plus x sur deux avant qu’il meure, et quatre de plus, le tout doit faire x. Bon, allez-y, réduisez au même dénominateur, et trouvez x.

Comment, vous avez déjà fini ? C’est pas possible, vous avez triché ! Ou bien vous connaissiez la réponse ? Oui, vous avez raison c’est bien 84.

Oui mais résoudre une équation en posant l’inconnue égale à x est non seulement anachronique, mais c’est en complet décalage avec l’ambiance festive des énigmes : souvenez-vous qu’il ne s’agit que de répondre à des devinettes.

Or pour deviner, il y a beaucoup plus rapide que l’algèbre. Souvenez-vous que le résultat cherché est implicitement un entier. D’après l’énoncé, cet entier doit être divisible par 6, par 12, par 7 et par 2. Ah tiens : et si on essayait le ppcm pour voir ? Il est égal à 84. C’est quand même plus réaliste que 168 ou 252 pour l’âge de Diophante vous ne trouvez pas ? Il ne reste plus qu’à vérifier, avec une autre traduction en alexandrins.

L’âge de Diophante

adaptation J. D. Chopin (1854)

Diophante repose au sein de ce tombeau,	
Qui, de ses jours passés pour tracer le tableau	
Va du mort, ô merveille ! emprunter la science.	
De sa vie un sixième a coulé dans l’enfance :	$x/6$
Puis un douzième a vu l’adolescent fleurir	$+x/12$
Puis, après un septième est venu l’hyménée,	$+x/7$
Avec un fils au bout de la cinquième année.	$+5$
Mais cet enfant chéri devait, hélas ! périr,	
Lorsqu’il eut la moitié de l’âge de son père,	$+x/2$
Qui, réduit au calcul pour unique plaisir,	
Quatre ans après son fils termina sa carrière.	$+4 = x$

11 L'âge de Diophante

L'âge de Diophante
adaptation É. Fourrey (1899)

Passant sous ce tombeau repose Diophante.	
Ces quelques vers tracés par une main savante	
Vont te faire connaître à quel âge il est mort.	
Des jours assez nombreux que lui compta le sort,	
Le sixième marqua le temps de son enfance ;	14
Le douzième fut pris par son adolescence.	$+7 = 21$
Des sept parts de sa vie, une encore s'écoula,	$+12 = 33$
Puis s'étant marié, sa femme lui donna	
Cinq ans après un fils qui, du destin sévère	$+5 = 38$
Reçut de jours hélas ! deux fois moins que son père.	$+42 = 80$
De quatre ans dans les pleurs, celui-ci survécut.	$+4$
Dis, si tu sais compter, à quel âge il mourut.	$= 84$

Le sixième de 84, ça fait 14 ans pour l'enfance, plus le douzième 7 ans pour l'adolescence, plus le septième avant de se marier à 33 ans, avoir un fils à 38 ans, qui meurt alors qu'il en avait 80. Ça marche !

12 Les disciples de Pythagore

On essaie sur un autre problème ? Celui-ci est attribué à Socrate, sans aucune certitude. Il faut calculer le nombre de disciples de Pythagore.

« Écoute, Polycrate, et prends-en connaissance ;
Au calcul la moitié s'applique avec ardeur ;
De la nature un quart explore la science ;
Un septième, soumis à la loi du silence,
De dogmes immortels nourrit en paix son cœur.
Mets trois femmes en plus, Théano la première :
De mon docte troupeau c'est le nombre ordinaire. »

Les disciples de Pythagore
Socrate (?), Anthologie Grecque

Écoute, Polycrate, et prends-en connaissance ;
Au calcul la moitié s'applique avec ardeur ;
De la nature un quart explore la science ;
Un septième, soumis à la loi du silence,
De dogmes immortels nourrit en paix son cœur.
Mets trois femmes en plus, Théano la première :
De mon docte troupeau c'est le nombre ordinaire.

Le ppcm des dénominateurs est 28. Essayons donc 28 : la moitié 14 plus le quart 7, plus le septième 4, ça fait 25, plus les trois femmes, on arrive bien à 28. Oui bon, ce n'est pas vraiment général comme méthode : rien ne dit que la réponse doive toujours être le ppcm des dénominateurs.

Voici un autre problème de l'Anthologie. Il s'agit d'un partage de noix.

13 Partage de noix

« Ô ma mère, pourquoi me bats-tu à cause des noix ? De belles jeunes filles se les sont partagées toutes : Mélissium en a pris les deux septièmes ; Titané, un douzième ; Astyoché, un sixième, et la joueuse Philinna, un tiers. Thétis s'est emparée de vingt noix ; Thisbé, de douze. Celle-ci, Glaucé, vois comme elle en rit, a onze noix dans ses mains. Cette noix est la seule qui me reste. »

Partage de noix
Métrodore le grammairien, Anthologie Grecque

Ô ma mère, pourquoi me bats-tu à cause des noix ? De belles jeunes filles se les sont partagées toutes : Mélissium en a pris les deux septièmes ; Titané, un douzième ; Astyoché, un sixième, et la joueuse Philinna, un tiers. Thétis s'est emparée de vingt noix ; Thisbé, de douze. Celle-ci, Glaucé, vois comme elle en rit, a onze noix dans ses mains. Cette noix est la seule qui me reste.

Appliquons la méthode précédente : les fractions de l'inconnue sont deux septièmes, un douzième, un sixième et un tiers, le ppcm des diviseurs est 12 fois 7, soit 84 encore. Essayons 84 comme réponse. Quatre-vingt quatre multiplié par deux septièmes plus un douzième, un sixième et un tiers, plus 44 noix restant à la fin, ça fait 117. Ah tiens, ça ne marche pas. La réponse est donc un autre nombre, multiple de 84, mais lequel ? Bien sûr on peut le trouver par tâtonnement, mais ça peut prendre du temps.

Il y a beaucoup plus astucieux : c'est la méthode de fausse position.

14 La fausse position

Écrivons l'équation sous la forme $ax = b$, puis posons $x = 84$. Tout calculs faits, 84 moins ses deux septièmes, son douzième, son sixième et son tiers, ça donne 11, et pas 44. Donc 84 était une fausse position.

Mais pour passer de 11 à 44, il faut multiplier par quatre. Donc pour trouver la réponse à partir de 84, il faut aussi multiplier par 4. Facile non ?

La méthode de fausse position est impossible à dater, et elle n'a pas d'inventeur. On la trouve chez les Babyloniens, les Égyptiens, les Chinois, les Grecs. Elle est expliquée dans les manuels d'arithmétique indiens, arabes, puis européens, jusqu'au dix-huitième siècle au-moins.

Alors bien sûr, elle n'est ni aussi puissante, ni aussi générale que la méthode algébrique. Mais vu la difficulté que l'algèbre littérale a eu pour s'imposer, il y a de bonnes raisons de considérer la fausse position comme la méthode la plus naturelle pour résoudre une équation affine à une inconnue.

La fausse position

$$x\left(1-\left(\frac{2}{7}+\frac{1}{12}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\right)\right)=44\,.$$

Posons $x = 84$.

$$84\left(1-\left(\frac{2}{7}+\frac{1}{12}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\right)\right)=11\,.$$

$$4\times 84\left(1-\left(\frac{2}{7}+\frac{1}{12}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\right)\right)=4\times 11\,.$$

15 Papyrus Rhind

Le principal document sur les mathématiques égyptiennes est le papyrus Rhind, du nom d'un collectionneur.

Dans l'introduction, le scribe dit s'appeler Ahmès, et il annonce qu'il copie un document plus ancien, d'environ 1800 avant notre ère.

Papyrus Rhind

Ahmès (ca 1650 av. J.-C.)

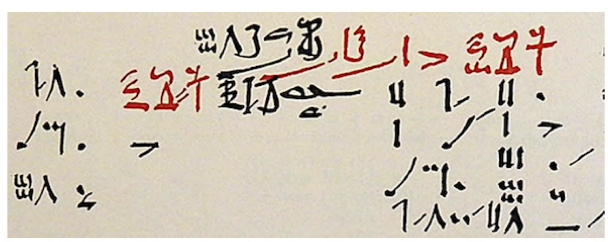
16 Problème Aha, numéro 25

Sur les quelques 80 problèmes du papyrus Rhind, six sont des problèmes de quantité abstraite, désignée par Aha. Cela correspond à notre notion d'inconnue. Les six problèmes se traduisent par une équation affine. Celui qui est copié ici est le numéro 25.

L'énoncé est : « Une quantité et sa moitié ajoutées ensemble donnent 16. Quelle est la quantité ? » Voici la solution du scribe Ahmès.

Problème Aha, numéro 25

Ahmès, Papyrus Rhind (ca 1650 av. J.-C.)



17 Problème Aha, numéro 25

« Supposons 2. Deux et sa moitié font 3. Autant 3 doit être multiplié pour donner 16, autant 2 doit être multiplié pour donner le nombre requis. »

Pas de doute, c'est exactement la méthode de fausse position. Le reste du calcul est moins simple : les Égyptiens n'avaient que certaines fractions, essentiellement deux tiers, et les fractions de numérateur 1. Voici la traduction littérale de ce qui est écrit.

Problème Aha, numéro 25

Ahmès, Papyrus Rhind (ca 1650 av. J.-C.)

Une quantité et sa moitié ajoutées ensemble donnent 16. Quelle est la quantité ?

Supposons 2. Deux et sa moitié font 3. Autant 3 doit être multiplié pour donner 16, autant 2 doit être multiplié pour donner le nombre requis.

18 Problème Aha, numéro 25

Pour trouver l'expression de 16 divisé par trois, le scribe commence par poser une multiplication à l'égyptienne, avec tous les calculs intermédiaires. Il coche les lignes dont le total à droite arrive à 16 et ajoute les membres de gauche. Il trouve bien 5 et un tiers. Il multiplie ensuite par deux qui était la fausse position, puis il vérifie le résultat.

Je ne vais pas aligner les exemples chez tous les peuples et à toutes les époques, ce serait lassant. Mais vous le savez, je ne sais pas résister à l'imagination débordante de Mahavira.

Problème Aha, numéro 25

Ahmès, Papyrus Rhind (ca 1650 av. J.-C.)

\1	3
2	6
\4	12
$\frac{2}{3}$	2
\\$\frac{1}{3}$	1

Total $5\frac{1}{3}$

1	$5\frac{1}{3}$
\2	$10\frac{2}{3}$

La quantité est $10\frac{2}{3}$

Fais-le ainsi :

$\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{3}$
Total	16

19 Un vol de perroquets

« Des perroquets descendaient sur un champ embelli par des tiges ployant sous le poids du blé mur. Effrayés par les hommes, tous s'envolèrent. La moitié s'enfuit vers l'est, un sixième vers le sud-est ; la différence entre ceux qui allèrent vers l'est et ceux qui allèrent vers le sud-est, diminuée par sa moitié et encore par la moitié du résultat, alla vers le sud ; la différence entre ceux qui allèrent vers le sud et ceux qui allèrent vers le sud-est, diminuée de ses deux cinquièmes, alla vers le sud-ouest. »

Et cetera : je ne vous donne pas tout l'énoncé : après l'est, le sud-est, le sud et le sud-ouest, il reste encore quatre directions avec des fractions toujours plus compliquées, et finalement 280 perroquets qui restent en l'air au-dessus du champ.

Je n'ai pas eu le courage de faire le calcul.

Un vol de perroquets

Mahāvīra, Ganita-sāra-saṅgraha, ca. 850

20 Ce bouquet de lotus sans tâche

Trois siècles après Mahavira, Bhaskara est en général plus sobre, mais aussi poétique.

« Dis rapidement le compte de la totalité des fleurs de ce bouquet de lotus sans tâche par lequel sont respectivement honorés, du tiers, du cinquième et du sixième, le dieu à l'œil triple (Śiva), Hari et Sūrya, Āryā avec son quart et les pieds du maître avec les six lotus restants. »

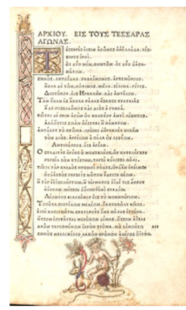
Ce bouquet de lotus sans tâche
Bhāskara, Līlāvatī (1150)

21 Les problèmes de l'Anthologie grecque

J'aime bien vous montrer des éditions anciennes. Celle-ci est la première de l'Anthologie grecque. Elle est due à Janus Lascaris, un humaniste de la renaissance débarqué à Venise après la chute de Constantinople.

Ce n'est qu'un prétexte pour revenir à l'Anthologie et à ses énigmes mathématiques. Comme l'âge de Diophante, les disciples de Pythagore ou les noix volées, beaucoup de problèmes se ramènent à des équations affines à une inconnue. Mais on y trouve aussi un autre type d'exercice, lui aussi universel.

Les problèmes de l'Anthologie Grecque
Métrodore le grammairien (ca 460–529)

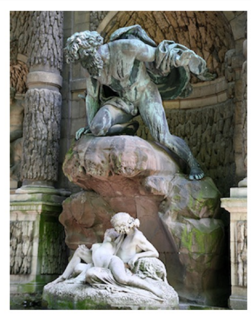


22 Le cyclope Polyphème (fontaine Médicis, Paris)

« C'est le cyclope Polyphème en bronze. On lui a fait un œil, une bouche, une main qui communiquent à des réservoirs, et il semble tout ruisselant : on dirait un fleuve à sa source. Chacune de ses fontaines est bien réglée : laissez couler celle de la main, en trois jours elle remplira le bassin ; celle de l'œil, en un jour ; en deux cinquièmes de jour, celle de la bouche. Qui pourra dire en combien de temps le bassin sera rempli, toutes les fontaines coulant ensemble ? »

C'est un des ancêtres des mythiques problèmes de robinets. L'Anthologie en donne plusieurs variantes, tout aussi classiques, comme le partage du travail.

Le cyclope Polyphème (fontaine Médicis, Paris)
Métrodore, Anthologie Grecque



23 Les briquetiers

« Briquetiers, je me hâte de bâtir cette maison. Le temps est beau aujourd'hui, sans nuages, et je n'ai plus besoin de beaucoup de briques : il ne m'en manque que trois cents. Or à toi seul, tu en fabriques autant en un jour ; ton fils ne se repose qu'après en avoir fait deux cents ; ton gendre en fabrique autant et cinquante en plus. Par votre travail commun, en combien d'heures ferez-vous la fourniture demandée ? »

Sur ce, je vous propose d'aller faire un petit tour en Chine.

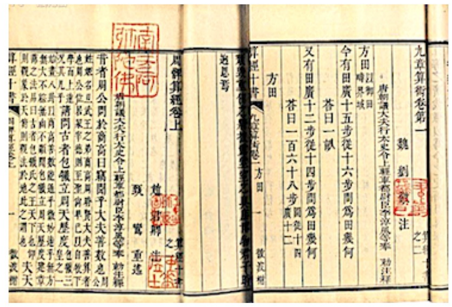
Les briquetiers
Métrodore, Anthologie Grecque

24 Les Neuf chapitres sur les procédures mathématiques

Les Neuf chapitres sur les procédures mathématiques, c'est le classique mathématique chinois le plus célèbre. Il n'est pas plus facile à dater que l'Anthologie grecque. Il a probablement eu de multiples rédacteurs successifs, entre le second siècle avant et le second siècle après Jésus-Christ. Il a forcément été écrit avant 263, qui est la date où Liu Hui en a écrit son commentaire. Il est donc antérieur à l'Anthologie grecque, mais probablement pas à la plupart de ses problèmes.

On trouve dans les Neuf chapitres l'exercice de remplissage qui suit.

Les Neuf chapitres sur les procédures mathématiques
Liu Hui, Commentaire (263)



25 Un étang et cinq canaux

« Supposons qu'on ait un étang, et que cinq canaux s'y jettent. Si on ouvrait le premier d'entre eux, en un tiers de jour, il l'emplirait en entier, le suivant en un jour l'emplirait en entier, le troisième en deux jours et demi l'emplirait en entier, le quatrième en trois jours l'emplirait en entier, le cinquième en cinq jours l'emplirait en entier. Si maintenant ils sont tous ouverts, on demande en combien de jours ils rempliront l'étang. »

Les Neuf chapitres proposent aussi plusieurs variantes du même problème, dont celle du temps de travail.

Un étang et cinq canaux
Neuf Chapitres

Supposons qu'on ait un étang, et que cinq canaux s'y jettent. Si on ouvrait le premier d'entre eux, en un tiers de jour, il l'emplirait en entier, le suivant en un jour l'emplirait en entier, le troisième en deux jours et demi l'emplirait en entier, le quatrième en trois jours l'emplirait en entier, le cinquième en cinq jours l'emplirait en entier. Si maintenant ils sont tous ouverts, on demande en combien de jours ils rempliront l'étang.

26 Produire des flèches

Supposons qu'en un jour, une personne redresse 50 flèches, ou empenne 30 flèches, ou encore prépare l'encoche de 15 flèches. Si maintenant on fait en sorte qu'une même personne pendant un jour, redresse, empenne, et prépare l'encoche, on demande combien de flèches elle produit.

Produire des flèches
Neuf Chapitres

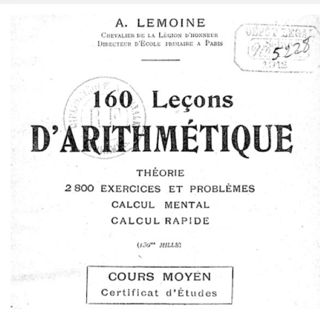
Supposons qu'en un jour, une personne redresse 50 flèches, ou empenne 30 flèches, ou encore prépare l'encoche de 15 flèches. Si maintenant on fait en sorte qu'une même personne pendant un jour, redresse, empenne, et prépare l'encoche, on demande combien de flèches elle produit.

27 160 leçons d'arithmétique

Nous voici huit mille kilomètres et 17 siècles plus loin.

L'auteur de ce livre n'est pas n'importe qui : il est chevalier de la légion d'honneur et directeur d'école primaire à Paris. Cette édition date de 1913, le livre en est à 130 mille exemplaires vendus. Il contient pas moins de 2800 exercices. Le niveau est celui du cours moyen, et donc du fameux certificat d'études de la troisième république.

160 leçons d'arithmétique
Alcide Lemoine (1852–1920)



28 Un bassin est alimenté par deux fontaines

Un bassin est alimenté par deux fontaines

A. Lemoine, Leçons d'arithmétique (1913)

Bien sûr, on y trouve les célèbres problèmes de robinets qui ont fait la renommée de l'épreuve.

PROBLÈMES

Robinets remplissant un bassin.

TYPE. — 641. Un bassin est alimenté par deux fontaines : l'une le remplit en 2 heures, l'autre en 3 heures Combien ensemble mettront-elles de temps pour le remplir ?

SOLUTION. — La partie du bassin remplie en 1 heure *est égale à la somme des fractions* du bassin remplies en une heure par chaque fontaine.

Sachant qu'il faut une heure pour remplir une certaine fraction du bassin, on calcule ensuite le temps nécessaire pour remplir la *totalité* du bassin.

En une heure, la 1re fontaine remplit $1/2$ du bassin et la 2e remplit $1/3$.

En une heure, coulant ensemble, les deux fontaines remplissent

$$1/2 + 1/3 = 5/6 \text{ du bassin.}$$

Pour remplir les $6/6$ du bassin, elles mettent :

$$\frac{1^h \times 6}{5} = 1^h\,12^m.$$

29 Deux couturières pour faire une robe

Deux couturières pour faire une robe

A. Lemoine, Leçons d'arithmétique (1913)

Et la non moins inévitable variante du travail collaboratif, avec deux couturières qui font une robe.

Ah mais au fait, regardez la méthode de résolution : en jour les deux couturières font la moitié de la robe. Donc pour faire la robe entière, elles mettront un jour fois deux, soit deux jours. Il n'y a pas de x là-dedans ; dites voir, ça ressemblerait pas à de la fausse position ça ?

PROBLÈMES

Ouvriers travaillant ensemble.

TYPE. — 666. Deux couturières travaillant séparément mettent pour faire une robe, la 1re 3 jours, la 2e 6 jours. Quel temps mettraient-elles, travaillant ensemble, pour faire cette robe?

SOLUTION. — En un jour la 1re couturière fait le $1/3$ de la robe ; la 2e en fait le $1/6$.

Travaillant ensemble elles feront en un jour $1/3 + 1/6$ ou $1/2$ de la robe.

Si pour faire la $1/2$ de la robe, les deux couturières mettent 1 jour ; pour faire la robe entière, elles mettront 1 jour $\times$ 2 ou 2 jours.

30 références

références

Vous avez remarqué j'espère, que malgré le côté indubitablement festif de cette histoire, je ne me suis pas permis le moindre jeu de mots foireux sur le symposium. À votre avis, je vieillis ou je progresse ? Non, ne répondez pas tout de suite, laissez moi rêver un peu.

- A. Berra (2008) *Théorie et pratique de l'énigme en Grèce ancienne*, Paris : EHESS
- R. J. Gillings (1982) *Mathematics in the time of the Pharaos*, New York : Dover
- M. Guillemot (1991) Entre arithmétique et algèbre : les méthodes de fausse position, *IREM Rennes*, 5, 1–23
- P. Legrand (2014) Vingt problèmes antiques pour le collège, *Bulletin APMEP*, 510, 429–438
- P. Tannery (1894) Sur les épigrammes arithmétiques de l'Anthologie Palatine, *Revue des Études Grecques*, 7(25), 59–62