0 Une infâme coquette

Cette histoire-là, forcément, vous l'avez déjà entendue : le génial Galois meurt en duel à 20 ans et 7 mois à cause d'une infâme coquette. Il avait employé sa dernière nuit à révolutionner les mathématiques dans une lettre fiévreuse.

Et Abel le pauvre : personne n'a reconnu son génie et il est mort de misère à 26 ans sans savoir combien de Théorèmes d'Abel qu'il laissait derrière lui.

Oui bon euh, ne nous emballons pas. Tout ne s'est pas passé exactement comme le dit la légende romantique. Romantique ? Eh bien oui, Galois comme Abel ont été de véritables héros romantiques, ce qui ne s'accorde pas toujours avec la vérité historique.

Juste pour vous re-situer l'époque, voici quelques dates.

histoires d'algèbre

Une infâme coquette

et des héros très romantiques

hist-math.fr Bernard Ycart

1 Victor Hugo (1802–1885)

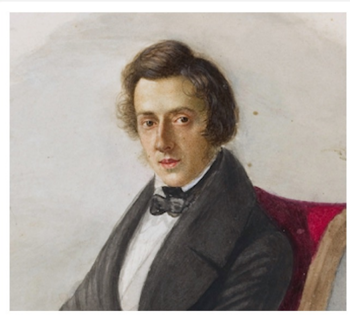
Victor Hugo (1802–1885)
Jean Alaux (1822)

En 1822 Victor Hugo a vingt ans. Il a six mois de plus qu'Abel. Cette année là, Abel travaille encore sur sa démonstration de la non résolubilité des équations du cinquième degré qu'il publiera deux ans plus tard.

Victor Hugo a écrit Notre-Dame de Paris en 1831. C'est l'année du procès et de l'emprisonnement de Galois. Abel était mort deux ans auparavant.

2 Frédéric Chopin (1810–1849)

Frédéric Chopin (1810–1849)
Maria Wodzińska (1835)



Frédéric Chopin avait un an de plus que Galois. En 1830 il donne ses premiers concerts publics à Varsovie. Après un passage par Vienne, il arrive à Paris en 1831. Il y donnera un premier concert fin février 1832, trois mois avant la mort de Galois. Son premier écrit en France est un compte-rendu d'exposition au salon de Peinture.

3 La liberté guidant le peuple (1830)

Il y traite en détail du dernier tableau de Delacroix, « La liberté guidant le peuple ». Ce tableau représente les trois journées de la fin juillet 1830 qui ont renversé Charles X. En arrière plan, à gauche du personnage qui brandit un sabre, Delacroix a peint un polytechnicien, reconnaissable à son bicorne bonapartiste.

Galois avait échoué au concours de Polytechnique l'année précédente. Non, probablement pas pour avoir jeté le tampon de craie à la figure de l'examinateur comme vous le lirez parfois, mais peut-être bien parce qu'il avait refusé de répondre à une question qu'il jugeait trop simple. Il s'était donc retrouvé à l'École préparatoire, ancien nom de l'École normale. Quand la révolution de Juillet avait éclaté, Galois comme d'autres brûlaient d'aller se battre sur les barricades avec les polytechniciens. Mais le directeur l'avait interdit. Galois avait publié quelques mois après une lettre incendiaire, traitant le directeur de toutes sortes de noms d'oiseaux ; et il s'était retrouvé expulsé de l'École normale.

En avril 1831 Sophie Germain ne cachait pas sa désapprobation.

La liberté guidant le peuple (1830)
Eugène Delacroix (1798–1863)

4 Lettre à Guillaume Libri (18 avril 1831)

« Décidément, il y a un sort sur tout ce qui tient aux mathématiques : votre préoccupation, celle de Cauchy, la mort de M. Fourier ; pour finir cet élève Galois qui malgré ses impertinences annonçait des dispositions heureuses, en a tant fait qu'il a été chassé de l'École normale. il est sans fortune et sa mère en a fort peu. rentré chez elle il a continué envers elle cette habitude d'injure dont il vous a donné à vous-même un échantillon après votre meilleure lecture à l'Académie. La pauvre dame a quitté sa maison laissant de quoi vivre médiocrement à ce fils et a été forcée de se placer dame de compagnie pour satisfaire à cette nécessité. On dit qu'il deviendra tout à fait fou et je le crains. »

Lettre à Guillaume Libri (18 avril 1831)
Sophie Germain (1776–1831)

Décidement, il y a un sort sur tout ce qui tient aux mathématiques votre preoccupation celle de Cauchy, la mort de mr fourier pour achever cet eleve Gallois qui malgré ses impertinances annoncoit des dispositions heureuses, en a tant fait qu'il a été chassé de l'ecole normale. il est sans fortune et sa mere en a fort peu. rentré chez elle il a continué envers elle cette habitude d'injure dont il vous a donné à vous même un échantillon après votre meilleure lecture à l'academie. La pauvre dame a quitté sa maison laissant de quoi vivre mediocrement à ce fils et a été forcée de se placer dame de compagnie pour satisfaire à cette necessité. On dit qu'il deviendra tout à fait fou et je le crains.

Soyons juste : on n'a pas trace des injures à Libri. En juillet 1830, quelques jours avant les trois glorieuses, l'Académie des sciences avait décerné son grand prix, conjointement à Jacobi et à Abel à titre posthume. Galois était très déçu. Il faut dire que Fourier était mort un an auparavant, sans rendre son verdict sur la seconde soumission de Galois à l'Académie. La première avait aussi été perdue, ce qui commençait à faire beaucoup.

Et encore, Sophie Germain ignorait que Galois avait envoyé le 31 mars au président de l'Académie, une lettre fort impertinente. Elle ne pouvait pas savoir non plus que Galois serait arrêté pour avoir porté lors d'un banquet républicain un toast souhaitant plus ou moins ouvertement la mort du roi. Le procès a eu lieu le 15 juin. Un témoin célèbre raconte.

5 Alexandre Dumas (1802–1870)

C'est Alexandre Dumas, l'auteur des Trois mousquetaires. Il est né le 24 juillet 1802, moins de deux semaines avant Abel. Il déclare :

« Je n'ai rien vu de plus simple et de plus carré que ce procès, dans lequel l'accusé semblait prendre à tâche de fournir aux juges les preuves qui pouvaient leur manquer. »

Alexandre Dumas (1802–1870)

6 Mémoires, Chapitre CCIV

« Nous allons maintenant reproduire l'interrogatoire du prévenu dans toute sa simplicité.

Le président.– Accusé Galois, faisiez-vous partie de la réunion qui eut lieu, le 9 mai dernier, aux *Vendanges de Bourgogne* ?

L'accusé.– Oui monsieur le président ; et même, si vous voulez me permettre de vous renseigner sur les faits qui s'y sont passés, je vous épargnerai la peine de m'interroger.

Le président.– Nous écoutons.

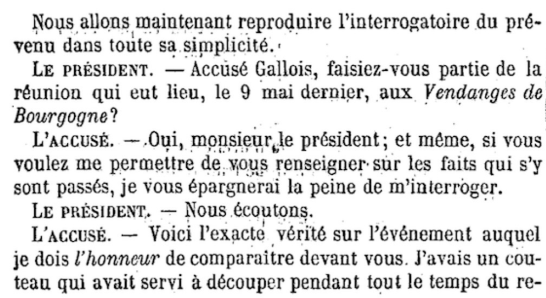
L'accusé.– Voici l'exacte vérité sur l'événement auquel je dois l'honneur de comparaître devant vous. J'avais un couteau qui avait servi à découper pendant tout le temps du repas ; au dessert, je levai ce couteau en disant : *À Louis-Philippe. . . s'il trahit !* »

Galois termine sa déposition, le président lui fait préciser quelques points. Dumas ajoute : « On comprend qu'avec une pareille lucidité dans les demandes et dans les réponses, les débats devaient être courts. Les jurés se retirèrent dans la salle des délibérations, et rapportèrent un verdict d'acquittement. – Tenaient-ils Galois pour fou, ou étaient-ils de son avis ? Galois fut mis en liberté à l'instant même. Il alla droit au bureau sur lequel son couteau était déposé, tout ouvert comme pièce de conviction, le prit, le ferma, le mit dans sa poche, salua le tribunal et sortit. »

Voilà Galois libre, mais pas pour longtemps. Le 14 juillet, il se fait arrêter à nouveau, avec des armes et un uniforme qu'il n'a pas le droit de porter. Retour à la prison de Sainte-Pélagie.

Mémoires, Chapitre CCIV

Alexandre Dumas (1802–1870)



Nous allons maintenant reproduire l'interrogatoire du prévenu dans toute sa simplicité.

Le président. — Accusé Gallois, faisiez-vous partie de la réunion qui eut lieu, le 9 mai dernier, aux *Vendanges de Bourgogne*?

L'accusé. — Oui, monsieur le président; et même, si vous voulez me permettre de vous renseigner sur les faits qui s'y sont passés, je vous épargnerai la peine de m'interroger.

Le président. — Nous écoutons.

L'accusé. — Voici l'exacte vérité sur l'événement auquel je dois *l'honneur* de comparaître devant vous. J'avais un couteau qui avait servi à découper pendant tout le temps du re-

7 Sainte-Pélagie – Le Café (ca 1835)

Sainte-Pélagie est dévolue aux prisonniers politiques à partir de février 1831. L'alcool y entre sans grande difficulté. Galois, qui a tout juste vingt ans, n'a aucune habitude de la boisson.

Sainte-Pélagie – Le Café (ca 1835)
Victor Adam (1801–1866)

8 François-Vincent Raspail (1794–1878)

Un des codétenus de Galois s'insurge : c'est François-Vincent Raspail ; oui, celui du boulevard Raspail. Lui aussi est un romantique révolutionnaire.

« Grâce, grâce pour cet enfant si chétif et si brave, sur le front duquel l'étude a déjà gravé en rides profondes, et dans l'espace de trois années, soixante ans des plus savantes méditations ; au nom de la science et de la vertu, laissez-le vivre ! dans trois ans il sera le savant Évariste Galois ! »

Mais Raspail ne peut pas tout empêcher.

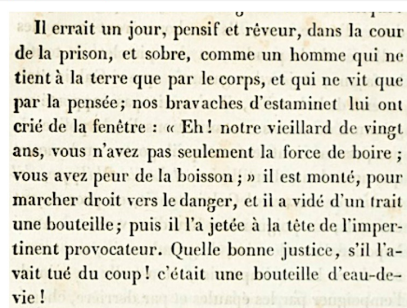
François-Vincent Raspail (1794–1878)

9 Lettres sur les prisons de Paris (1839)

« Il errait un jour, pensif et rêveur, dans la cour de la prison, et sobre, comme un homme qui ne tient à la terre que par le corps, et qui ne vit que par la pensée ; nos bravaches d'estaminet lui ont crié de la fenêtre : « Eh ! notre vieillard de vingt ans, vous n'avez seulement pas la force de boire ; vous avez peur de la boisson ; » il est monté, pour marcher droit vers le danger, et il a vidé d'un trait une bouteille ; puis il l'a jetée à la tête de l'impertinent provocateur. Quelle bonne justice, s'il l'avait tué du coup ! c'était une bouteille d'eau-de-vie ! »

Je vous laisse imaginer les conséquences, d'une bouteille d'eau-de-vie d'un trait, à jeun, sans aucune habitude de la boisson. Vous le comprenez bien, à ce régime, Galois ne pouvait pas tenir longtemps. Le 19 mars 1832, il sortait de Sainte-Pélagie pour être envoyé dans une maison de santé. Il n'allait pas en profiter longtemps.

Lettres sur les prisons de Paris (1839)
François-Vincent Raspail (1794–1878)



Il errait un jour, pensif et rêveur, dans la cour de la prison, et sobre, comme un homme qui ne tient à la terre que par le corps, et qui ne vit que par la pensée; nos bravaches d'estaminet lui ont crié de la fenêtre : « Eh! notre vieillard de vingt ans, vous n'avez pas seulement la force de boire ; vous avez peur de la boisson ; » il est monté, pour marcher droit vers le danger, et il a vidé d'un trait une bouteille; puis il l'a jetée à la tête de l'impertinent provocateur. Quelle bonne justice, s'il l'avait tué du coup! c'était une bouteille d'eau-de-vie !

10 Lettre du 29 mai 1832

Je prie les patriotes, mes amis, de ne pas me reprocher de mourir autrement que pour le pays. Je meurs victime d'une infâme coquette, et de deux dupes de cette coquette. C'est dans un misérable cancan que s'éteint ma vie. Oh ! Pourquoi mourir pour si peu de chose, mourir pour quelque chose d'aussi méprisable ! Je prends le ciel à témoin que c'est contraint et forcé que j'ai cédé à une provocation que j'ai conjurée par tous les moyens. Je me repens d'avoir dit une vérité funeste à des hommes si peu en état de l'entendre de sang-froid. Mais enfin, j'ai dit la vérité. J'emporte au tombeau une conscience nette de mensonge, nette de sang patriote. Adieu ! J'avais bien de la vie pour le bien public. Pardon pour ceux qui m'ont tué, ils sont de bonne foi.

Lettre du 29 mai 1832
Évariste Galois (1811–1832)

Je prie les patriotes, mes amis, de ne pas me reprocher de mourir autrement que pour le pays. Je meurs victime d'une infâme coquette, et de deux dupes de cette coquette. C'est dans un misérable cancan que s'éteint ma vie. Oh ! Pourquoi mourir pour si peu de chose, mourir pour quelque chose d'aussi méprisable ! Je prends le ciel à témoin que c'est contraint et forcé que j'ai cédé à une provocation que j'ai conjurée par tous les moyens. Je me repends d'avoir dit une vérité funeste à des hommes si peu en état de l'entendre de sang-froid. Mais enfin, j'ai dit la vérité. J'emporte au tombeau une conscience nette de mensonge, nette de sang patriote. Adieu ! J'avais bien de la vie pour le bien public. Pardon pour ceux qui m'ont tué, ils sont de bonne foi.

Évidemment, vous voudriez bien savoir qui était l'infâme coquette et qui était le dupe de cette coquette. Allez, je vous livre deux noms en pâture, Stéphanie Poterin du Motel qui avait vingt ans comme Galois, et Étienne-François Pecheux d'Herbenville qui avait à peine deux ans de plus. Pour le reste, je vous recommande les excellents articles d'Olivier Courcelle dans le dossier d'« images des maths » en référence.

Quant à la dernière lettre de Galois à son ami Auguste Chevalier, elle a beaucoup contribué à fonder sa légende. Il y résume l'ensemble de ses recherches, puis il conclut :

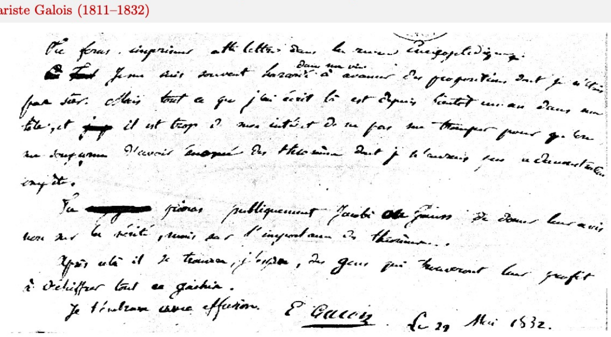
11 Lettre à Auguste Chevallier (29 mai 1832)

« Tu feras imprimer cette lettre dans la Revue Encyclopédique. Je me suis souvent hasardé dans ma vie à avancer des propositions dont je n'étais pas sûr. Mais tout ce que j'ai écrit là est depuis bientôt un an dans ma tête, et il est trop de mon intérêt de ne pas me tromper pour qu'on me soupçonne d'avoir énoncé des théorèmes dont je n'aurais pas la démonstration complète. Tu prieras publiquement Jacobi ou Gauss de donner leur avis non sur la vérité, mais sur l'importance des théorèmes. Après cela il se trouvera, j'espère, des gens qui trouveront leur profit à déchiffrer tout ce gâchis.

Je t'embrasse avec effusion.

E. Galois »

Lettre à Auguste Chevallier (29 mai 1832)
Évariste Galois (1811–1832)



Je ne sais pas d'où vient la légende romantique du héros aux portes de son destin, révolutionnant fiévreusement les mathématiques à la veille de sa mort. Elle est totalement fausse. Pourquoi en appellerait-il à Jacobi et Gauss s'il ne savait rien de ce qui se passait en mathématiques ? Depuis presque deux ans, c'est-à-dire depuis le grand prix de l'Académie en juillet 1830, il était au courant des travaux d'Abel sur l'irrésolubilité et sur les fonctions elliptiques, ainsi que des articles de Jacobi qur les fonctions elliptiques.

Dès septembre 1830, Galois avait le projet de publier une première version de ses travaux, tenant compte de ce qu'il venait d'apprendre. Voici ce qu'il dit dans le discours préliminaire.

12 Deux mémoires d'analyse pure (septembre 1830)

« Étant donnée une équation algébrique, à coefficients quelconques, numeriques ou littéraux, reconnaître si ses racines peuvent s'exprimer en radicaux, telle est la question dont nous offrons une solution complète.

[. . .] Abel paraît être l'auteur qui s'est le plus occupé de cette théorie. On sait qu'après avoir cru trouver la résolution des équations (générales) du cinquième degré, ce géomètre a démontré l'impossibilité de cette résolution. »

Deux mémoires d'analyse pure (septembre 1830)

Évariste Galois (1811–1832)

Étant donnée une équation algebrique, à coefficients quelconques, numeriques ou litteraux, reconnaître si ses racines peuvent s'exprimer en radicaux, telle est la question dont nous offrons une solution complète.

[. . .] Abel paraît être l'auteur qui s'est le plus occupé de cette théorie. On sait qu'après avoir cru trouver la résolution des équations (générales) du cinquième degré, ce géomètre a démontré l'impossibilité de cette résolution.

13 Deux mémoires d'analyse pure (septembre 1830)

« Depuis, une lettre particulière adressée par Abel à M. Legendre annonçait qu'il avait eu le bonheur de découvrir une règle pour reconnaître si une équation est résoluble par radicaux ; mais la mort anticipée de ce géomètre ayant privé la science de ses recherches, promises dans cette lettre, il n'en était pas moins nécessaire de donner une solution de ce problème qu'il m'est bien pénible de posséder, puisque je dois cette possession à une des plus grandes pertes qu'aura faites la science. »

Deux mémoires d'analyse pure (septembre 1830)

Évariste Galois (1811–1832)

Depuis, une lettre particulière adressée par Abel à M. Legendre annonçait qu'il avait eu le bonheur de découvrir une règle pour reconnaître si une équation est résoluble par radicaux ; mais la mort anticipée de ce géomètre ayant privé la science de ses recherches, promises dans cette lettre, il n'en était pas moins nécessaire de donner une solution de ce problème qu'il m'est bien pénible de posséder, puisque je dois cette possession à une des plus grandes pertes qu'aura faites la science.

14 Mémoire sur les équations algébriques (1824)

Effectivement, après une première tentative incomplète, Abel avait publié en 1824 ce « Mémoire sur les équations algébriques, où on démontre l'impossibilité de la résolution de l'équation générale du cinquième degré. »

C'est une chose de reconnaître que certaines équations ont des solutions qui ne s'expriment pas comme fonctions algébriques des coefficients, et que cela commence au cinquième degré. Galois considérait comme plus important de pouvoir déterminer a priori si une équation quelconque avait des solutions exprimables par radicaux. C'est ce que lui-même avait fait, et ce qu'Abel annonçait dans sa lettre à Legendre, datée du 25 novembre 1828, six mois avant sa mort. On a effectivement trouvé dans les papiers d'Abel un manuscrit intitulé « Sur la résolution algébrique des équations ». Il est malheureusement incomplet. On y lit ce qui suit :

Mémoire sur les équations algébriques (1824)

Niels Henrik Abel (1802–1829)

Mémoire

sur

les équations algébriques

où on démontre l'impossibilité de la résolution de l'équation générale du cinquième dégré

par

N. H. Abel.

15 Sur la résolution algébrique des équations (1828)

« De là dérivent naturellement les deux problèmes suivants, dont la solution complète comprend toute la théorie de la résolution algébrique des équations, savoir :

1. Trouver toutes les équations d'un degré déterminé quelconque qui soient résolubles algébriquement.

2. Juger si une équation donnée est résoluble algébriquement ou non.

C'est la considération de ces deux problèmes qui est l'objet de ce mémoire, et quoique nous n'en donnions pas la solution complète, nous indiquerons néanmoins des moyens sûrs pour y parvenir. »

Il est impossible de savoir ce que ce mémoire aurait contenu si Abel avait eu le temps de le terminer. Ce qui est sûr, c'est que Galois avait bien une théorie complète de la résolubilité. Mais elle n'a été comprise que bien plus tard.

Sur la résolution algébrique des équations (1828)
Niels Henrik Abel (1802–1829)

De là dérivent naturellement les deux problèmes suivants, dont la solution complète comprend toute la théorie de la résolution algébrique des équations, savoir :

1. Trouver toutes les équations d'un degré déterminé quelconque qui soient résolubles algébriquement.

2. Juger si une équation donnée est résoluble algébriquement ou non.

C'est la considération de ces deux problèmes qui est l'objet de ce mémoire, et quoique nous n'en donnions pas la solution complète, nous indiquerons néanmoins des moyens sûrs pour y parvenir.

16 Joseph Liouville (1809–1882)

D'abord par Liouville. Sur l'insistance d'Auguste Chevalier et du frère de Galois, il examine les travaux et les notes qui sont restés. Le 4 septembre 1843, il annonce à l'Académie : « J'ai trouvé dans les papiers d'Évariste Galois une solution aussi exacte que profonde de ce beau problème : étant donnée une équation irréductible de degré premier, décider si elle est ou non résoluble par radicaux. »

En 1846, soit quatorze ans après la mort de Galois, il publie tous ses travaux dans sa revue, et confirme sa conclusion.

Joseph Liouville (1809–1882)

17 Journal de mathématiques pures et appliquées (1846)

« Mon zèle a été bientôt récompensé, et j'ai joui d'un vif plaisir au moment où, après avoir comblé de légères lacunes, j'ai reconnu l'exactitude entière de la méthode par laquelle Galois prouve, en particulier, ce beau théorème : *Pour qu'une équation irréductible de degré premier soit soluble par radicaux, il faut et il suffit que toutes les racines soient des fonctions rationnelles de deux quelconques d'entre elles.* Cette méthode, vraiment digne de l'attention des géomètres, suffirait seule pour assurer à notre compatriote un rang dans le petit nombre des savants qui ont mérité le titre d'inventeurs. »

Pourtant, même pour Liouville, il semble que l'importance de ce qu'avait fait Galois pour l'avenir des mathématiques n'était pas encore complètement compris. Certes c'était un beau résultat que d'avoir caractérisé les équations résolubles par radicaux. Mais il y avait beaucoup plus important : la notion de groupe.

Son importance n'a été pleinement comprise que vers 1870. Voici ce qu'en dit Camille Jordan.

Journal de mathématiques pures et appliquées (1846)
Joseph Liouville (1809–1882)

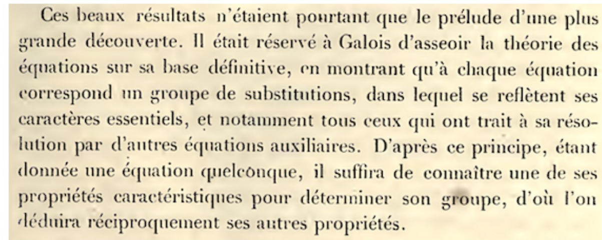
dans ces productions. Mon zèle a été bientôt récompensé, et j'ai joui d'un vif plaisir au moment où, après avoir comblé de légères lacunes, j'ai reconnu l'exactitude entière de la méthode par laquelle Galois prouve, en particulier, ce beau théorème : *Pour qu'une équation irréductible de degré premier soit soluble par radicaux, il faut et il suffit que toutes les racines soient des fonctions rationnelles de deux quelconques d'entre elles.* Cette méthode, vraiment digne de l'attention des géomètres, suffirait seule pour assurer à notre compatriote un rang dans le petit nombre des savants qui ont mérité le titre d'inventeurs.

18 Traité des substitutions (1870)

« Ces beaux résultats n'étaient pourtant que le prélude d'une plus grande découverte. Il était réservé à Galois d'assoir la théorie des équations sur sa base définitive, en montrant qu'à chaque équation correspond un groupe de substitutions, dans lequel se reflètent ses caractères essentiels, et notamment tous ceux qui ont trait à sa résolution par d'autres équations auxiliaires. D'après ce principe, étant donnée une équation quelconque, il suffira de connaître une de ses propriétés caractéristiques pour déterminer son groupe, d'où l'on déduira réciproquement ses autres propriétés. »

La notion de groupe ne se réduisait pas à la seule théorie des équations. Le Norvégien Sophus Lie est un des premiers à l'avoir compris.

Traité des substitutions (1870)
Camille Jordan (1838–1922)


Ces beaux résultats n'étaient pourtant que le prélude d'une plus grande découverte. Il était réservé à Galois d'asseoir la théorie des équations sur sa base définitive, en montrant qu'à chaque équation correspond un groupe de substitutions, dans lequel se reflètent ses caractères essentiels, et notamment tous ceux qui ont trait à sa résolution par d'autres équations auxiliaires. D'après ce principe, étant donnée une équation quelconque, il suffira de connaître une de ses propriétés caractéristiques pour déterminer son groupe, d'où l'on déduira réciproquement ses autres propriétés.

19 Influence de Galois (1895)

Influence de Galois (1895)
Sophus Lie (1842–1899)

« La grande portée de l'œuvre de Galois tient en somme à ce fait, que *sa théorie si originale des équations algébriques est une application systématique des deux notions fondamentales de groupe et d'invariant* ; notions qui prennent chaque jour dans les mathématiques une place plus prépondérante, et tendent à dominer tout l'ensemble de cette science. »

La grande portée de l'œuvre de Galois tient en somme à ce fait, que *sa théorie si originale des équations algébriques est une application systématique des deux notions fondamentales de groupe et d'invariant*; notions qui prennent chaque jour dans les mathématiques une place plus prépondérante, et tendent à dominer tout l'ensemble de cette science.

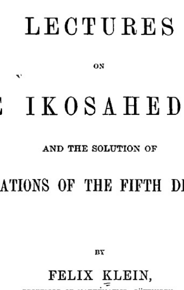
20 Lectures on the ikosahedron (1888)

Il revenait à Félix Klein, dans son programme d'Erlangen, de montrer l'importance de la notion de groupe en géométrie. Son cours sur l'icosaèdre est en quelque sorte un hommage à Galois. Il y montre que l'icosaèdre est le pendant géométrique de l'équation générale du cinquième degré, et que l'important n'est ni l'un ni l'autre, mais le groupe de substitutions qui leur est commun.

Vous lirez ici où là que les résultats d'Abel et Galois sur l'irrésolubilité ont été reçus avec étonnement, voire incrédulité.

Non pas vraiment. Il y avait longtemps que personne ne doutait plus de l'irrésolubilité de l'équation du cinquième degré.

Lectures on the ikosahedron (1888)
Félix Klein (1849–1925)


LECTURES

ON

THE IKOSAHEDRON,

AND THE SOLUTION OF

EQUATIONS OF THE FIFTH DEGREE.

BY

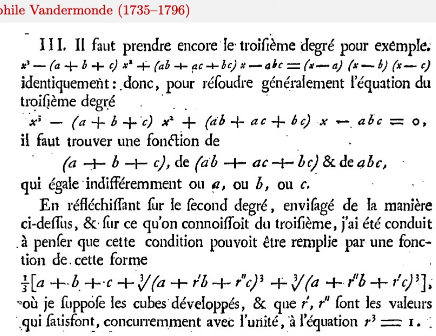
FELIX KLEIN,

PROFESSOR OF MATHEMATICS, GÖTTINGEN.

21 Mémoire sur la résolution des équations (1770)

En 1770, Vandermonde avait lu un mémoire à l'Académie, dans lequel il reliait la résolubilité aux permutations des racines de l'équation. Dès le début du mémoire, il exprimait les racines en fonction des coefficients de l'équation par l'intermédiaire des fonctions symétriques, et montrait l'importance des permutations de ces racines.

Mémoire sur la résolution des équations (1770)
Alexandre-Théophile Vandermonde (1735–1796)


III. Il faut prendre encore le troiſième degré pour exemple. $x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+ac+bc)x - abc = (x-a)(x-b)(x-c)$ identiquement : donc, pour réſoudre généralement l'équation du troiſième degré

$$x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+ac+bc)x - abc = 0,$$

il faut trouver une fonction de

$$(a+b+c), \text{ de } (ab+ac+bc) \text{ \& de } abc,$$

qui égale indifféremment ou a, ou b, ou c.

En réfléchiſſant ſur le ſecond degré, enviſagé de la manière ci-deſſus, & ſur ce qu'on connoiſſoit du troiſième, j'ai été conduit à penſer que cette condition pouvoit être remplie par une fonction de cette forme

$$\tfrac{1}{3}\left[a+b+c+\sqrt[3]{(a+r'b+r''c)^3}+\sqrt[3]{(a+r''b+r'c)^3}\right],$$

où je ſuppoſe les cubes développés, & que r', r'' ſont les valeurs qui ſatisfont, concurremment avec l'unité, à l'équation $r^3 = 1$.

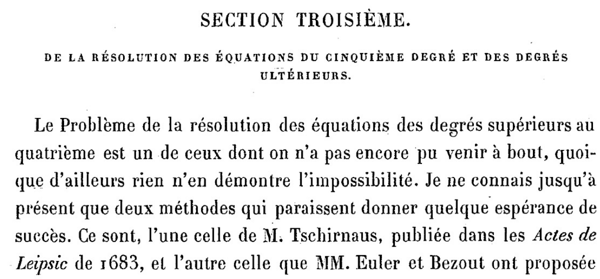
22 Réflexions sur la résolution des équations (1771)

Presque en même temps que Vandermonde, Lagrange avait publié un mémoire magistral de cent pages : « Réflexions sur la résolution algébrique des équations ». Il y montrait, comme Vandermonde, l'importance des substitutions.

Concernant les équations de degré supérieur à quatre, il se contentait de montrer la difficulté, d'indiquer des méthodes d'approche, mais ne concluait pas :

« Le problème de la résolution des équations des degrés supérieurs au quatrième est un de ceux dont on n'a pas encore pu venir à bout, quoique d'ailleurs rien n'en démontre l'impossibilité. »

Réflexions sur la résolution des équations (1771)
Joseph-Louis Lagrange (1736–1813)



SECTION TROISIÈME.

DE LA RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS DU CINQUIÈME DEGRÉ ET DES DEGRÉS ULTÉRIEURS.

Le Problème de la résolution des équations des degrés supérieurs au quatrième est un de ceux dont on n'a pas encore pu venir à bout, quoique d'ailleurs rien n'en démontre l'impossibilité. Je ne connais jusqu'à présent que deux méthodes qui paraissent donner quelque espérance de succès. Ce sont, l'une celle de M. Tschirnaus, publiée dans les *Actes de Leipsic* de 1683, et l'autre celle que MM. Euler et Bezout ont proposée

23 Teoria generale delle equazioni (1799)

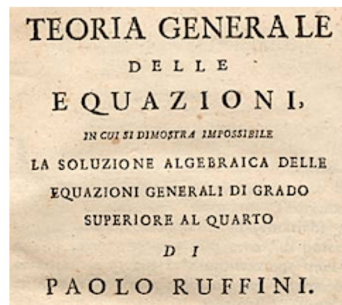
Cette impossibilité, un Italien la démontre, en suivant les indications du mémoire de Lagrange : Paolo Ruffini. Son livre, de 516 pages en deux tomes, paraît en 1799 : « Théorie générale des équations, dans lequel on démontre que la solution algébrique des équations générales de degré supérieur au quatrième est impossible ». Pour comparaison, le premier mémoire d'Abel, celui de 1824 démontrait la même chose en 6 pages.

Ruffini, légitimement fier de son œuvre, l'envoie à Lagrange. Il est le destinataire obligé, à deux titres au moins : à cause de son mémoire de 1771, ensuite parce qu'il est italien d'origine : non seulement la lecture du mémoire en italien ne peut pas lui poser de problème, mais encore il aura à cœur de souligner la réussite d'un compatriote.

Mais Lagrange ne répond pas. Ruffini s'obstine, remanie son texte, envoie plusieurs versions successives, toujours rien. Vu le caractère de Lagrange, le plus plausible est qu'il a détecté des trous dans la démonstration. Comme le dira Abel plus tard : « son mémoire est tellement compliqué qu'il est très difficile de juger de la justesse de son raisonnement. »

Pourtant, Cauchy lui, semble avoir lu et apprécié le travail de Ruffini. Il est à peu près le seul. Voici ce qu'il dit dans son premier mémoire sur les substitutions, paru en 1815.

Teoria generale delle equazioni (1799)
Paolo Ruffini (1765–1822)



TEORIA GENERALE
DELLE
EQUAZIONI,
IN CUI SI DIMOSTRA IMPOSSIBILE
LA SOLUZIONE ALGEBRAICA DELLE
EQUAZIONI GENERALI DI GRADO
SUPERIORE AL QUARTO
DI
PAOLO RUFFINI.

24 Mémoire sur le nombre des valeurs… (1815)

« Mémoire sur le nombre des valeurs qu'une fonction peut acquérir, lorsqu'on y permute de toutes les manières possibles les quantités qu'elle renferme. »

« Si n est égal à 5 ou surpasse 5, on n'en pourra plus former de semblables ; on ne peut pas même, dans ce cas, former de fonctions qui n'aient que quatre valeurs. Ces deux propositions ont été démontrées par M. Paolo Ruffini, dans les Mémoires de la Société italienne, Tome XII, et dans sa Théorie des équations. Ayant été conduit, par des recherches sur les nombres, à m'occuper de la théorie des combinaisons, je suis arrivé à la démonstration d'un théorème plus général, etc. »

En septembre 1821, quelques mois avant la mort de Ruffini, Cauchy lui avait envoyé une lettre qui avait dû lui faire plaisir. Il disait : « Votre mémoire sur la résolution générale des équations est une œuvre qui m'a toujours semblé digne de l'attention des mathématiciens, et qui, selon moi, démontre pleinement l'impossibilité de résoudre les équations algébriques supérieures au quatrième degré. »

Le fait qu'il ait lui-même déjà travaillé sur les substitutions, peut expliquer en partie l'attitude de Cauchy vis-à-vis de Galois et d'Abel, dont il ne reconnaîtra jamais le travail.

Mémoire sur le nombre des valeurs… (1815)
Augustin-Louis Cauchy (1789–1857)

Mais si *n* est égal à 5 ou surpasse 5, on n'en pourra plus former de semblables; on ne peut pas même, dans ce cas, former de fonctions qui n'aient que quatre valeurs. Ces deux propositions ont été démontrées par M. Paolo Ruffini dans les *Mémoires de la Société italienne*, Tome XII, et dans sa *Théorie des équations*. Ayant été conduit, par des recherches sur les nombres, à m'occuper de la théorie des combinaisons, je suis arrivé à la démonstration d'un théorème plus général qui

25 Mémoire sur les arrangements… (1844)

Mémoire sur les arrangements… (1844)
Augustin-Louis Cauchy (1789–1857)

En tout cas, quand il revient sur sa théorie des substitutions en 1844, soit après le grand prix donné à Abel, et après les communications de Liouville sur Galois, il ne cite ni Ruffini, ni Abel, ni Galois.

Mais bon, comme l'avait déjà remarqué Abel en 1826 :

MÉMOIRE

SUR LES

ARRANGEMENTS QUE L'ON PEUT FORMER AVEC DES LETTRES DONNÉES,

Et sur les permutations ou substitutions à l'aide desquelles on passe d'un arrangement à un autre.

26 Lettre à Holmboe (24 octobre 1826)

« Cauchy est fou et il n'y a rien à faire avec lui, bien qu'il soit en ce moment le mathématicien qui sait comment il faut traiter les mathématiques. Ses travaux sont excellents, mais il écrit d'une manière très confuse. Au commencement je ne comprenais presque rien à ce qu'il écrit, maintenant ça va mieux.[…] Cauchy est extrêmement catholique et bigot. Chose bien étrange pour un mathématicien. »

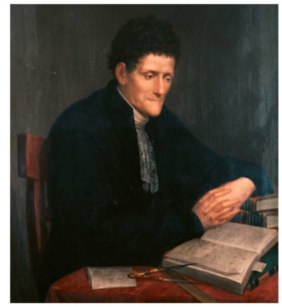
Mais dites-moi : nous arrivons à la fin de cette histoire, et je ne vous ai toujours pas montré de portrait des principaux protagonistes.

Lettre à Holmboe (24 octobre 1826)
Niels Henrik Abel (1802–1829)

Cauchy est fou et il n'y a rien à faire avec lui, bien qu'il soit en ce moment le mathématicien qui sait comment il faut traiter les mathématiques. Ses travaux sont excellents, mais il écrit d'une manière très confuse. Au commencement je ne comprenais presque rien à ce qu'il écrit, maintenant ça va mieux.[…] Cauchy est extrêmement catholique et bigot. Chose bien étrange pour un mathématicien.

27 Paolo Ruffini (1865–1822)

Paolo Ruffini (1865–1822)



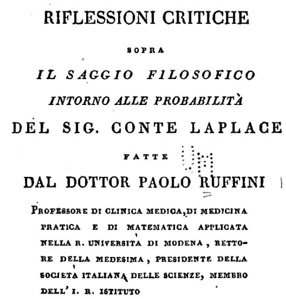
Je ne sais pas de quand date ce portrait de Ruffini. Il a l'air plutôt triste. C'est vrai qu'il n'a jamais obtenu la reconnaissance internationale qu'il pensait sans doute mériter. Pourtant il a tout de même eu une carrière plutôt brillante dans son pays, à la fois en tant que médecin et mathématicien.

28 Riflessioni critiche (1821)

Regardez ces « Réflexions critiques à propos de l'Essai Philosophique sur les Probabilités » de Monsieur le Comte Laplace. Ruffini s'y présente comme professeur de clinique médicale, de médecine pratique, et de mathématiques appliquées à l'université de Modène, recteur de cette université, président de la société italienne des sciences, membre de l'institut royal.

C'est vous dire s'il est bien placé pour critiquer Laplace, ce qu'il fait d'ailleurs avec beaucoup de courtoisie. Il fait partie de ceux, comme Adrien Quentin Buée dont je vous parle ailleurs, qui refusent la théorie du hasard au nom de la religion.

Riflessioni critiche (1821)
Paolo Ruffini (1865–1822)



RIFLESSIONI CRITICHE

SOPRA

IL SAGGIO FILOSOFICO

INTORNO ALLE PROBABILITÀ

DEL SIG. CONTE LAPLACE

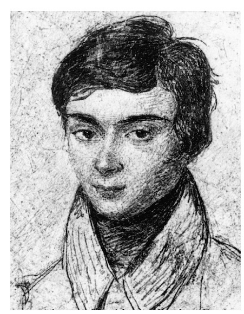
FATTE

DAL DOTTOR PAOLO RUFFINI

PROFESSORE DI CLINICA MEDICA, DI MEDICINA PRATICA E DI MATEMATICA APPLICATA NELLA R. UNIVERSITÀ DI MODENA, RETTORE DELLA MEDESIMA, PRESIDENTE DELLA SOCIETÀ ITALIANA DELLE SCIENZE, MEMBRO DELL' I. R. ISTITUTO

29 Évariste Galois (1811–1832)

Évariste Galois (1811–1832)



Ruffini a vécu assez longtemps pour qu'on peigne son portrait une fois célèbre. Ce n'est pas le cas de Galois. Ceci est le seul portrait que l'on ait de lui d'après nature. Ce n'est pas l'œuvre d'un professionnel, mais il se peut qu'il ait été plutôt ressemblant.

30 Niels Henrik Abel (1802–1829)

Quand il est passé en France en 1826, Abel est devenu ami avec un peintre norvégien installé à Paris, qui a fait son portrait. Heureusement : sans lui nous n'aurions peut-être jamais su à quoi il ressemblait. Au fait, il n'est pas mort de misère, seul et incompris. Il est mort d'une tuberculose pulmonaire. Sa fiancée et ses amis l'ont soigné et veillé jusqu'au bout. C'est vrai qu'il n'a pas obtenu de poste fixe de son vivant. Il avait été recommandé en France par Legendre qui lui a écrit des lettres extrêmement louangeuses, aussi par Poisson et Lacroix. En Allemagne, il avait lié amitié avec Léopold Crelle, qui avait publié plusieurs de ses articles, et qui avait fait tout son possible pour lui trouver un poste. Il avait d'ailleurs réussi, mais la lettre annonçant à Abel la bonne nouvelle, est malheureusement arrivée trop tard.

Niels Henrik Abel (1802–1829)

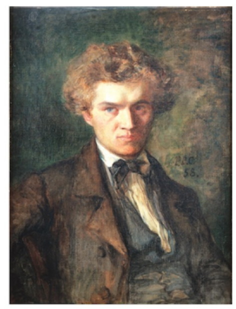
Johan Gørbitz (1782–1853)

31 Camille Jordan (1838–1922)

En fait l'idéal pour un jeune mathématicien c'est d'avoir, comme Camille Jordan, un oncle maternel qui est un des plus grands peintres de son temps.

Camille Jordan (1838–1922)

Pierre Puvis de Chavannes (1858)



32 références

Mais il ne faudrait pas pour autant que les portraits de mathématiciens de vingt ans attirent les faveurs de quelque infâme coquette. Bah, après tout il y a moins de risque maintenant : le temps du romantisme est révolu !

références

- A. Alexander (2010) *Duel at dawn*, Cambridge MA : Harvard University Press
- O. Courcelle et al. (2018) Autour de Galois, *Dossier thématique CNRS*, `images.math.cnrs.fr/+-Autour-de-Galois-+.html`
- M. du Sautoy (2012) *La symétrie ou les maths au clair de lune*, Paris : Héloïse d'Ormesson
- C. Ehrhardt (2011) *Évariste Galois. La fabrication d'une icône mathématique*, Paris : EHESS
- P. Pesic (2003) *Abel's proof. Sources and meaning of mathematical unsolvability*, Cambridge MA : MIT Press