0 D'illustres inconnus

histoires d'algèbre

Illustres inconnus

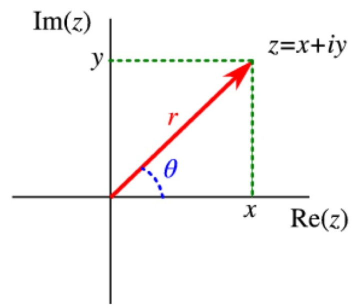
la représentation des complexes

hist-math.fr Bernard Ycart

Non, ce n'est pas comme d'habitude : je ne vais pas vous dire qu'Euler avait tout compris, Lagrange tout repris et Cauchy tout réappris. La plupart des acteurs sont d'illustres inconnus. Je n'ai pas grand-chose à vous en dire, et pour la plupart je n'ai même pas de portrait à vous montrer. Ils ne sont restés que pour ce point particulier de l'histoire. De quoi s'agit-il donc ?

1 La représentation géométrique des complexes

La représentation géométrique des complexes



De la représentation des complexes par des vecteurs du plan, avec partie réelle et partie imaginaire, ou bien module et argument.

Elle nous paraît tellement naturelle qu'on a peine à s'imaginer un temps où les vecteurs n'existaient pas. Il faut comprendre que pendant plusieurs siècles, les réticences philosophiques vis-à-vis des nombres complexes, et même des nombres négatifs, venaient de la difficulté à les concevoir géométriquement, c'est-à-dire comme des longueurs ou des surfaces.

2 A treatise of Algebra (1685)

La première tentative n'est certes pas celle d'un inconnu ; John Wallis lui-même ! Plusieurs chapitres de son Algèbre sont consacrés aux nombres complexes, et à leur représentation géométrique.

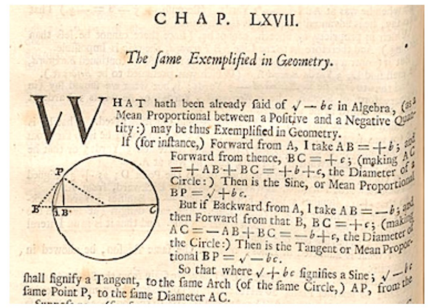
Son argument est illustré ici. Tout d'abord, il remarque que la moyenne proportionnelle entre deux longueurs b et c, soit racine carrée de bc, s'interprète comme une hauteur dans un triangle rectangle. Ici si B est entre A et C, la hauteur BP est la moyenne géométrique entre la longueur AB et la longueur BC.

Mais maintenant, dit Wallis, si le point B est de l'autre côté de A, il faut comprendre AB comme un nombre négatif, auquel cas la hauteur BP devient la racine carrée du produit d'un nombre négatif par un nombre positif.

Bien sûr, nous sommes encore loin de la représentation des complexes telle que nous la connaissons, mais une idée cruciale est apparue : l'orthogonalité. Si on suit la logique de Wallis, « plus un » est un segment unité orienté vers la droite, « moins un » est un segment identique mais orienté vers la gauche. Alors nécessairement, la racine carrée de leur produit, soit « racine de moins un » est un segment de même longueur, orthogonal aux deux autres.

Cette idée là, beaucoup vont la rejeter, au nom du bon sens, pendant pratiquement un siècle : comment une même longueur mesurée pourrait-elle devenir négative, voire même complexe ?

A treatise of Algebra (1685)
John Wallis (1616–1703)



CHAP. LXVII.

The same Exemplified in Geometry.

WHAT hath been already said of $\sqrt{-bc}$ in Algebra, (as a Mean Proportional between a Positive and a Negative Quantity:) may be thus Exemplified in Geometry.

If (for instance,) Forward from A, I take AB $= +b$; and Forward from thence, BC $= +c$; (making AC $= +$AB $+$ BC $= +b+c$, the Diameter of a Circle:) Then is the Sine, or Mean Proportional BP $= \sqrt{+bc}$.

But if Backward from A, I take AB $= -b$; and then Forward from that B, BC $= +c$; (making AC $= -$AB $+$ BC $= -b+c$, the Diameter of the Circle:) Then is the Tangent or Mean Proportional BP $= \sqrt{-bc}$.

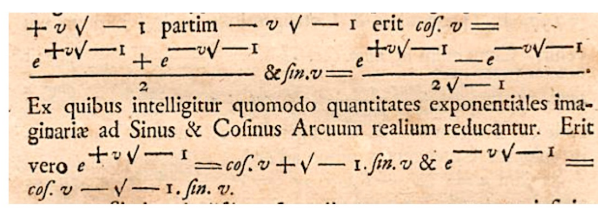
So that where $\sqrt{+bc}$ signifies a Sine; $\sqrt{-bc}$ shall signify a Tangent, to the same Arch (of the same Circle,) AP, from the same Point P, to the same Diameter AC.

3 Introductio in analysin infinitorum (1748)

Vers le milieu du dix-huitième siècle pourtant, la vision des complexes se clarifie. Plusieurs travaux importants paraissent. En 1746, c'est la première tentative de démonstration du théorème fondamental de l'algèbre par d'Alembert, suivie par une autre tentative d'Euler. Mais surtout, en 1748 paraît « l'introduction à l'analyse infinitésimale » d'Euler.

On y trouve l'expression des complexes sous forme de partie réelle et partie imaginaire, et aussi le module et l'argument. Vous voyez ici les célèbres formules d'Euler qui relient l'exponentielle complexe au sinus et au cosinus. Avec le recul, il nous semble qu'il ne reste plus un très grand pas à franchir pour en arriver au cercle unité puis au plan complexe. Ce pas qui nous semble minime, va prendre encore 50 ans.

Introductio in analysin infinitorum (1748)
Leonhard Euler (1707–1783)



$+v\sqrt{-1}$ partim $-v\sqrt{-1}$ erit $cof.\, v = \frac{e^{+v\sqrt{-1}} + e^{-v\sqrt{-1}}}{2}$ & $fin.\, v = \frac{e^{+v\sqrt{-1}} - e^{-v\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}$.

Ex quibus intelligitur quomodo quantitates exponentiales imaginariæ ad Sinus & Cofinus Arcuum realium reducantur. Erit vero $e^{+v\sqrt{-1}} = cof.\, v + \sqrt{-1}.\, fin.\, v$ & $e^{-v\sqrt{-1}} = cof.\, v - \sqrt{-1}.\, fin.\, v$.

4 Réflexions sur les quantités imaginaires (1759)

Pour vous donner une idée des blocages, voici Daviet de Foncenex. On n'en sait pas grand-chose. Il était né à Thonon-les-Bains, qui dependait à l'époque du Royaume de Savoie. Il avait donc fait ses études à Turin. Il avait un an de plus que Lagrange, et avait été son étudiant. Ce mémoire, « Réflexions sur les quantités imaginaires » est paru dans le premier numéro de la revue publiée par la toute nouvelle Académie de Turin, fondée sous l'impulsion de Lagrange.

Dans cet article, Foncenex ajoute son grain de sel à la controverse sur les logarithmes de nombres négatifs, et il explique pourquoi les démonstrations du théorème fondamental de l'algèbre par d'Alembert et Euler sont insuffisantes.

Tant qu'il y est, il critique aussi Wallis et son interprétation géométrique des complexes.

Réflexions sur les quantités imaginaires (1759)
François Daviet de Foncenex (1734–1799)

113.

REFLEXIONS
SUR LES QUANTITES IMAGINAIRES
PAR M. LE CHEV. DAVIET DE FONCENEX.

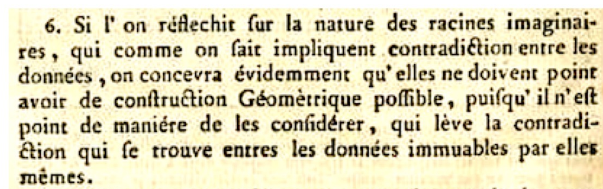
1. ON rencontre ſi ſouvent des quantités imaginaires dans les expreſſions algébriques qu'il ſeroit à ſouhaiter qu'on ſe fut attaché à en examiner avec plus de ſoin la nature & l'origine. Ces recherches auroient été d'un grand ſecours dans toutes les parties de Mathématiques qu'on traite par le calcul, & on auroit évité par là beaucoup de paradoxes & de contradictions dans une Science qui en devroit être entiérement exempte. La

5 elles ne doivent point avoir de construction Géométrique

elles ne doivent point avoir de construction Géométrique
Foncenex, Réflexions sur les quantités imaginaires (1759)

« Si l'on réfléchit sur la nature des racines imaginaires, qui comme on sait impliquent contradiction entre les données, on concevra évidemment qu'elles ne doivent point avoir de construction géométrique possible, puisqu'il n'est point de manière de les considérer, qui lève la contradiction qui se trouve entre les données immuables par elles-mêmes. »

Suit une longue réfutation de la construction de Wallis, et Foncenex conclut :



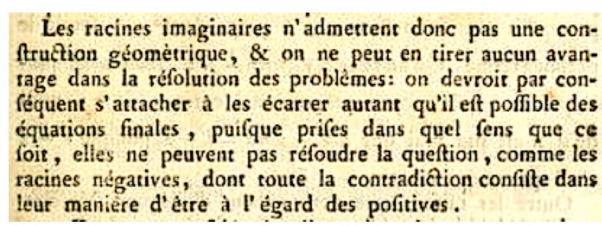
6. Si l'on réflechit ſur la nature des racines imaginaires, qui comme on ſait impliquent contradiction entre les données, on concevra évidemment qu'elles ne doivent point avoir de conſtruction Géomètrique poſſible, puiſqu'il n'eſt point de manière de les conſidérer, qui lève la contradiction qui ſe trouve entres les données immuables par elles mêmes.

6 On devrait s'attacher à les écarter

« Les racines imaginaires n'admettent donc pas une construction géométrique, et on ne peut en tirer aucun avantage dans la résolution des problèmes : on devrait par conséquent s'attacher à les écarter autant qu'il est possible des équations finales, puisque prises dans quelque sens que ce soit, elles ne peuvent pas résoudre la question ; comme les racines négatives, dont toute la contradiction consiste dans leur manière d'être à l'égard des positives. »

Bon d'accord : son manque de clairvoyance aurait pu suffire à le faire oublier. Mais il y a eu encore pire, dans l'éloge prononcé par Delambre à la mort de Lagrange.

On devrait s'attacher à les écarter
Foncenex, Réflexions sur les quantités imaginaires (1759)



Les racines imaginaires n'admettent donc pas une conſtruction géomètrique, & on ne peut en tirer aucun avantage dans la réſolution des problèmes: on devroit par conſéquent s'attacher à les écarter autant qu'il eſt poſſible des équations finales, puiſque priſes dans quel ſens que ce ſoit, elles ne peuvent pas réſoudre la queſtion, comme les racines négatives, dont toute la contradiction conſiſte dans leur manière d'être à l'égard des poſitives.

7 Notice historique sur Lagrange (3 janvier 1814)

« Il fournissait à Foncenex la partie analytique de ses mémoires, en lui laissant le soin de développer les raisonnements sur lesquels portaient ses formules. En effet, on remarque déjà dans ces mémoires cette marche purement analytique qui depuis a fait le caractère des grandes productions de Lagrange. Il avait trouvé une nouvelle théorie du levier. Elle fait la troisième partie d'un mémoire qui eut beaucoup de succès ; Foncenex, pour récompense, fut mis à la tête de la marine que le Roi de Sardaigne formait alors. »

Notice historique sur Lagrange (3 janvier 1814)
Jean Baptiste Joseph Delambre (1749–1822)

Il fournissait à Foncenex la partie analytique de ses Mémoires, en lui laissant le soin de développer les raisonnements sur lesquels portaient ses formules. En effet, on remarque déjà dans ces Mémoires cette marche purement analytique qui depuis a fait le caractère des grandes productions de Lagrange. Il avait trouvé une nouvelle théorie du levier. Elle fait la troisième Partie d'un Mémoire qui eut beaucoup de succès ; Foncenex, pour récompense, fut mis à la tête de la marine que le Roi de Sardaigne formait alors.

8 Notice historique sur Lagrange (3 janvier 1814)

« Les deux premières parties paraissent du même style et de la même main ; sont-elles également de Lagrange ? Il ne les a pas expressément réclamées, mais ce qui peut diriger nos conjectures sur le véritable auteur, c'est que Foncenex cessa bientôt d'enrichir les recueils de la nouvelle Académie, et que Montucla, ignorant ce qui nous a été révélé par M. Lagrange à ses derniers instants, s'étonne que Foncenex, après s'être annoncé si avantageusement, ait interrompu des recherches qui pouvaient lui faire un si grand nom. »

Donc Lagrange aurait confié à Delambre sur son lit de mort, qu'il était le véritable auteur du seul mémoire pour lequel Foncenex méritait de passer à la postérité ? Mmhh, franchement, cela ne cadre pas bien avec ce que l'on sait de Lagrange. Les historiens récents ne croient plus vraiment aux ragots de Delambre. Bon, qui que ce soit qui l'ait écrit, vous savez ce qu'on trouve, dans le mémoire de Foncenex sur la mécanique ?

La loi du parallélogramme pour la composition des forces ! Or cette loi du parallélogramme, est un des deux germes de la notion de vecteur, l'autre étant précisément la représentation géométrique des complexes.

Notice historique sur Lagrange (3 janvier 1814)
Jean Baptiste Joseph Delambre (1749–1822)

Les deux premières Parties paraissent du même style et de la même main ; sont-elles également de Lagrange ? Il ne les a pas expressément réclamées, mais ce qui peut diriger nos conjectures sur le véritable auteur, c'est que Foncenex cessa bientôt d'enrichir les Recueils de la nouvelle Académie, et que Montucla, ignorant ce qui nous a été révélé par M. Lagrange à ses derniers instants, s'étonne que Foncenex, après s'être annoncé si avantageusement, ait interrompu des recherches qui pouvaient lui faire un si grand nom.

9 Meditationes de quantitatibus imaginariis (1750)

Soyons honnêtes, d'autres que Foncenex ont montré plus de perspicacité au même moment. Voici le mémoire d'un autre illustre inconnu : Heinrich Kühn, professeur de mathématiques à Dantzig : « Méditations sur la construction des quantités imaginaires ». Le mémoire ne contient rien de plus original que l'algèbre de Wallis.

Meditationes de quantitatibus imaginariis (1750)
Heinrich Kuhn (1690–1769)


170

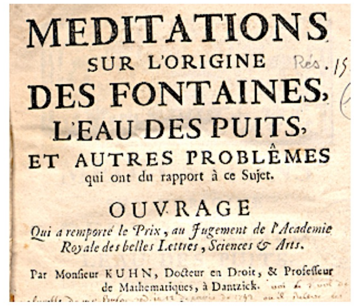
MEDITATIONES
DE
QVANTITATIBVS IMAGINARIIS CONSTRVENDIS
ET
RADICIBVS IMAGINARIIS EXHIBENDIS.
AVCTORE
HENRICO KUEHNIO.

§. 1.

In Commercio Mathematico Petropolitano Anni 1736, occasione Problematis a Cel. Eulero mihi propositi de

10 Méditations sur l'origine des fontaines

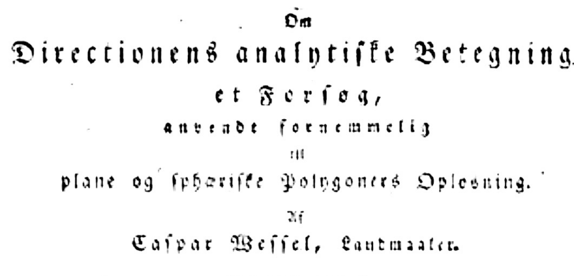
Méditations sur l'origine des fontaines (1741)
Heinrich Kühn (1690–1769)


MEDITATIONS
SUR L'ORIGINE
DES FONTAINES,
L'EAU DES PUITS,
ET AUTRES PROBLÊMES
qui ont du rapport à ce Sujet.
OUVRAGE
Qui a remporté le Prix, au Jugement de l'Academie Royale des belles Lettres, Sciences & Arts.
Par Monsieur KUHN, Docteur en Droit, & Professeur de Mathematiques, à Dantzick.

Il faut dire que Kühn était un récidiviste de la méditation. En 1741, il avait remporté haut la main un prix de l'Académie royale des belles lettres, sciences et arts, rhmm… de Bordeaux. D'où cet ouvrage de 250 pages, rédigé à la fois en latin et en français : « Méditations sur l'origine des fontaines, l'eau des puits et autres problèmes qui ont du rapport à ce sujet ».

11 Om Directionens analytiske Betening (1797)

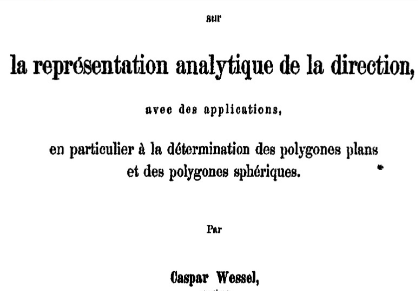
Om Directionens analytiske Betening (1797)
Caspar Wessel (1745–1818)


Om
Directionens analytiske Betegning,
et Forsøg,
anvendt fornemmelig
til
plane og sphæriske Polygoners Opløsning.
Af
Caspar Wessel, Landmaaler.

Vous avez sous les yeux l'heureux gagnant de la course à la représentation des complexes. Un mémoire en danois écrit en 1796, lu à l'Académie royale de Copenhague en 1797, publié en 1799, et aussitôt oublié, pendant un bon siècle.

12 Sur la représentation analytique de la direction (1897)

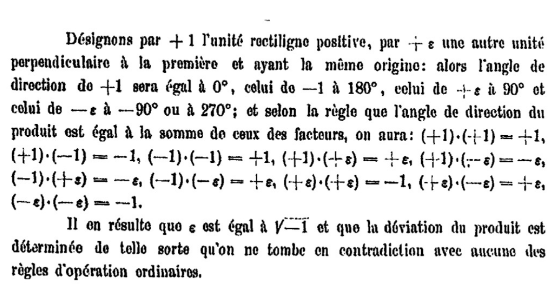
Sur la représentation analytique de la direction (1897)
Caspar Wessel (1745–1818)


sur
la représentation analytique de la direction,
avec des applications,
en particulier à la détermination des polygones plans
et des polygones sphériques.
Par
Caspar Wessel,
arpenteur.

Le mémoire de Wessel a été redécouvert à la fin du dix-neuvième siècle, et traduit en français : « Sur la représentation analytique de la direction, avec des applications en particulier à la détermination des polygones plans et des polygones sphériques ».

13 Il en résulte que ε est égal à $\sqrt{-1}$

Il en résulte que ε est égal à $\sqrt{-1}$
Wessel, Sur la représentation analytique de la direction (1796)


Désignons par $+1$ l'unité rectiligne positive, par $+\varepsilon$ une autre unité perpendiculaire à la première et ayant la même origine: alors l'angle de direction de $+1$ sera égal à 0°, celui de -1 à 180°, celui de $+\varepsilon$ à 90° et celui de $-\varepsilon$ à $-90°$ ou à 270°; et selon la règle que l'angle de direction du produit est égal à la somme de ceux des facteurs, on aura: $(+1)\cdot(+1)=+1$, $(+1)\cdot(-1)=-1$, $(-1)\cdot(-1)=+1$, $(+1)\cdot(+\varepsilon)=+\varepsilon$, $(+1)\cdot(-\varepsilon)=-\varepsilon$, $(-1)\cdot(+\varepsilon)=-\varepsilon$, $(-1)\cdot(-\varepsilon)=+\varepsilon$, $(+\varepsilon)\cdot(+\varepsilon)=-1$, $(+\varepsilon)\cdot(-\varepsilon)=+\varepsilon$, $(-\varepsilon)\cdot(-\varepsilon)=-1$.

Il en résulte que ε est égal à $\sqrt{-1}$ et que la déviation du produit est déterminée de telle sorte qu'on ne tombe en contradiction avec aucune des règles d'opération ordinaires.

Dans la partie sur la géométrie plane, Wessel décrit de manière très claire et parfaitement rigoureuse, la représentation des complexes. Vous voyez ici le passage où il décrit l'axe imaginaire.

Il a expliqué au préalable les vecteurs dans le plan, leur addition et leur multiplication.

14 Cartographie du Danemark (1762–1808)

Wessel était norvégien de naissance, et pendant toute sa carrière il avait travaillé comme cartographe pour le gouvernement danois. Il se présente lui-même comme arpenteur. L'été il mesurait des triangles sur le terrain et notait des points de repère ; l'hiver il dessinait des cartes.

C'est certainement son expérience de la triangulation qui lui a donné l'idée de représenter les directions dans le plan en les repérant par rapport à un axe.

Je n'ai pas grand-chose de plus à vous en dire. On trouve sur le web un portrait et des poèmes de son frère Johan-Herman Wessel, notammment ces deux vers, qui résument ce qu'a été la vie de Caspar :

« Il dresse des cartes en étudiant la loi, aussi travailleur que je suis paresseux, moi. »

Que voulez-vous que j'ajoute à cela ?

Cartographie du Danemark (1762–1808)
Caspar Wessel (1745–1818)

15 Jean-Robert Argand (1768–1822)

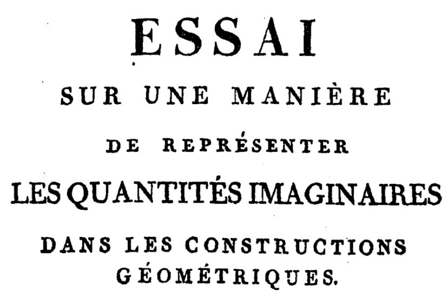
Pendant le siècle où le travail de Wessel est resté ignoré, un autre illustre inconnu a recueilli quelques lauriers. Celui-là, il semble qu'on en ait un portrait, qu'il ait été libraire à Paris, natif de Genève, mais on ne sait pas grand-chose d'autre.

Jean-Robert Argand (1768–1822)

16 Essai sur une manière de représenter... (1806)

Voici ce qui s'est passé. En 1806, Argand écrit cet « Essai sur une manière de représenter les quantités imaginaires dans les constructions géométriques ». Une soixantaine de pages, qui passent complètement inaperçues. On y trouve pratiquement la même chose que chez Wessel, c'est-à-dire la représentation géométrique dont nous avons l'habitude, avec en plus une application importante à la fin.

Essai sur une manière de représenter... (1806)
Jean-Robert Argand (1768–1822)


ESSAI

SUR UNE MANIÈRE

DE REPRÉSENTER

LES QUANTITÉS IMAGINAIRES

DANS LES CONSTRUCTIONS
GÉOMÉTRIQUES.

17 Tout polynôme est décomposable...

Tout polynôme est décomposable en facteurs du premier degré. C'est le théorème fondamental de l'algèbre, et c'est même la première démonstration convainquante. Comme Argand le précise lui-même, l'énoncé est le plus général possible, dans la mesure où les coefficients du polynôme peuvent être complexes.

C'était une belle réalisation tout de même. Eh bien le mémoire d'Argand, n'est presque pas remarqué. Presque, parce que sept ans plus tard, un autre inconnu, militaire celui-là, publie un article, qu'il a l'honnêteté de terminer comme suit.

Tout polynôme est décomposable...
Argand, Essai sur une manière de représenter... (1806)

31. On se propose, dans ce dernier article, de démontrer que tout polynôme de la forme

$$X^n + aX^{n-1} + bX^{n-2} + \ldots + fX + g$$

est décomposable en facteurs du premier degré $X + \alpha$. Il faut observer que les lettres $a, b, \ldots, g$ ne sont point restreintes ici à ne représenter que des nombres primes, comme cela a lieu à l'ordinaire.

18 Nouveaux principes de Géométrie de position ... (1813)

Je dois [...] à la justice de déclarer que le fond de ces idées nouvelles ne m'appartient pas. Je l'ai trouvé dans une lettre de M. Legendre à feu mon frère, dans laquelle ce grand géomètre lui fait part (comme d'une chose qui lui a été communiquée, et comme objet de pure curiosité) du fond de mes définitions deuxième et troisième, etc.

Je désire que la publicité que je donne aux résultats auxquels je suis parvenu puisse déterminer le premier auteur de ces idées à se faire connaître, et à mettre au jour le travail qu'il a fait lui-même sur ce sujet.

Suite à cet article de Français, Argand se fait connaître par l'intermédiaire de la même revue, ce qui lui donne l'occasion de préciser certains points dans les numéros suivants.

Alors ? triomphe d'Argand ? reconnaissance universelle ?

Nouveaux principes de Géométrie de position ... (1813)
Jacques Frédéric Français (1775–1833)

Je dois [...] à la justice de déclarer que le fond de ces idées nouvelles ne m'appartient pas. Je l'ai trouvé dans une lettre de M. Legendre à feu mon frère, dans laquelle ce grand géomètre lui fait part (comme d'une chose qui lui a été communiquée, et comme objet de pure curiosité) du fond de mes définitions 2e et 3e, de mon théorème Ie, et du corollaire 3e de mon théorème IIe ;

[...] Je désire que la publicité que je donne aux résultats auxquels je suis parvenu puisse déterminer le premier auteur de ces idées à se faire connaître, et à mettre au jour le travail qu'il a fait lui-même sur ce sujet.

19 Treatise on the geometrical representation... (1828)

Pas du tout ! En 1828 paraît un livre entier sur le même sujet, écrit par le révérend John Warren, professeur à Cambridge. Argand n'y est pas cité.

Ah ces Anglais, ils sont incorrigibles. Pas moyen de leur faire reconnaître ce qui se fait sur le continent.

Treatise on the geometrical representation... (1828)
John Warren (1796–1852)

TREATISE

ON THE

GEOMETRICAL REPRESENTATION

OF THE

SQUARE ROOTS OF NEGATIVE QUANTITIES.

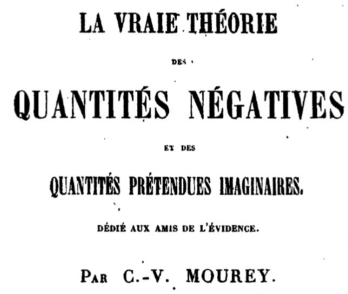
BY THE

REV. JOHN WARREN, A.M.

FELLOW AND TUTOR OF JESUS COLLEGE, CAMBRIDGE.

20 La vraie théorie. . . (1828)

La vraie théorie. . . (1828)
C. V. Mourey (ca 1791–1830)

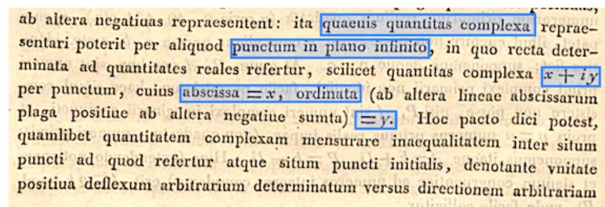

LA VRAIE THÉORIE
DES
QUANTITÉS NÉGATIVES
ET DES
QUANTITÉS PRÉTENDUES IMAGINAIRES.
DÉDIÉ AUX AMIS DE L'ÉVIDENCE.
PAR C.-V. MOUREY.

Eh bien non ! Au même moment, un certain Mourey dédiait sa « Vraie théorie des quantités négatives et des quantités prétendues imaginaires », aux amis de l'évidence, rien de moins.

Bon, il fallait bien à un moment que les grands rendent leur verdict.

21 Theoria Residuorum Biquadraticorum. . . (1832)

Theoria Residuorum Biquadraticorum. . . (1832)
Carl Friedrich Gauss (1777–1855)


ab altera negatiuas repraesentent: ita quaeuis quantitas complexa repraesentari poterit per aliquod punctum in plano infinito, in quo recta determinata ad quantitates reales refertur, scilicet quantitas complexa $x + iy$ per punctum, cuius abscissa $= x$, ordinata (ab altera lineae abscissarum plaga positiue ab altera negatiue sumta) $= y$. Hoc pacto dici potest, quamlibet quantitatem complexam mensurare inaequalitatem inter situm puncti ad quod refertur atque situm puncti initialis, denotante vnitate positiua deflexum arbitrarium determinatum versus directionem arbitrariam

Et à l'époque, personne n'est plus grand que Gauss. Je vous parle dans une histoire d'arithmétique de cet article sur la Théorie des résidus biquadratiques. Gauss n'a besoin que des complexes à coordonnées entières. Mais cela ne l'empêche pas de régler la question une bonne fois pour toutes dans le cas général, en quelques lignes.

« Tout nombre complexe peut être représenté par un point dans un plan infini, le complexe $x + \mathrm{i}y$ étant représenté par le point d'abscisse x et d'ordonnée y. »

Eh bien voilà ! Qu'y aurait-il d'autre à ajouter ? Oh, ne vous inquiétez pas, on peut toujours compter sur Cauchy pour rajouter une salve de mémoires, quel que soit le sujet.

22 Mémoire sur les quantités géométriques (1847)

Mémoire sur les quantités géométriques (1847)
Augustin-Louis Cauchy (1789–1857)

La théorie des expressions imaginaires a été, à diverses époques, envisagée sous divers points de vue. Dès l'année 1806, M. l'Abbé Buée et M. Argand, en partant de cette idée que $\sqrt{-1}$ est un signe de perpendicularité, avaient donné des expressions imaginaires une interprétation géométrique, ...

Une grande partie des résultats de ces recherches avait été, à ce qu'il paraît, obtenue même avant le siècle présent et dès l'année 1786, par un savant modeste, M. Henri-Dominique Truel, qui, après les avoir consignés dans divers manuscrits, les a communiqués, vers l'année 1810, à M. Augustin Normand, constructeur de vaisseaux au Havre.

La théorie des expressions imaginaires a été, à diverses époques, envisagée sous divers points de vue. Dès l'année 1806, M. l'Abbé Buée et M. Argand, en partant de cette idée que $\sqrt{-1}$ est un signe de perpendicularité, avaient donné des expressions imaginaires une interprétation géométrique, . . .

et en note de bas de page :

Une grande partie des résultats de ces recherches avait été, à ce qu'il paraît, obtenue même avant le siècle présent et dès l'année 1786, par un savant modeste, M. Henri-Dominique Truel, qui, après les avoir consignés dans divers manuscrits, les a communiqués, vers l'année 1810, à M. Augustin Normand, constructeur de vaisseaux au Havre.

Cette note de bas de page de Cauchy, est la seule trace de l'existence de ce savant modeste et de ce qu'il aurait fait. Par contre, l'autre illustre inconnu cité par Cauchy, l'abbé Buée, a bien existé. Sauf qu'il n'était pas abbé, mais chanoine. Ne me demandez pas la différence.

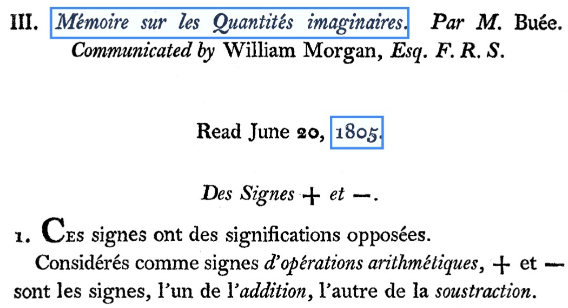
23 Mémoire sur les quantités imaginaires (1805)

En tout cas, il est exact que cet article, en français, est paru dans les Philosophical Transactions de la Royal Society en 1806.

Buée est moins clair que Wessel et Argand, mais Cauchy a raison, l'idée force de l'article est bien que $\sqrt{-1}$ est un signe de perpendicularité.

L'immense supériorité de Buée sur les deux autres, est que sur lui au moins, j'ai des choses à vous raconter.

Mémoire sur les quantités imaginaires (1805)
Adrien-Quentin Buée (1748–1826)


III. *Mémoire sur les Quantités imaginaires.* *Par M.* Buée. *Communicated by* William Morgan, *Esq. F. R. S.*

Read June 20, 1805.

Des Signes + *et* −.

1. Ces signes ont des significations opposées.

Considérés comme signes *d'opérations arithmétiques*, + et − sont les signes, l'un de l'*addition*, l'autre de la *soustraction*.

24 Orgue de Saint-Martin de Tours

Dans la biographie Michaux, on apprend que « Buée avait embrassé l'état ecclésiastique et que ses deux passions dominantes étaient la musique et les mathématiques. Il fut d'abord organiste à la basilique de Saint-Martin de Tours. En 1782 il revint à Paris, où il succèda à son frère comme secrétaire et bibliothécaire du chapitre de Notre-Dame.

Il avait une si vive passion pour la musique qu'on le voyait quitter précipitamment sa stalle, le chœur et l'église, quand les chantres de la métropole détonnaient, ce qui arrivait assez souvent. »

Orgue de Saint-Martin de Tours
Adrien-Quentin Buée (1748–1826)

25 Constitution civile du Clergé (1790)

Survient la Révolution. Comme beaucoup de prêtres, Buée s'oppose à la constitution civile du clergé, et refuse de prêter serment.

Cette gravure montre un prêtre dans sa chaire. On a attaché sa main à une poulie pour lui faire tendre le bras. La légende annonce un « moyen de faire prêter serment aux évêques et curés aristocrates en présence des municipalités, suivant le décret de l'Assemblée Nationale ».

Buée n'est pas d'accord et il le dit tout haut. À la suite du décret du 24 août qui décide de l'expulsion des prêtres réfractaires, il s'exile en Angleterre, et c'est pour cela que son mémoire de 1805 paraît aux Philosophical Transactions.

Il a probablement sauvé sa vie en quittant Paris. De nombreux prêtres réfractaires qui sont restés après le 24 août, ont été victimes des massacres de septembre, quelques jours plus tard.

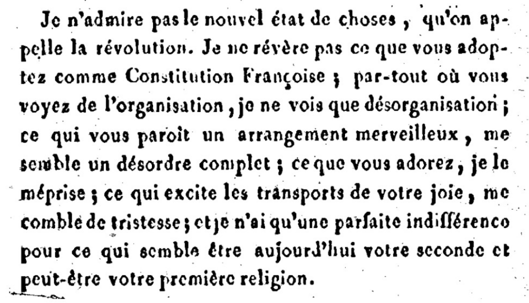
D'autant qu'entre 1790 et 1792, Buée ne s'était pas gêné pour clamer haut et fort son opposition à la Révolution ; jusqu'à publier largement son point de vue.

Constitution civile du Clergé (1790)
Adrien-Quentin Buée (1748–1826)

26 Obstacles à ma conversion constitutionnelle (1791)

« Je n'admire pas le nouvel état de choses, qu'on appelle la révolution. Je ne révère pas ce que vous adoptez comme Constitution Française ; partout où vous voyez de l'organisation, je ne vois que désorganisation ; ce qui vous paraît un arrangement merveilleux, me semble un désordre complet ; ce que vous adorez, je le méprise ; ce qui excite les transports de votre joie, me comble de tristesse ; et je n'ai qu'une parfaite indifférence pour ce qui semble être aujourd'hui votre seconde, et peut-être votre première religion. »

Obstacles à ma conversion constitutionnelle (1791)
Adrien-Quentin Buée (1748–1826)


Je n'admire pas le nouvel état de choses, qu'on appelle la révolution. Je ne révère pas ce que vous adoptez comme Constitution Françoise ; par-tout où vous voyez de l'organisation, je ne vois que désorganisation ; ce qui vous paroît un arrangement merveilleux, me semble un désordre complet ; ce que vous adorez, je le méprise ; ce qui excite les transports de votre joie, me comble de tristesse ; et je n'ai qu'une parfaite indifférence pour ce qui semble être aujourd'hui votre seconde et peut-être votre première religion.

27 Le Père Duchesne

À l'époque, la propagande révolutionnaire est incarnée par le personnage imaginaire du Père Duchesne. Pour mieux toucher les classes populaires, pense le journaliste Hébert, il faut parler un langage populaire, multiplier les jurons et les gros mots, et surtout faire rire.

Vous voyez ici une représentation de ce Père Duchesne, doté de belles moustaches, fumant sa pipe. Sur la fumée qui sort de sa bouche, on lit « Projets Aristocratiques ». Il porte en bandoulière une écharpe sur laquelle on lit « Vivre libre ou mourir, foutre ».

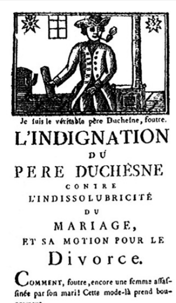
Le Père Duchesne

28 L'indignation du Père Duchesne (1790)

Voici un exemple de la prose d'Hébert. C'est l'indignation du Père Duchesne contre l'indisso*lubricité* du mariage et sa motion pour le divorce.

Buée décide de se battre sur le même terrain, et il crée le personnage de la Mère Duchesne, qu'il veut aussi haute en couleur que son mari. Il la met en scène dans de petites pièces de théâtre où elle exerce son franc-parler contre l'Assemblée Nationale, la Constitution, et les prêtres jureurs.

L'indignation du Père Duchesne (1790)
Jacques-René Hébert (1757–1794)


Je suis le véritable père Duchesne, foutre.
L'INDIGNATION DU PERE DUCHÊSNE CONTRE L'INDISSOLUBRICITÉ DU MARIAGE, ET SA MOTION POUR LE Divorce.
COMMENT, foutre, encore une femme assassinée par son mari! Cette mode-là prend bougrement.

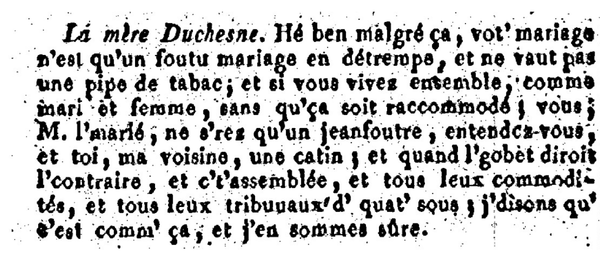
29 Grand jugement de la Mère Duchesne (1791)

Dans le Grand jugement de la mère Duchesne, elle convainc un couple qui a été marié par un prêtre jureur selon la nouvelle constitution, que son mariage ne vaut rien.

« Vot' mariage n'est qu'un foutu mariage en détrempe, et ne vaut pas une pipe de tabac ; et si vous vivez ensemble, comme mari et femme, vous Monsieur l'marié, ne s'rez qu'un jeanfoutre, et toi ma voisine, une catin. »

Buée n'est revenu en France qu'après la chute de Napoléon. On aurait pu croire que l'âge, l'exil, puis la Restauration l'auraient assagi. Mais non, il continue à vitupérer contre les philosophes, Voltaire bien sûr, mais aussi d'Alembert, Condorcet, et surtout Laplace.

Grand jugement de la Mère Duchesne (1791)
Adrien-Quentin Buée (1748–1826)


La mère Duchesne. Hé ben malgré ça, vot' mariage n'est qu'un foutu mariage en détrempe, et ne vaut pas une pipe de tabac ; et si vous vivez ensemble, comme mari et femme, sans qu'ça soit raccommodé ; vous ; M. l'marié, ne s'rez qu'un jeanfoutre, entendez-vous, et toi, ma voisine, une catin ; et quand l'gobet diroit l'contraire, et c't'assemblée, et tous leux commodités, et tous leux tribunaux d' quat' sous ; j'disons qu' s'est comm' ça, et j'en sommes sûre.

30 Réflexions sur les œuvres de Voltaire (1817)

« Non, je ne demande de M. de Laplace rien d'indigne de lui. Tout ce que je désire, c'est d'ôter aux destructeurs des fondements de la morale, l'appui que son grand nom semble leur prêter. »

Que reproche-t-il donc à ce pauvre Laplace ? Sa flagornerie à l'égard de Napoléon ? Ses retournements de veste ? Non, c'est sa « Théorie analytique des probabilités ».

Réflexions sur les œuvres de Voltaire (1817)
Adrien-Quentin Buée (1748–1826)

Non, je ne demande de M. de Laplace rien d'indigne de lui. Tout ce que je désire, c'est d'ôter aux destructeurs des fondemens de la morale, l'appui que son grand nom semble leur prêter.

31 Une mer sans fond

« Cette théorie en un volume in 4°, de 464 pages chargées de ce que l'algèbre a de plus effrayant, est une mer sans fond, sans rives, chargée d'un brouillard éternel, où l'on vogue sans boussole, sans gouvernail, sans cartes marines, et où la sonde serait inutile. »

Bon, là il faut reconnaître qu'il n'a pas été le seul à le dire. Mais le pouvoir qu'il prête aux probabilités est, rhmm… légèrement exagéré.

Une mer sans fond
Buée, Réflexions sur les œuvres de Voltaire (1817)

Cette théorie en un volume in 4°, de 464 pages chargées de ce que l'algèbre a de plus effrayant, est une mer sans fond, sans rives, chargée d'un brouillard éternel, où l'on vogue sans boussole, sans gouvernail, sans cartes marines, et où la sonde serait inutile.

32 Ses formules algébriques qui gouvernent la France

« C'est M. de Laplace, ou plutôt ce sont ses formules (algébriques) qui gouvernent la France, et le roi ne s'en doute pas. Cette assertion est forte, mais ce sont ses formules qui ont dicté les décrets sur la vente des biens du clergé et sur les élections. »

Ses formules algébriques qui gouvernent la France
Buée, Réflexions sur les œuvres de Voltaire (1817)

C'est M. de Laplace, ou plutôt ce sont ses formules (algébriques) qui gouvernent la France, et le roi ne s'en doute pas. Cette assertion est forte, mais ce sont ses formules qui ont dicté les décrets sur la vente des biens du clergé et sur les élections.

33 références

Comment ? Vous trouvez que les élucubrations de Buée ne méritent pas la même place dans l'histoire des mathématiques que les mémoires de Wessel et Argand ?

Je l'ai déjà dit que j'ne voulions pus entendre corner à nos oreilles ces bougres d'inventions-là. Et pis, Mille Gueux, c'est moi qui causons non ? Vous savez que j'nous mouchons pas du pied. Chacun son métier, les vaches seront bien gardées, foutre ! Croyez toutes ces balivernes et buvez d'l'eau, vous n'salirez pas vos dents !

C'était Adrien-Quentin Buée, dans le texte.

références

- V. Brun (1959) Caspar Wessel et l'introduction géométrique des complexes, *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, 12(1), 19–24
- O. Elyada (1988) La Mère Duchesne. Masques populaires et guerre pamphlétaire, 1789–1791, *Annales Historiques de la Révolution française*, 271, 1–16
- D. Flament (2003) *Histoire des nombres complexes - Entre algèbre et géométrie*, Paris : CNRS
- D. Flament (2014) Jean-Robert Argand (1768-1822) et la quantité imaginaire, *Images des Mathématiques*, `images.math.cnrs.fr`
- O. Kouteynikoff (2005) La démonstration par Argand du théorème fondamental de L'algèbre, *Bulletin APMEP*, 462, 122–137